

Recursos para el docente

Entre números

Actividades de Matemática

III



SANTILLANA

Entre números

III

Actividades de Matemática

RECURSOS PARA EL DOCENTE

ENTRE NÚMEROS III - Actividades de Matemática. Recursos para el docente es una obra colectiva, creada, diseñada y realizada en el Departamento Editorial de Ediciones Santillana, bajo la dirección de Mónica Pavicich, por el siguiente equipo:

Ariel R. Jaller- Martín M. Pérez

Editora: Ana V. Veltri

Jefa de edición: María Laura Latorre

Gerencia de gestión editorial: Patricia S. Granieri

ÍNDICE

Recursos para la planificación	2
Clave de respuestas	6

Jefa de arte: Silvina Gretel Espil.

Diagramación: Diego Estévez y Exemplarr.

Corrección: Daniel Álvarez.

Este libro no puede ser reproducido total ni parcialmente en ninguna forma, ni por ningún medio o procedimiento, sea reprográfico, fotocopia, microfilmación, mimeógrafo o cualquier otro sistema mecánico, fotoquímico, electrónico, informático, magnético, electroóptico, etcétera. Cualquier reproducción sin permiso de la editorial viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

© 2016, EDICIONES SANTILLANA S.A.

Av. Leandro N. Alem 720 (C1001AAP), Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

ISBN: 978-950-46-5191-8

Queda hecho el depósito que dispone la Ley 11.723.

Impreso en Argentina. Printed in Argentina.

Primera edición: diciembre de 2016

Este libro se terminó de imprimir en el mes de diciembre de 2016, en Artes Gráficas Rioplatense, Corrales 1393, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, República Argentina.

Jaller, Ariel R.

Entre números III, recursos para el docente / Ariel R. Jaller; Martín Miguel Pérez. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Santillana, 2016. 24 p.; 28 x 22 cm. - (Entre números)

ISBN 978-950-46-5191-8

1. Matemática. 2. Escuela Secundaria. I. Pérez, Martín Miguel II. Título CDD 510.7

Recursos para la planificación

Capítulo	Expectativas de logro	Contenidos	Estrategias didácticas
1 Divisibilidad de enteros. Números racionales	Determinar múltiplos y divisores enteros de un número. Reconocer números primos y compuestos. Resolver situaciones que involucren el m.c.m. o el m.c.d. e interpretar sus resultados. Identificar números racionales y expresarlos con diferentes notaciones, reconociendo expresiones equivalentes. Representar racionales en la recta numérica, compararlos y ordenarlos. Resolver cálculos y situaciones con racionales combinando las seis operaciones. Estimar, interpretar y verificar los resultados obtenidos. Resolver cálculos con exponentes fraccionarios mediante las propiedades de la potenciación. Reconocer, expresar e interpretar cantidades en notación científica. Interpretar y resolver situaciones a partir del uso de la notación científica.	Divisores y múltiplos en $\mathbb{Z}$. Números primos y compuestos. Descomposición en factores primos. Múltiplos y divisores comunes. Números racionales. Diferentes formas de expresión. Pasajes de expresiones decimales a fracción y viceversa. Orden de los números racionales y representación en la recta numérica. Cálculos con números racionales combinando las seis operaciones. Exponentes negativos y fraccionarios. Propiedades. Expresión de números en notación científica. Pasajes de la expresión decimal de un número a notación científica y viceversa. Resolución de situaciones contextualizadas.	Búsqueda y reconocimiento de múltiplos y divisores enteros de un número. Identificación de números primos y compuestos. Factorización de un número e identificación de un número a partir de su factorización. Uso de la factorización para encontrar divisores. Resolución de situaciones contextualizadas y descontextualizadas que requieren la búsqueda del m.c.m. o el m.c.d. Identificación de expresiones que corresponden a números racionales. Reconocimiento de escrituras equivalentes de números racionales. Escritura de la expresión decimal equivalente a una fracción irreducible y viceversa. Análisis de los números con período 9. Representación de números racionales en la recta numérica. Resolución de cálculos con números racionales combinando las seis operaciones. Cálculo de potencia de exponente fraccionario. Aplicación y verificación de propiedades. Expresión e interpretación de números en notación científica. Resolución de cálculos con notación científica en situaciones descontextualizadas y en contextos diversos.
2 Lenguaje algebraico	Valorar la utilidad de las expresiones algebraicas. Traducir de lenguaje algebraico a coloquial y viceversa. Sumar y restar expresiones algebraicas; multiplicar y dividir monomios. Aplicar la propiedad distributiva y resolver productos especiales. Resolver ecuaciones e inecuaciones y verificar las soluciones. Utilizar las ecuaciones como recursos en la resolución de problemas.	Expresiones algebraicas. Variables. Monomios. Polinomios. Valor numérico de una expresión algebraica. Operaciones con expresiones algebraicas: sumas y restas de polinomios; productos y cocientes de monomios. Propiedad distributiva y factor común. Diferencia de cuadrados. Cuadrado y cubo de un binomio. Ecuaciones lineales y cuadráticas sencillas. Ecuaciones que involucren raíces. Ecuaciones con proporciones. Inecuaciones lineales.	Traducción de lenguaje coloquial a simbólico y viceversa. Resolución de operaciones con expresiones algebraicas. Aplicación de la propiedad distributiva incluyendo expresiones de áreas y perímetros de figuras. Obtención de factores comunes. Desarrollos de cuadrados de binomios. Expresiones de áreas sombreadas. Traducción de enunciados. Desarrollo de cubos de binomios. Expresiones de volúmenes de cubos. Resolución de ecuaciones lineales, cuadráticas simples, ecuaciones que involucren raíces y ecuaciones con proporciones. Resolución de problemas mediante ecuaciones. Resolución de inecuaciones lineales y representación de las soluciones en la recta numérica.

Capítulo	Expectativas de logro	Contenidos	Estrategias didácticas
3 Números reales	Identificar números irracionales. Determinar reglas de formación de ciertos irracionales. Representar raíces cuadradas de números naturales en la recta numérica aplicando el teorema de Pitágoras. Operar con radicales. Aproximar números reales por redondeo y truncamiento. Interpretar y representar intervalos en la recta numérica, y expresarlos como inecuaciones.	Números irracionales. Números irracionales que respetan reglas de formación. Representación en la recta numérica de raíces cuadradas no enteras de números naturales. Operaciones con radicales. Suma, resta, producto y cociente de radicales. Aproximación por redondeo y por truncamiento. Intervalos reales. Relación entre el intervalo, su representación en la recta y la inecuación correspondiente.	Reconocimiento de números irracionales. Descubrimiento de la regla de formación de la parte decimal de ciertos irracionales. Representación de algunos irracionales en la recta numérica, aplicando el teorema de Pitágoras. Resolución de operaciones con radicales. Identificación del valor que falta en un cálculo con irracionales para que tenga resultado racional. Aproximación de números racionales e irracionales por redondeo o truncamiento. Resolución de situaciones contextualizadas y descontextualizadas. Comparación de ambas aproximaciones. Representación de intervalos en la recta numérica y mediante inecuaciones. Identificación de números de un intervalo dado.
4 Funciones. Sistemas de ecuaciones	Reconocer gráficos que representen funciones. Analizar funciones a partir de su gráfico. Reconocer, analizar y graficar funciones lineales. Relacionar el gráfico de una función lineal con su fórmula. Hallar rectas paralelas y perpendiculares a otra recta dada. Resolver situaciones utilizando sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Interpretar la clasificación de los sistemas de ecuaciones en forma gráfica y relacionar la cantidad de soluciones de un sistema con las rectas que lo conforman. Reconocer, analizar y graficar funciones cuadráticas. Relacionar el gráfico de una función cuadrática con su fórmula.	Definición de función. Análisis de gráficos: dominio; imagen; crecimiento y decrecimiento; máximos y mínimos relativos y absolutos; raíz; ordenada al origen. Rectas. Función lineal. Pendiente. Ordenada al origen. Raíz. Rectas paralelas y perpendiculares. Relación entre sus pendientes. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Método gráfico. Métodos analíticos de igualación y sustitución. Sistemas compatibles determinados e indeterminados, y sistemas incompatibles. Función cuadrática a partir de las tres formas de expresión. Parábola. Concavidad. Ordenada al origen. Raíces. Eje de simetría. Vértice. Discriminante.	Reconocimiento de gráficos de funciones. Determinación de dominio e imagen, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, ordenada al origen y raíces de funciones, a partir de sus gráficos. Representación y análisis de una función lineal. Deducción de la fórmula de una función lineal a partir de su gráfico. Determinación de la ecuación de la recta que pasa por un punto, dada su pendiente, y de la que pasa por dos puntos. Determinación del paralelismo o la perpendicularidad de dos rectas, dadas sus ecuaciones. Obtención de la ecuación de una recta paralela o perpendicular a otra dada, con ciertas condiciones. Resolución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas en forma analítica y gráfica. Deducción de los valores que faltan para completar un sistema de ecuaciones cuyas soluciones cumplan ciertas condiciones, o según sea compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible. Resolución de situaciones contextualizadas mediante sistemas de ecuaciones. Determinación de la ordenada al origen, las raíces, el eje de simetría y el vértice de una función cuadrática, a partir de su ecuación, y construcción del gráfico. Factorización de la ecuación de una función cuadrática. Identificación de la cantidad de raíces de una función cuadrática a partir del discriminante. Deducción de la fórmula de una función cuadrática que cumpla ciertas condiciones.

Capítulo	Expectativas de logro	Contenidos	Estrategias didácticas
5 Figuras geométricas	Reconocer las propiedades de los cuadriláteros. Construir cuadriláteros a partir de ciertos datos. Reconocer las propiedades de los polígonos. Identificar polígonos regulares, construirlos y reconocer sus propiedades. Calcular perímetros y áreas de superficies planas, aplicando el teorema de Pitágoras cuando sea necesario. Reconocer los elementos de una circunferencia. Identificar las posiciones relativas entre rectas y circunferencias. Reconocer ángulos centrales, inscritos y semiinscritos, y usar la relación entre ellos para resolver situaciones. Identificar y hallar los puntos notables de un triángulo y las circunferencias inscrita y circunscrita. Utilizar sus propiedades para resolver situaciones.	Cuadriláteros: clasificación y características. Construcciones. Polígonos: suma de los ángulos interiores. Polígonos regulares: ángulo central, ángulo interior. Construcciones. Perímetro y área de polígonos. Teorema de Pitágoras. Circunferencia y círculo: definición, elementos, perímetro y área. Posiciones relativas entre una recta y una circunferencia. Ángulos en la circunferencia: centrales, inscritos y semiinscritos. Propiedad de los ángulos en la circunferencia. Puntos notables de un triángulo: incentro, baricentro, circuncentro y ortocentro. Circunferencias inscrita y circunscrita. Propiedades. Simetría axial. Simetría central. Ángulos orientados. Rotación. Vectores. Traslaciones. Composición de movimientos.	Clasificación de los cuadriláteros e identificación de sus propiedades. Trazado e interpretación de ejes de simetría. Validación de afirmaciones referidas a algunas características de cuadriláteros. Construcción de cuadriláteros que cumplan ciertas condiciones. Cálculo del valor de los ángulos interiores de polígonos y de la suma de ellos. Análisis de la posibilidad de la construcción de polígonos regulares según la medida del ángulo central. Construcciones. Resolución de situaciones que involucren perímetros y áreas de polígonos, incluyendo la aplicación del teorema de Pitágoras. Resolución de situaciones que involucren rectas tangentes o secantes a circunferencias. Cálculo de longitudes de arcos de circunferencias. Trazado, comparación y determinación de amplitudes de ángulos centrales, inscritos y semiinscritos. Inscripción de ángulos en una semicircunferencia. Inscripción de cuadriláteros en una circunferencia: condiciones. Determinación de amplitudes angulares en polígonos regulares a partir de ángulos inscritos. Resolución de situaciones que involucren la búsqueda y el trazado de puntos notables, circunferencias inscritas y circunscritas. Construcción de triángulos dadas ciertas condiciones relacionadas con los puntos notables. Trazado de imágenes mediante simetrías axiales y centrales. Análisis de simetrías en polígonos. Trazado del eje o del centro de simetría entre figuras simétricas. Realización de rotaciones de figuras. Comparación de rotaciones con distinto sentido de giro. Identificación del ángulo, el sentido de giro y el centro de rotación, entre dos figuras producto de una rotación. Traslación de figuras según un vector indicado. Determinación del vector que permite transformar una figura en otra dada. Armado de guardas con figuras trasladadas. Realización de composiciones de movimientos. Análisis del orden en que se realizan los movimientos. Comparación de composiciones. Identificación del movimiento que permite volver de la imagen a la figura original.
6 Movimientos	Aplicar simetrías. Reconocer y trazar el centro o el eje una vez aplicado el movimiento. Aplicar rotaciones con ángulos orientados. Hallar el centro y un ángulo de giro en una rotación ya realizada. Interpretar y utilizar vectores para realizar traslaciones. Interpretar y realizar composiciones de movimientos.		

Capítulo	Expectativas de logro	Contenidos	Estrategias didácticas
7 Proporcionalidad, semejanza y trigonometría	Identificar razones proporcionales. Reconocer relaciones de proporcionalidad y calcular sus constantes. Confeccionar tablas y gráficos de proporcionalidad. Reconocer las condiciones del teorema de Thales y aplicarlo en situaciones diversas. Identificar y construir polígonos semejantes. Manejar los criterios de semejanza para identificar triángulos semejantes. Resolver situaciones que involucren triángulos rectángulos a partir del teorema de Pitágoras y de las razones trigonométricas, empleando la calculadora científica.	Razones y proporcionalidad numérica. Proporcionalidad directa; constantes de proporcionalidad. Proporcionalidad inversa; constante de proporcionalidad. Proporcionalidad de segmentos. Teorema de Thales. Aplicaciones. Semejanza de polígonos. Semejanza de triángulos. Criterios de semejanza de triángulos. Trigonometría. Triángulos rectángulos. Razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos.	Reconocimiento de razones equivalentes. Determinación de los números que faltan para formar una proporción. Identificación de relaciones de proporcionalidad, cálculo de una constante, compleción de tablas y confección de gráficos. Resolución de situaciones que involucren relaciones de proporcionalidad. Aplicación del teorema de Thales para hallar segmentos desconocidos a partir de la resolución de ecuaciones, cuando sea necesario. Justificación de la semejanza de polígonos, descomponiéndolos en figuras más simples, de ser necesario. Justificación de la semejanza de triángulos a partir de los criterios. Construcción de figuras semejantes. Validación de afirmaciones. Cálculo de razones trigonométricas. Uso de la calculadora. Análisis de los valores que toman el seno, el coseno y la tangente de un ángulo agudo. Relación entre el seno y el coseno de ángulos complementarios. Resolución de triángulos rectángulos y de situaciones contextualizadas.
8 Estadística, combinatoria y probabilidad	Recolectar, organizar, interpretar, analizar y comunicar información estadística, a partir de tablas y gráficos. Obtener parámetros centrales y analizar su representatividad para el conjunto de datos. Seleccionar y aplicar estrategias adecuadas para resolver problemas de conteo de casos. Resolver problemas que involucren cálculos de probabilidades e interpretar sus resultados.	Población y muestra. Tipos de variables. Tablas de frecuencias. Gráficos de barras, circulares, histogramas y polígonos de frecuencia. Parámetros centrales: media, mediana y moda. Marca de clase. Intervalo modal. Combinatoria. Probabilidades.	Identificación de variables. Agrupación de datos en intervalos. Armado y compleción de tablas de frecuencias. Análisis y lectura de gráficos estadísticos. Confección de gráficos estadísticos a partir de tablas de frecuencias. Reconstrucción de gráficos estadísticos a partir de ciertos datos. Obtención y análisis de parámetros centrales en situaciones diversas. Validación de afirmaciones. Resolución de problemas de combinatoria en situaciones contextualizadas, que involucren permutaciones, variaciones y combinaciones. Resolución de problemas contextualizados que comprendan cálculos de probabilidades. Análisis de los valores que puede tomar la probabilidad y en qué casos se producen los valores extremos.



Clave de respuestas

Nota: las respuestas que no figuran se consideran a cargo de los alumnos. Por otra parte, los valores se aproximan a los centésimos, salvo indicación contraria.

1 Divisibilidad de enteros. Números racionales

ESTO YA LO SABÍA...

1. a) No.
b) Sí.
c) En 3.^{er} año B y D.
d) 3.^{er} año B: 20; 3.^{er} año D: 13.

MATEMUNDO

Figura 1: 0,5 cm; figura 2: 0,25 cm; figura 3: 0,125 cm; figura 4: 0,0625 cm.

2. a) Después del 3, el primero sin tachar es el 5, que también es primo.
b) 2; -2; 3; -3; 5; -5; 7; -7; 11; -11; 13; -13; 17; -17; 19; -19; 23; -23; 29; -29; 31; -31; 37; -37; 41; -41; 43; -43; 47; -47; 53; -53; 59; -59; 61; -61; 67; -67; 71; -71; 73; -73; 79; -79; 83; -83; 89; -89; 97; -97.

3. Primos	137; -31; -131
Compuestos	-3.261; 525; 4.532; -51; 121; 450

4. a) Puede armar bolsitas de 1; 2; 3; 6; 9; 18; 27 o 54 galletitas cada una, sin que sobre ninguna.
b) Puede armar bolsitas de 1; 5; 11 o 55 galletitas cada una, sin que sobre ninguna.
c) Puede armar bolsitas de 1 o 53 galletitas cada una, sin que sobre ninguna.

5. a) $74 = 2 \cdot 37$ c) $576 = 2^6 \cdot 3^2$
b) $408 = 2^3 \cdot 3 \cdot 17$ d) $101 = 101$

6. a) Por ejemplo, 150. b) 138.

7. Lo que dice Lourdes no es correcto, 2 es par y es primo. Tampoco lo que dice Esteban, 5 es divisible por 5, y es primo. Lo que dice Pilar, tampoco está bien: 9 es divisible por 3, entonces no es primo.

8. a) 1; 2; 5; 7; 10; 14; 35; 70; y sus opuestos.
b) 1; 2; 4; 5; 7; 10; 14; 20; 25; 28; 35; 50; 70; 100; 140; 175; 350; 700; y sus opuestos.
c) 1; 2; 5; 7; 10; 14; 25; 35; 50; 70; 175; 350; y sus opuestos.

- 9) a) $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$; $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$
m.c.m. (120; 84) = 840; m.c.d. (120; 84) = 12.
b) $160 = 2^5 \cdot 5$; $170 = 2 \cdot 5 \cdot 17$
m.c.m. (160; 170) = 5.600; m.c.d. (160; 170) = 10.
c) $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $840 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
m.c.m. (180; 840) = 2.520; m.c.d. (180; 840) = 60.

- 10) Sí, tiene razón. El m.c.m. es un múltiplo de todos los números considerados; por lo tanto, es igual o mayor que cada uno de ellos y, en particular, del mayor. El m.c.d. divide a todos esos

números; en particular, al menor de ellos, entonces no puede ser mayor que él.

- 11) a) Después de haber coincidido la primera vez, cada 180 días.
b) 54 cajas con 3 latas de puré de tomate, 5 botellas de aceite y 6 paquetes de fideos cada una.
c) 87.
d) Necesita 945 cerámicos de 20 cm de lado.
e) Los cortes deben ser de 14 cm. Salen 7 trozos del primer listón, 9 del segundo y 11 del tercero.

12. 25 años u 85 años. (El próximo número que cumple esto es 145 y es difícil que alguien llegue a esa edad).

13. a) V b) F c) V

14. a) 1,5 d) $0,\hat{3}$ g) $0,\overline{571428}$
b) -0,75 e) $0,\hat{4}$ h) $0,\hat{8}\hat{3}$
c) -0,4 f) $-1,\hat{1}\hat{2}$

15. Las expresiones decimales exactas son: $\frac{16}{25}$, $\frac{47}{20}$ y $-\frac{495}{990}$. Las restantes son periódicas.

16. a) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{23}{10}$ e) $\frac{466}{25}$
b) $\frac{9}{5}$ d) $\frac{21}{4}$ f) $-\frac{543}{4}$

17. a) $\frac{7}{9}$ c) $-\frac{28}{11}$ e) $\frac{10.871}{450}$ g) $-\frac{23.281}{1.100}$
b) $\frac{11}{3}$ d) $-\frac{53}{45}$ f) $\frac{6.935}{198}$ h) $\frac{30.607}{900}$

18. a) $0,4 = \frac{2}{5} = \frac{14}{35} = -\frac{(-42)}{105} = \frac{56}{140} = -\frac{(-560)}{1.400}$
b) $1,8 = \frac{9}{5} = \frac{99}{55} = \frac{18}{10} = \frac{630}{350}$
c) $0,\hat{5}\hat{3} = \frac{24}{45} = \frac{96}{180} = \frac{8}{15} = \frac{16}{30}$
d) $-0,\hat{0}\hat{5} = -\frac{35}{630} = -\frac{5}{90} = -\frac{700}{12.600} = -\frac{25}{450}$

19. $-\frac{4}{3}$; -1,3; $-\frac{85}{99}$; 0; 0,007; $\frac{7}{99}$; $\frac{5}{3}$; 4,5.

20. $\frac{4}{6} = 0,\hat{6}$ está junto a $\frac{1}{3} = 0,\hat{3}$.

21. Hay dos fichas posibles: $\left[1,25 \cdot \frac{25}{20}\right]$ y $\left[\frac{1}{3} \cdot 0,3\right]$.

22. Jime tiene razón y Joel también.

23. $\frac{1}{2} \rightarrow D$; -0,25 $\rightarrow C$; $\frac{12}{5} \rightarrow F$
-1,5 $\rightarrow B$; $\frac{3}{2} \rightarrow E$; -2,7 $\rightarrow A$

25. A: $-\frac{1}{3}$; B: $-\frac{1}{6}$; C: $\frac{1}{2}$; D: $\frac{5}{12}$; E: $\frac{5}{6}$; F: $-\frac{2}{3}$.

28. a) $\frac{5}{4}$ b) Bien. c) -0,6 d) $\frac{7}{3}$

A VER CÓMO VOY

29. a) 1; 3; 5; 9; 15; 45.
b) 1; 2; 3; 6; 17; 34; 51; 102.
c) Primo.
d) 1; 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50; 100.

30. Solo es primo el 103.

31. Los múltiplos de 8 son 4.200 y 17.496.

Números	m.c.m.	m.c.d.
250; 100	500	50
350; 105	1.050	35
75; 600; 60	600	15
140; 64; 500	56.000	4
700; 380; 1250	332.500	10

33. a) No más de una vez al año (cada 420 días).
b) 210 cuadrados de 12 cm de lado.
c) Le conviene usar los bidones de 8 litros. Utilizará 9 para el primer tanque, 3 para el segundo, 7 para el tercero y 15 para el cuarto.

34. a) DE (entero) c) PM e) PM
b) PP d) DE f) PP

35. a) $\frac{29}{50}$ d) $-\frac{223}{99}$ g) $\frac{119}{90}$ j) 1
b) $\frac{51}{50}$ e) $\frac{32}{99}$ h) $\frac{511}{495}$
c) $-\frac{2.001}{1.000}$ f) $\frac{29}{90}$ i) $\frac{2.483}{2.475}$

36. 3 y 2,2.

37. A: 0; B: -1; C: 1; D: $-\frac{1}{2}$.

39. $\frac{226}{90}$; $\frac{5}{2}$; 0; -0,1; $-\frac{1}{2}$; -0,5; -1,32.

40. a) III b) II c) I d) III e) III f) II

41. a) I b) III c) I d) II e) II f) I

42. Sol tiene 20 años; Juani tiene 4 años; el otro hermano de Sole tiene 7 años.

43. El error es simplificar cada término del numerador con el denominador. El resultado correcto es $\frac{13}{12}$.

44. a) $-\frac{2}{3}$ b) $-\frac{24}{5}$

45. a) Bien. b) $-\frac{173}{90}$ c) $\frac{77}{18}$ d) $-\frac{11}{3}$

46. a) $\frac{3}{4}(0,2 + 1)$ c) Bien copiado.

- b) $0,7 \cdot \left(\frac{3}{4} : \frac{1}{2} + 1\right)$ d) $4,3 + 2 \cdot \left(5,4 - \frac{1}{2}\right)$

47. a) $\frac{9}{10}$ c) $-\frac{17}{30}$ e) $-\frac{29}{30}$ g) $\frac{79}{9}$ i) $\frac{67}{21}$

- b) $-\frac{5}{4}$ d) $\frac{3}{2}$ f) $\frac{34}{45}$ h) $-\frac{1}{3}$ j) $-\frac{209}{45}$

48. a) $-\frac{27}{64}$ b) $\frac{49}{25}$ c) $\frac{22}{21}$ d) 2

49. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $-\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{4}$

50. a) Falsa: la raíz no se distribuye en la suma ni la resta; solo en la multiplicación y en la división.

b) Verdadero: $0,2 = \frac{1}{5}$. El exponente $\frac{1}{5}$, equivale a la raíz quinta.

51. a) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{25}{54}$ g) $-\frac{86}{135}$

- b) $-\frac{5}{4}$ d) 8 f) $-\frac{25}{18}$ h) $-\frac{7}{18}$

52. a) $3,4 \cdot 10^7$ c) $2,87 \cdot 10^8$ e) $4,781 \cdot 10^6$
b) $7 \cdot 10^{-7}$ d) $3,5 \cdot 10^{-6}$ f) $3,478 \cdot 10^{-5}$

53. a) 390.000.000 d) 0,00000007629
b) 0,000082 e) 34.285.000.000
c) 3.480.000.000 f) 0,00000000134506

54. a) $5,101 \cdot 10^8$ b) 10^{-7} c) $1,55 \cdot 10^7$

55. a) $1,2 \cdot 10^{-8}$ b) Bien. c) $2,5 \cdot 10^{10}$

56. a) $3,1536 \cdot 10^7$ segundos. b) $9,4608 \cdot 10^{12}$ km.

57. a) $2,09 \cdot 10^9$ (aprox.) c) $1,32 \cdot 10^5$ (aprox.)
b) $2,86 \cdot 10^{17}$ (aprox.) d) $1,07 \cdot 10^{-12}$ (aprox.)

58. a) $3,55 \cdot 10^{12}$ (aprox.) c) $3,89 \cdot 10^{20}$ (aprox.)
b) $2,52 \cdot 10^2$ d) $1,21 \cdot 10^{-16}$ (aprox.)

A VER CÓMO VOY

59. a) $-\frac{211}{99}$ b) $-\frac{22}{9}$ c) $-\frac{58}{55}$

60. a) 20 b) $\frac{71}{110}$ c) $\frac{27}{218}$

61. a) $\frac{2}{10} - \frac{8}{5} + 1 = -\frac{2}{5}$ c) $\left(\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{2}\right) : 5 = \frac{7}{20}$

- b) $\left(\frac{4}{3} : \frac{2}{9}\right) : 2 = 3$

62. a) $-\frac{206}{75}$ b) $-\frac{91}{45}$ c) $-\frac{47}{6}$ d) $\frac{1}{10}$

63. a) $\frac{1}{4}$ c) $-\frac{1}{2}$ e) $\frac{2}{3}$

- b) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{1}{3}$ f) $\frac{8}{3}$

64. a) $\frac{27}{125}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $-\frac{2}{11}$ d) $\frac{1}{2}$

65. a) $-\frac{1}{18}$ b) $\frac{11}{20}$ c) $\frac{11}{4}$ d) $-\frac{89}{60}$

66. Todo número elevado al exponente 0 da como resultado 1.
Por eso puede resolverlo tan rápido.

67. a) $3,2 \cdot 10^5$ c) $3,547 \cdot 10^9$
b) $4,7 \cdot 10^{-5}$ d) $2,37 \cdot 10^{-4}$
68. a) $1,6082 \cdot 10^{12}$ c) $3,72 \cdot 10^{15}$ (aprox.)
b) $1,983 \cdot 10^{-13}$

REPASO TODO

69. a) F b) F c) F d) V
70. a) Sí. b) Sí. c) No. d) No.
71. a) $2^2 \cdot 3 \cdot 17$ b) $2^6 \cdot 5$ c) $3 \cdot 5^2 \cdot 7$ d) $2^3 \cdot 5^3$
72. a) 15.680 y 5. c) 387.600 y 8.
b) 55.200 y 20. d) 353.600 y 50.
73. a) 10 cajas con 32 películas de terror, 25 comedias y 18 de ciencia ficción cada una.
b) Dentro de poco más de 3 años (1.140 días).
c) 112 bombones.

74. Solo la del ítem f.

75. Las de los ítems a, c y e.

76. a) $\frac{17}{5}$ c) $\frac{741}{10}$ e) $\frac{20.001}{1.000}$
b) $\frac{139}{5}$ d) $\frac{14.087}{100}$ f) $\frac{757}{25}$
77. a) $1,8$ c) $2,9\hat{3}$ e) $-6,6$
b) $-1,081$ d) $0,0\hat{3}$ f) $0,0409$
78. a) $\frac{8}{9}$ b) $\frac{8}{3}$ c) $\frac{41}{11}$ d) $\frac{82}{45}$

80. $-\frac{21}{5}; -\frac{30}{9}; -3,1\hat{2}; -3,1; -\frac{4}{3}; 0,3; 0,6; 0,7$.

82. A: $-\frac{2}{3}$; B: $\frac{1}{6}$; C: $\frac{2}{3}$; D: $\frac{3}{2}$; E: $\frac{5}{2}$.

84. a) F b) V c) F (sería V si fuesen irreducibles).

85. a) $-\frac{61}{30}$ b) $-\frac{89}{90}$ c) $-\frac{17}{30}$ d) $-\frac{5}{99}$

86. a) $-\frac{5}{9}$ b) $-\frac{1}{27}$ c) $\frac{10}{11}$ d) $-\frac{378}{1.625}$

87. a) $\frac{12}{5} : \frac{5}{6} = \frac{72}{25}$ c) $\left(\frac{15}{22} : \frac{30}{11}\right) : 5 = \frac{1}{20}$

b) $\left(\frac{26}{3} \cdot \frac{9}{13}\right) : 3 = 2$

88. El b. Puede verse al simplificar, y resolviendo el primer término.

89. a) $-\frac{9}{2}$ b) $-\frac{23}{45}$ c) $\frac{13}{25}$ d) $\frac{182}{15}$

90. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{343}{125}$ c) $\frac{625}{16}$ d) -1.024

91. a) 32 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{9}{25}$ d) $\frac{1}{8}$

92. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $-\frac{64}{343}$ d) $-\frac{3}{2}$

93. a) $-\frac{5}{4}$ c) $-\frac{27}{10}$ e) $-\frac{1}{10}$
b) $-\frac{15}{4}$ d) $\frac{41}{18}$

94. Tomi lo resolvió bien. Emi no separó en términos.

95. a) $-1,234 \cdot 10^7$ d) 10^{-3} g) $7,201 \cdot 10^{10}$
b) $7,2 \cdot 10^{-6}$ e) $1,54 \cdot 10^8$ h) $-5 \cdot 10^{-1}$
c) $-8 \cdot 10^{12}$ f) -10^{-9}

96. a) 20.000.000 e) 0,01001
b) 0,000084 f) 880.000
c) 3.340.000.000 g) 0,0000000025
d) 0,0000000475 h) 0,0000007

2 Lenguaje algebraico

ESTO YA LO SABÍA...

1. a) l^2 b) $4l$ c) $4l^2$ d) $8l$ e) $30l^2$ f) $62l$

2. a) $3f - 2$ b) $2(f + 1)$ c) $2f + 1$

3. a) $2x - 1$ b) $x^3 : 2$ c) $3x^2 + 1$ d) $4 - 3x^2$

4. a) El quíntuplo del cuadrado de un número.
b) El siguiente del doble del cubo de un número.
c) El anterior del cuádruplo del cuadrado de un número.
d) La diferencia entre el cubo y el cuadrado de un número.

5. Con $a = 3$. Con $a = -1$.

a) 10 -2
b) 23 7
c) 65 -3
d) $-\frac{16}{5}$ $\frac{16}{5}$

6. a) F b) F c) V d) V e) F

7. a) a^5 d) $-r^5 - 4r$
b) $-9p^4 + 8p^2$ e) -2
c) $-2c^4 + 7c^2 + c - 5$ f) $8y^3 + 3y^2 - 7$

8. a) $-8y^7$ d) $24x^4$ g) $4d^3$
b) $7r^3$ e) $6w^5$ h) $3y^4$
c) $6p^{11}$ f) $-12c^8$

9. a) 0 c) $-\frac{17}{24}b^4$ e) $-0,64c^9$
b) 3 d) $\frac{7}{4}a^3$

10. La tabla se completa, de arriba hacia abajo, con:
 $-\frac{13}{2}v^5; \frac{1}{10}v^5; -\frac{9}{10}v^5; \frac{13}{10}v^5$ y 0.

11. b y c.

13. a) $A = a^2$; $P = 4a$ d) $A = 5,5b^2$; $P = 11b$
 b) $A = 6a$; $P = 6a + 4$ e) $A = 28x^2$; $P = 24x$
 c) $A = 48c^2$; $P = 32c$
15. a) $6a^2 + 8a$ d) $\frac{1}{6}m^5 - \frac{5}{3}m^3$
 b) $6r^5 + 15r^3$ e) $w^5 - \frac{8}{3}w^3y^4 + \frac{3}{4}y^5w^2 - 2y^9$
 c) $2p^2 - 4$ f) $-\frac{8}{5}x^6p^3 + \frac{6}{5}x^2p^5 + 12x^5 - 9xp^2$
16. a) $-8z^5x^5$ b) $-8p^3y^5$ c) $+\frac{4}{5}r^3$ d) $(-2n^3)$
17. a) $2(3x^2 + 5)$ d) $3z(2z + z^2 - 3)$
 b) $5x^2(3x^2 - 5)$ e) $\frac{2}{3}m^2\left(\frac{4}{3}m^2 - 1 - 5m\right)$
 c) $\frac{3}{5}y^3\left(y + \frac{3}{5}\right)$
18. $A = 3a^3(a + 4a^4 + 2a^2) = 3a^4 + 12a^7 + 6a^5$
19. En el primer término del segundo miembro el exponente de la y debe ser 3 en vez de 2: $3y^2(6y + 10) = 18y^3 + 10y^2$.
20. La última: $12n^8 - 18n^6$.

A VER CÓMO VOY

21. a) $x^3 - 1$ b) $(x + 1)^3$ c) $x^2:3$ d) $(x + 1)^2 - x^2$
22. a) La cuarta parte del cuadrado de un número.
 b) La diferencia entre el cubo de un número y el mismo número.
 c) La suma entre el cuadrado del siguiente de un número y el cuadrado del anterior de dicho número.
 d) Las dos terceras partes del anterior del cubo de un número.

23.

-19	$-\frac{13}{4}$
1	$\frac{1}{4}$
$\frac{27}{5}$	$\frac{237}{80}$
$\frac{27}{2}$	$\frac{3}{16}$
11	$\frac{29}{64}$

24. a) $\frac{5}{12}a^3$ c) $-\frac{17}{2}p^4$
 b) $-\frac{3}{4}y^3 + 1$ d) $-\frac{19}{15}n^2 - 2n$
25. a) $\frac{1}{2}a^5$ b) $\frac{2}{3}d^5$ c) $-8n^6$ d) $2x^2$
26. a) $2w^6$ b) $10y^7$ c) 0
27. a) $-6b^9 + 9b^{11} - 6b^7$ c) $-\frac{3}{2}d^2 + \frac{1}{8}d^4a + \frac{7}{4}d^5a^5$
 b) $-\frac{9}{2}c + 25c^5 - \frac{9}{4}c^4$

28. a) $a^3(4a^2 - 1 - 3a^4)$ c) $\frac{4}{3}d^3(1 - 2d^2 - 4d^4)$
 b) $3c^4(-3c - c^3 + 2)$

29. a) $-3x^4 + 4x - 2x^3$ b) $-4a^3 + 6 - 2a^2$

30. $A = 4a^2 + 17a + 10$

31. a) $(x + 3)(x - 3)$ d) $\left(\frac{7}{6} + \frac{3}{4}c\right)\left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4}c\right)$
 b) $\left(y + \frac{1}{5}\right)\left(y - \frac{1}{5}\right)$ e) $\left(4p^2 + \frac{2}{5}p\right)\left(4p^2 - \frac{2}{5}p\right)$
 c) $\left(2z + \frac{3}{2}\right)\left(2z - \frac{3}{2}\right)$ f) $\left(3p^4 + \frac{8}{5}p^3\right)\left(3p^4 - \frac{8}{5}p^3\right)$

32. a) $9a^2 - 4$
 b) $(4x^{18} + 5y^8)(4x^{18} - 5y^8)$
 c) Bien.
 d) $\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}y^4\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{5}y^4\right)$

33. a) $16x^2 - 9 = (4x + 3)(4x - 3)$
 b) $4 - 81z^6 = (2 - 9z^3)(2 + 9z^3)$
 c) $\frac{121}{196}r^8 - \frac{64}{49} = \left(\frac{11}{14}r^4 + \frac{8}{7}\right)\left(\frac{11}{14}r^4 - \frac{8}{7}\right)$

34. a) $a^2 + 10a + 25$ e) $49 + 84b^5 + 36b^{10}$
 b) $b^2 - 4b + 4$ f) $9f^{10} + 12f^8 + 4f^6$
 c) $4b^2 - 12b + 9$ g) $49g^6 - 42g^7 + 9g^8$
 d) $9c^2 - 24a^2c + 16a^4$ h) $49g^6 + 42g^7 + 9g^8$

35. a) $9a^2 + 12a + 4$ c) $25b^8 - 60b^9 + 36b^{10}$
 b) $49a^4 - 42a^2 + 9$ d) $9a^8 - 6a^6 + a^4$

36. a) $\left(2h - \frac{1}{3}\right)^2 = 4h^2 - \frac{4}{3}h + \frac{1}{9}$
 b) $\left(-8t^3 + \frac{4}{5}\right)^2 = 64t^6 - \frac{64}{5}t^3 + \frac{16}{25}$

37. a) $a^3 + 12a^2 + 48a + 64$
 b) $27b^3 - 54b^2 + 36b - 8$
 c) $-125c^6 - 225c^4 - 135c^2 - 27$
 d) $-\frac{1}{8}d^9 - \frac{3}{4}d^8 - \frac{3}{2}d^7 - d^6$

38. $\left(x^5 - \frac{1}{3}\right)^3$

39. a) $\left(2y - \frac{1}{3}\right)^3 = 8y^3 - 4y^2 + \frac{2}{3}y - \frac{1}{27}$
 b) $(w^2 - 1)^3 = w^6 - 3w^4 + 3w^2 - 1$

40. Sí, tiene razón. Para $(x + y)^2$, sucede lo mismo.

41. a) $x = 2$ d) No tiene solución.
 b) Infinitas soluciones. e) $x = 15$
 c) $x = 0$ f) $x = 3$ o bien $x = -3$.

42. a) $x = 0$ d) No tiene solución.
 b) $x = \frac{2}{5}$ e) Tiene infinitas soluciones.
 c) $x = 2$ y $x = -2$.

43. a) Valen tiene 15 años. c) Se trata del 2.
 b) Hay dos posibles: 3 o -3. d) Se trata del $-\frac{3}{2}$.

44. a) $a = \frac{7}{3}$ c) $d = 3$ e) $x = -\frac{9}{8}$
 b) $b = -\frac{7}{9}$ d) $x = 2$ f) $x = -\frac{2}{3}$

45. $x > -4$
 Todos los números menores o iguales a 5.
 $-2 < x \leq 3$
 Todos los números mayores o iguales a 5 y menores a 7.
 Todos los números mayores a -3.

47. a) $x \geq -7$ c) $-0,3 < x < 0,4$
 b) $-0,3 \leq x < 0,4$ d) $x < 1,85$

48. a) $x \leq \frac{1}{4}$ c) $x < \frac{7}{2}$ e) $-1 \leq x$
 b) $-\frac{5}{3} > y$ d) $x \geq 1$ f) $\frac{3}{2} \geq x$

A VER CÓMO VOY

50. a) $(4a + 7)(4a - 7)$ b) $(5 + 12x^9)(5 - 12x^9)$

51. a) V b) F: $(6 + 11a^2)(6 - 11a^2)$ c) V

52. a) $9f^2 - 30f + 25$ b) $4a^4 - 12a^3 + 9a^2$

53. a) $(p^2 - 3)^2 = p^4 - 6p^2 + 9$
 b) $(2 - y^4)^2 = 4 - 4y^4 + y^8$

54. a) $8 + 84m^3 + 294m^6 + 343m^9$
 b) $8n^6 - 36n^9 + 54n^{12} - 27n^{15}$

55. a) $(5 + t^2)^3 = 125 + 75t^2 + 15t^4 + t^6$
 b) $(2x^2 - 3)^3 = 8x^6 - 36x^4 + 54x^2 - 27$

56. a) $x = -\frac{13}{4}$ d) $x = -\frac{11}{2}$
 b) $x = -\frac{15}{2}$ e) $x = \frac{1}{2}$ o bien $x = -\frac{1}{2}$.
 c) $x = -\frac{49}{27}$

57. a) $x = -\frac{1}{4}$ c) $x = 6$ o bien $x = -6$.
 b) $x = 6$ o bien $x = -6$. d) $x = -\frac{7}{3}$

58. Carla tiene razón.

59. a) $x \leq -\frac{5}{8}$ b) $x < -\frac{2}{9}$ c) $x \geq -\frac{4}{5}$

60. $x < 9$

61. $3x - 1 \leq 20$

REPASO TODO

62. Está equivocado. $x^3 - 1$ no es lo mismo que $(x - 1)^3$.

63. a) Pares. b) Impares.

64. a) $\frac{59}{54} \left(\text{con } a = \frac{1}{3} \right); -19 \left(\text{con } a = -2 \right)$.
 b) $-\frac{13}{135} \left(\text{con } a = \frac{1}{3} \right); -\frac{36}{5} \left(\text{con } a = -2 \right)$.

65. a) $-\frac{1}{4}x - \frac{21}{5}$ c) $\frac{5}{2}m^3 + \frac{4}{15}m^2 - 5$
 b) $-\frac{53}{5}y^2 - 1$

66. a) $24m^9$ b) $\frac{5}{4}m^9$ c) $\frac{16}{3}s$

67. b y c.

68. a) $A = 4a^2 + a - \frac{3}{2}$ b) $A = \frac{33}{2}b^2 + 4b - \frac{1}{2}$

69. Pueden extraerse diversos factores. Lo más usual es:

a) $-4a^2(4a^2 - 2 + a^6)$ c) $-\frac{1}{9}x(2x^6 + 5x^4 - 1)$
 b) $-\frac{25}{3}b^4 \left(\frac{1}{3}b - 5b^3 + \frac{1}{6} \right)$

70. a) $\frac{36}{5}a^8 - \frac{1}{4} = \left(\frac{6}{5}a^4 + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{6}{5}a^4 - \frac{1}{2} \right)$

b) $\frac{4}{9} - z^{10} = \left(\frac{2}{3} + z^5 \right) \left(\frac{2}{3} - z^5 \right)$

71. a) $9 - 6x^2 + x^4$

b) $\frac{4}{25}y^2 + \frac{3}{5}y^9 + \frac{9}{16}y^{16}$

c) $-8 + 12z^5 - 6z^{10} + z^{15}$

d) $-\frac{1}{27}w^{15} - \frac{2}{9}w^{17} - \frac{4}{9}w^{19} - \frac{8}{27}w^{21}$

72. $(a + 1)^4 = a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a + 1$

73. a) $-5a^5$ b) $\frac{25}{9}a^6$ c) $-\frac{10}{3}x^{11}$

74. a) $a = \frac{1}{6}$ c) $c = \frac{2}{9}$ e) $e = \frac{1}{2}$ o bien $e = -\frac{1}{2}$.

b) $b = -1$ d) $d = \frac{3}{2}$ f) $f = \frac{53}{15}$

75. a) V, porque los dos miembros son idénticos.

b) F, podría ser cero y tendría solución única; también podría ser negativo y no tendría solución.

77. a) $P = 24$ b) $x = \frac{2}{3}$ o bien $x = -\frac{2}{3}$.

78. a) $T_c = \frac{5}{9}(T_f - 32)$ b) 60°C c) 0°C

79. a) $x \leq \frac{8}{15}$ c) $x < \frac{4}{15}$

b) $x \leq \frac{4}{27}$ d) $x \leq -\frac{45}{8}$

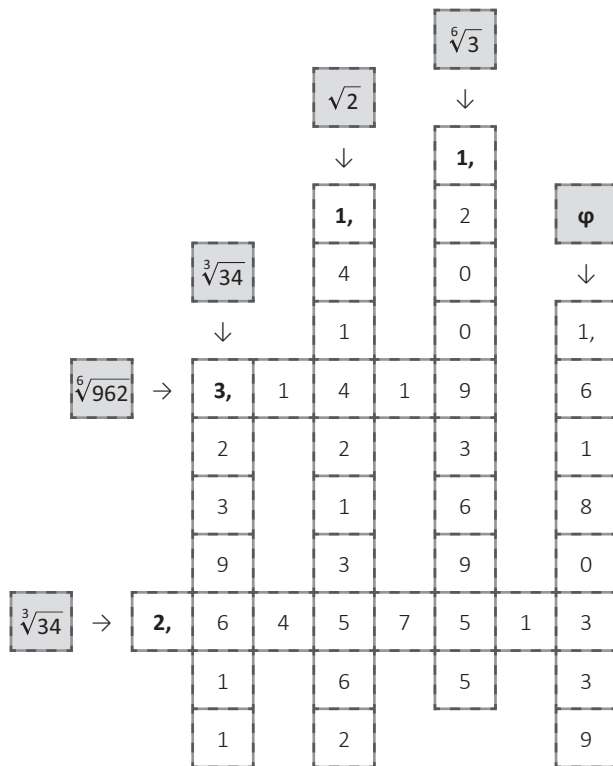
80. Hay muchos ejemplos, como: $x^2 = -4$ y $x^2 < -4$.

3 Números reales

ESTO YA LO SABÍA...

1. a) Los dos dan el mismo valor, aproximadamente 1,618034.
 b) 0 y 1.

2.



3. a) Los decimales son números naturales sucesivos.
b) 0,1234567891011...
c) $0,5 = \frac{1}{2}$ y $0,2 = \frac{2}{9}$.
d) Porque tiene infinitas cifras decimales no periódicas.
4. Son irracionales: $\sqrt{3}$; 23,242526...; 0,121231234...; y 14,1010010001...
7. a) < b) > c) < d) >
8. a) $-e$ b) $\sqrt{7}$ c) $-\pi$ d) $\sqrt{12}$
9. Sí, hay infinitos.
10. Se ubican, de izquierda a derecha: $\sqrt{12}$; $\sqrt{20}$; $\sqrt{27}$ y $\sqrt{45}$, en ese orden.
11. a) V b) F
12. a) $14\sqrt{10} - 6\sqrt{3}$ e) $15\sqrt{5}$
b) $-2\sqrt[3]{9}$ f) $\sqrt{2}$
c) $2\sqrt[3]{2}$ g) $14\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$
d) $-3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$ h) $-3\sqrt{3}$
13. $10\sqrt{15} \text{ m}^2$.
14. $10\sqrt{2}$
15. a) 30 b) $6\sqrt{5}$ c) 3 d) $9\sqrt{3}$
16. a) $7\sqrt{10}$ b) $3 + 9\sqrt{2}$ c) -3 d) $10 - 2\sqrt{21}$
17. Al resolver $\sqrt{16}$ volvió a escribir la raíz. Debió decir 4 en vez de $\sqrt{4}$.
18. a) $12\sqrt{6}$ b) $6\sqrt{6}$

A VER CÓMO VOY

20. La parte decimal está formada por:

- a) Los sucesivos múltiplos de 10.
b) Las potencias de 10 sucesivas, más 2.
c) Los múltiplos sucesivos de 3.
d) Los múltiplos sucesivos de 2, a partir de 0.

21. Natural: 1; enteros: 1; -1 y -7; decimal entero: 14,09; -0,75 y 0,12; decimal periódico: $0,1\overline{2}$ y $-0,7\overline{5}$; irracionales: $\sqrt{13}$ y $-\sqrt{27}$.

22. a) F b) F c) V d) F e) V

23. a) V b) V c) F d) V

25. a) $-\sqrt{2}$ b) 0 c) 14 d) $5\sqrt{10}$ e) 2 f) $21-14\sqrt{2}$

26. a) F b) V c) F d) V e) V

27. a) 3 b) 6 c) 3 d) 10 e) 3 f) 3

28.

Aproximación por redondeo			
Número	A los décimos	A los centésimos	A los milésimos
453,2730425	453,3	453,27	453,273
$0,\hat{5}$	0,6	0,56	0,556
$\sqrt{11}$	3,3	3,32	3,317
$\sqrt{19}$	4,4	4,36	4,359
$25,\hat{09}$	25,1	25,09	25,091
$\sqrt{30}$	5,5	5,48	5,477

29.

Aproximación por truncamiento			
Número	A los décimos	A los centésimos	A los milésimos
453,2730425	453,2	453,27	453,273
$0,\hat{5}$	0,5	0,55	0,555
$\sqrt{11}$	3,3	3,31	3,316
$\sqrt{19}$	4,3	4,35	4,358
$25,\hat{09}$	25,0	25,09	25,090
$\sqrt{30}$	5,4	5,47	5,477

30. a) La cifra de la derecha tiene que ser menor a 5.
b) No, porque se desestiman las cifras siguientes.
c) Cuando las que se obtienen al redondear son por defecto, o sea, cuando la cifra de la derecha es menor a 5.

32. a) 3 y 4. b) 5 y 6. c) 8 y 9. d) 10 y 11.

33. a) $\sqrt{6}$ c) $\sqrt{15}$ e) $\sqrt{14}$
b) $\sqrt{11}$ d) $\sqrt{21}$ f) $\sqrt{26}$

34. a) Es un número periódico.

35. Male: (2; ∞) Vicky: ($-\infty$; 3] Juani: (2; 3)

36. a) $-1 < x < 0$ c) $x < 0$ e) $1 \leq x \leq 9$
 b) $-8 \leq x < -7$ d) $x \geq 10$ f) $x > 0,5$
37. a) $[5; \infty)$ c) $(-\infty; -9)$ e) $(-5; -4)$
 b) $[-1,5; 3]$ d) $[0; 10]$ f) $(-\infty; 15]$
38. $(0; \infty)$ $x > 0$
 $(-\infty; 0)$ $x < 0$
 $[0; \infty)$ $x \geq 0$
 $(-\infty; \infty)$ $-$
39. a) $(-\infty; 0,5)$ $x < 0,5$
 b) $(-0,5; 2]$ $-0,5 < x \leq 2$
 c) $[1; 3]$ $1 \leq x \leq 3$
 d) $[0; \infty)$ $x \geq 0$
40. Solo tiene razón Mati.
41. Se muestra un ejemplo de cada una.
 a) $(-\infty; 0)$ b) $(0; 2]$ c) $(-1; 0)$

A VER CÓMO VOY

42. a) $\frac{5}{\pi}$ (1,59154943091... aproximadamente).
 b) Le alcanza con usar tres decimales, considerando las medidas hasta el milímetro.
44. Aproximaciones a los diezmilésimos: por redondeo es 1,7321 y por truncamiento es 1,7320. En este caso, la primera es la más aproximada.
 Aproximaciones a los cienmilésimos: por redondeo y por truncamiento es 1,73205 (son iguales).
45. a) 3,01 b) -4,42
46. Al aproximar después de hacer la cuenta se obtiene 3,00 y -4,41, respectivamente.
47. 3,39
48. a) $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$ d) $x \geq 2\pi$
 b) $1,5 \leq x \leq \pi$ e) $x \leq -\pi$
 c) $x > 2\pi$ f) $-2 < x \leq -1,5$
49. El f no tiene.
50. a) $(-\infty; -\sqrt{7}]$ c) $(-\infty; 3,15)$ e) $[-\frac{3}{4}; \infty)$
 b) $[-9; -\frac{9}{2}]$ d) $[\sqrt{5}; 5)$ f) $(0; \pi)$
51. Los siguientes: $(-\infty; 3,15); [\sqrt{5}; 5)$ y $[-\frac{3}{4}; \infty)$.
52. Los correctos son los de Sol y Beto.
53. a) Sí, $(-0,1; 0,1)$ y $[-\pi; -3]$.
 b) $(-2; -1)$.
 c) Infinitos: $[-3; \infty)$. Más de uno, pero no infinitos: $(-2; 0,1)$.
 d) Todos los intervalos anteriores contienen racionales e irracionales.
54. Se muestra un ejemplo de cada uno.
 a) $(0; 2]$ b) $[0; 2]$ c) $(-3,1; 3,1)$

REPASO TODO

55. Racionales: $\sqrt{1}$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{9}$ y $\sqrt{16}$. Los restantes son irracionales.
56. Guille se equivocó porque la raíz debía abarcar también al denominador. Entonces, Lauti tiene razón.
57. a) $\sqrt{13}$, porque es igual a $\sqrt{3^2 + 2^2}$.
 b) Es una aproximación.
59. a) 0 b) 1 c) 1 d) 2
 Todos son racionales porque las raíces se cancelan o se simplifican.
60. a) $0 \rightarrow$ racional d) $3 \rightarrow$ racional
 b) $\sqrt{6} \rightarrow$ irracional e) $2 \rightarrow$ racional
 c) $\sqrt{14} \rightarrow$ irracional f) $\sqrt{2} \rightarrow$ irracional
61. $2\sqrt{3}$
62. $5\sqrt[3]{25}$
63. Sí.
64. a) $3\sqrt{2}$ e) 0 i) $12\sqrt{2}$
 b) -1 f) $-4\sqrt[3]{2}$ j) $-32\sqrt{3}$
 c) $2 - 2\sqrt{3}$ g) 3.400
 d) $39 - 29\sqrt{2}$ h) $8 + 6\sqrt{2}$
65. a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{5}$
- 66.
- | Valor exacto | Aproximación por . . . | |
|----------------------|------------------------|--------------|
| | redondeo | truncamiento |
| 2π | 6,28 | 6,28 |
| $\sqrt{60}$ | 7,75 | 7,74 |
| $\sqrt[5]{200}$ | 2,89 | 2,88 |
| $\frac{2}{11}$ | 0,18 | 0,18 |
| $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | 0,71 | 0,70 |
67. Es cierto porque el área es 120, que es entero.
68. La altura es $5\sqrt{3}$. Sí, la aproximación por redondeo es por exceso ya que es 8,7 y las primeras cifras del valor exacto son 8,66025...
69. a) F b) V c) F d) V
70. $[9; 12]$ (también podría verse como $(9; 12)$); $[0; 5)$.
71. a) $(-\infty; -6]$ d) $(-\frac{1}{2}; \infty)$
 b) $(\frac{4}{3}; \infty)$ e) $(-\frac{3}{4}; \frac{5}{2}]$
 c) $[-\frac{1}{3}; \frac{7}{3})$ f) $(-\infty; \frac{4}{5})$
72. a) $x \leq -7$ d) $-\frac{1}{2} \leq x < 0$

b) $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{4}$

c) $x > -\frac{8}{5}$

e) $\frac{9}{4} \leq x \leq \frac{5}{2}$

f) $\frac{2}{5} < x < \frac{9}{5}$

73. a) $\left[-\frac{2}{3}; 3\right]$ $-\frac{2}{3} \leq x \leq 3$

b) $\left(\frac{7}{5}; \infty\right)$ $x > \frac{7}{5}$

c) $\left(-\infty; \frac{7}{5}\right)$ $x < \frac{7}{5}$

d) $\left[-2; \frac{1}{2}\right)$ $-2 \leq x < \frac{1}{2}$

74. a) F b) F c) V d) F e) F

4 Funciones. Sistemas de ecuaciones

ESTO YA LO SABÍA...

1. a) 200 km. b) $d = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} t$ c) 3 hs. d) 600 km.

MATEMUNDO

- 80°C • 2.500 s
- 2. a) $G = 1,4x + 1.600$ b) 1.714 km
- 3. a) No. b) Sí. c) Sí.
- 4. Se elimina la parte del gráfico desde $y = 1$ para arriba.
- 5. Alfredo tiene razón. Si corta el eje y dos veces, a un valor de x le corresponden dos valores de y .
- 6. Crece: $(-\infty; -1)$ $(-1; 0)$. Decrece: $(0; 1)$ $(1; \infty)$. Máximo absoluto: 0, en $x = 0$.
- 7. a) No. Raíz $x = 2$; ordenada al origen (OaO), $y = -2$.
b) No, siempre decrece: $(-\infty; 1)$ $(1; \infty)$.
c) Sí.
d) No. Imagen = $P - \{-1\}$.
- 8. a) $m = 3$, $b = -2$, $x = \frac{2}{3}$. c) $m = -0,5$; $b = 3$, $x = -6$.
b) $m = -1$, $b = -2$, $x = -2$. d) $m = \frac{2}{5}$, $b = \frac{7}{5}$, $x = -\frac{7}{2}$.
- 9. a) $f(x) = x + 1$ b) $x = -1$
- 10. a) $f(x) = -1,26x - 1$ b) $f(x) = x + 2$
- 11. a) La a decrece; $x = -\frac{5}{8}$. La b crece. Raíz: $x = -2$.
- 12. a) Pendiente = 0. La función no crece ni decrece.
b) No tiene raíces porque es una recta horizontal.
- 13. a) No, pues para $x = 2$ hay infinitos valores de y .
b) No. Si se hace $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, en el denominador queda 0.
- 14. La de Lucas. Es la de mayor pendiente.
- 15. a) $20 \text{ m} \rightarrow \text{OaO}$.
b) $10 \text{ m/s} \rightarrow$ pendiente.
c) $t = -2 \text{ s} \rightarrow$ raíz (estuvo en la posición 0 m dos segundos antes de pasar por la posición 20 m).

16. Paralela $y = 4x$. Perpendicular $g(x) = -\frac{1}{4}x$.

17. Sí, tiene razón.

18. $y = 0,2x - 5,8$.

19. La ordenada al origen es $y = -8$.

20. a) Las rectas son: $y = \frac{1}{2}x + 2$; $y = -2x + 2$.

b) Una es horizontal: $y = 3$; la otra es vertical: $x = 2$, y no es función.

22. $y = -\frac{1}{2}x + 3$; $y = 2x + 3$; $h(x) = -3x + 18$. En $(0; 3)$.

23. No.

A VER CÓMO VOY

24. a) Falso. b) Falso. c) Verdadero.

25. Crece: $(-\infty; 0)$ $\left(\frac{10}{3}; \infty\right)$. Decrece: $\left(0; \frac{10}{3}\right)$.

Raíces: $x = 0$; $x = 5$. Máximo relativo $x = 0$; $y = 0$. Mínimo relativo $x = \frac{10}{3}$; $y = -4$.

26. a) OaO: $y = 2$; raíces: $x = 1$; $x = -1$; $x = -3$; $x = 2$.

b) Máximo absoluto: $y = 2$, en $x = 0$. Tiene máximos y mínimos relativos.27. a) Máximo absoluto: $y = 20$. Es la máxima altura que alcanza la pelota.

b) Se encuentra a 40 m.

c) $x = 0$ y $x = 80$. La pelota está en el piso.

29. $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$.

30. a) Falso. c) Verdadero.

b) Verdadero. d) Verdadero.

31. a) $y = x + 5$ b) $y = x - 1$ c) $y = -x + 9$

32. a) Forman un cuadrado.

b) $y = 5x - 9$; $y = \frac{1}{2}x + 4,5$; $y = -x + 3$.

33. a) Falso. b) Verdadero.

34. $x = 2,5$; $y = 4$.

35. $x = 0$; $y = 5$.

36.

Pendientes	Ordenada al origen	Sistema
Iguales	Distintas	Incompatible
Iguales	Iguales	Compatible indeterminado
Distintas	Distintas	Compatible determinado

37. a), b) y f) Compatible determinado.

c) y d) Incompatible.

e) Compatible indeterminado.

38. a) $x = 3$; $y = 0$. f) $x = -1,16$; $y = 1,5$.

b) $x = -2,5$; $y = 0$.

39. Lía encontró la solución.
40. $y = 3$.
41. a) Cuando las rectas coinciden. Todos los valores que satisfacen una ecuación, también satisfacen la otra.
b) Significa que las dos ecuaciones son equivalentes, es decir, las rectas coinciden en todos los puntos.
42. Se llega a una contradicción. Significa que las rectas no se cortan en ningún punto.
43. a) $x = 6$; $y = 40$. Compatible determinado.
b) Sistema compatible indeterminado.
c) $x = -5$; $y = -9$. Compatible determinado.
d) Sistema incompatible.
44. a) Corren durante 7,69 segundos. Helena recorre 61,54 metros y Lucas 38,46 metros.
45. a) $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 1,5 \\ y = 3,5x \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 1 \\ y = -1,5x \end{cases}$
47. a) Si el valor absoluto de a aumenta, las ramas se cierran, y si disminuye, se abren. Y si cambia de signo, la parábola se invierte.
b) La parábola "se mueve" k unidades hacia arriba (si es positivo), o hacia abajo (si es negativo).
c) Si al lado de x aparece un valor positivo, la parábola se desplaza hacia la izquierda h unidades (porque h es negativo); y si al lado de la x aparece un valor negativo, se desplaza hacia la izquierda.
d) h y k son las coordenadas del vértice.
48. a) Eje $x = 3$; vértice: $(3; 1)$; raíces $x_1 = 5$; $x_2 = 1$.
 $f(x) = -0,25(x-1)(x-5)$.
b) Eje $x = -1$; vértice: $(-1; 4)$; no tiene raíces reales.
49. a) Concavidad negativa. Eje: $x = 2$. Vértice: $(2; -3)$.
b) Concavidad positiva. OaO: $y = 1$.
c) Concavidad negativa. Raíces: $x_1 = -3$; $x_2 = 2$.
50. a) Eje $x = 1$; vértice: $(1; -8)$; raíces $x_1 = -1$; $x_2 = 3$; OaO: $y = -6$.
 $f(x) = 2(x+1)(x-3)$; $f(x) = 2(x-1)^2 - 8$.
b) Eje $x = 3$; vértice: $(3; 1)$; raíces $x_1 = 2$; $x_2 = 4$;
OaO: $y = -8$.
 $f(x) = -(x-2)(x-4)$; $f(x) = -(x-3)^2 + 1$.

A VER CÓMO VOY

51. a) Compatible indeterminado.
b) Compatible determinado. $x = 2$; $y = 0$.
c) Compatible determinado. $x = -7$; $y = -11$.
d) Incompatible.
e) Compatible determinado. $x = 5$; $y = 2$.
f) Compatible determinado. $x = -2,5$; $y = 1,75$.

52. $y = \frac{1}{2}x + 4,75$.

53. $x = 2$; $y = 2,5$.

54. a) $c \neq \frac{3}{4}$ y cualquier valor para d .

b) $c = \frac{3}{4}$ y $d = 4$. c) $c = \frac{3}{4}$ y $d \neq 4$.

55. Mati tiene razón. Si las pendientes son distintas, siempre se van a cortar en algún punto.

56. a) Eje $x = -1$; vértice: $(-1; -1)$; raíces $x_1 = -2$; $x_2 = 0$; OaO: $y = 0$.
b) Eje $x = 0$; vértice: $(0; \frac{1}{9})$; raíces $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{1}{3}$; OaO: $y = \frac{1}{9}$.
c) Eje $x = 2$; vértice: $(2; -1)$; no tiene raíces; OaO: $y = -5$.
d) Eje $x = -2$; vértice: $(-2; 1)$; raíces $x_1 = 0$; $x_2 = -4$; OaO: $y = 0$.
e) Eje $x = 1$; vértice: $(1; 3,2)$; raíces $x_1 = -3$; $x_2 = 5$; OaO: $y = 3$.
f) Eje $x = -1$; vértice: $(-1; 0)$; raíces $x_1 = x_2 = -1$; OaO: $y = 0,5$.

57. a) Verdadero. b) Verdadero. c) Falso.

58. a) $x = 9$.
b) Sí, si se escribe en su forma factorizada y se cambia solo el coeficiente principal.
c) $f(x) = 2(x+1)(x-9)$; vértice: $(4; -50)$.

59. a) Falso. $x_1 = -5$; $x_2 = 3$.
b) Falso. Tiene un mínimo.
c) Falso. Es $y = -30$.

60. El gráfico corresponde a f_4 . Su eje de simetría es $x = 1,5$ y su vértice está en el punto $(1,5; 12,25)$.

REPASO TODO

61. a) Crece: $(0; 4)$. Decrece: $(-\infty; 0)$ $(4; \infty)$.
b) No tiene raíces. La OaO es $y = 1$.
c) En $x = 0$ tiene un mínimo relativo: $y = 1$. En $x = 4$ tiene un máximo relativo: $y = 5$.
62. a) Raíz $x = 15$. OaO $y = 6$. Decreciente.
b) Raíz $x = \frac{20}{3}$. OaO $y = -5$. Creciente.
c) Raíz $x = 1,6$. OaO $y = 4$. Decreciente.
d) Raíz $x = \frac{3}{7}$. OaO $y = -1$. Creciente.
63. No tiene razón. La pendiente es positiva.
64. a) $C(x) = 37,5x$; x es la longitud de las paredes (la unidad que corresponde a la pendiente es \$/m).
b) Le alcanza. Le sobran \$ 600.
65. $y_1 = x + 1$; $y_2 = -x + 7$. Son perpendiculares.
66. $y = 3x - 5$. Es creciente.
67. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$. Es decreciente.
68. La otra raíz es $x = -0,8$.
69. $y_1 = x + 4$; $y_2 = -x + 3$. No son las únicas posibles.
70. No es posible. Una podría tener cualquier pendiente, y la otra, la pendiente opuesta e inversa a esa.

71. a) Compatible determinado: $x = 0,5$; $y = 2,5$.
b) Compatible determinado: $x = 3$; $y = 4$.
c) Incompatible.
72. $c = 2$ y $d = -1$.
73. Las coordenadas son $(2,5; 1,5)$.
74. a) $y_1 = x + 3$; $y_2 = -x + 1$; $y_3 = -x + 7$; $y_4 = x - 3$.
b) El otro vértice es $(2; -1)$.
75. a) Se pueden formar dos triángulos rectángulos. Para uno, la recta es $x = 5$; para el otro, $y = -x + 8$.
b) Para la primera recta los vértices del triángulo son: $(-2; 0)$; $(5; 7)$ y $(5; 0)$. Para la segunda recta los vértices son: $(-2; 0)$; $(3; 5)$ y $(8; 0)$.
76. a) $y = 4x + 4$. b) El vértice es $(4; 3)$.
d) Es rectángulo. Por la relación entre las pendientes.
77. a) $y = -\frac{5}{3}x + 4$ b) $(1,5; 1,5)$.
78. a) Eje $x = -1,25$; vértice: $(-1,25; 13,125)$; raíces $x_1 = 1,31$; $x_2 = -3,81$; OaO: $y = -10$; decrece: $(-\infty; -1,25)$; crece: $(-1,25; \infty)$.
b) Eje $x = 0$; vértice: $(0; -5)$; no tiene raíces reales; OaO: $y = -5$; crece: $(-\infty; -0,8)$; decrece: $(0; \infty)$.
c) Eje $x = -0,8$; vértice: $(-0,8; 7,2)$; raíces $x_1 = -2$; $x_2 = 0,4$; OaO: $y = 4$; crece: $(-\infty; -0,8)$; decrece: $(-0,8; \infty)$.
d) Eje $x = 2,5$; vértice: $(2,5; -6,25)$; raíces $x_1 = 0$; $x_2 = 5$; OaO: $y = 0$; decrece: $(-\infty; 2,5)$; crece: $(2,5; \infty)$.
79. Las funciones j y l se corresponden con la función i ; además, la función m se corresponde con h .
Los elementos de k son: eje $x = 1,5$; vértice: $(1,5; 36,75)$; raíces $x_1 = -2$; $x_2 = 5$; OaO: $y = 30$.
80. $f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 6x - 1$.
81. $f(x) = -(x-2)(x-10)$. La otra raíz es $x = 10$.
82. a) La altura máxima es 5 metros. Se alcanza en el instante $t = 1$ segundo.
b) Vuelve a los 2 segundos de ser lanzada.
8. Podría dibujar un rectángulo o un cuadrado.
9. Porque sus diagonales no son iguales.
11. a) No en todos, por ejemplo, en el trapecio no se cumple.
b) No, por ejemplo, el rombo.
c) Es cierto.
13. a) 1.080° b) 720° c) 720°
14. El ángulo central mide 90° .
15. a) 135° b) 135° c) 144° d) $64^\circ 17'9''$
16. a) 60° b) 60° ; equilátero. c) Son iguales.
17. a) Decágono. c) Cuadrado.
b) Dodecágono.
18. a) $3\sqrt{2}$ cm c) $\sqrt{13}$ cm
b) $3\sqrt{3}$ cm d) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ cm
20. a) $P = 12$ cm; $A = 9$ cm².
b) $P = 18$ cm; $A = 9\sqrt{3}$ cm².
c) $P = 4\sqrt{13}$ cm; $A = 12$ cm².
d) $P = 30$ cm; $A = \frac{75}{2}\sqrt{3}$ cm².
22. $A = l^2 = \frac{D^2}{2} = \frac{4L \cdot \frac{L}{2}}{2}$: L es la medida del lado, D la de la diagonal, $4L$ es el perímetro y $\frac{L}{2}$ es la apotema. $A = 9$ cm².
23. a) $P = 5 + 3\sqrt{13}$ cm; $A = 16$ cm².
b) $P = 11,41$ cm; $A = 8,28$ cm².

A VER CÓMO VOY

25. a) Cualquier tipo de paralelogramo: común, rectángulo, rombo o cuadrado.
b) Trapezoide común, romboide, trapecio isósceles, rectángulo, rombo o cuadrado.
c) Trapezoide común o trapecio isósceles.
d) Trapezoide común, trapecio común, trapecio isósceles, paralelogramo común o rombo.
26. a) En un paralelogramo común o en un rectángulo.
b) Que los lados congruentes son consecutivos.
c) El ángulo que se forma entre dos lados (indicando entre qué lados).
27. a) No. b) El ángulo central.
28. b) $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ cm. Se calcula la diagonal, que es igual al diámetro, con Pitágoras, y después se divide por 2.
c) 2,5 cm. Es la mitad de un lado.
d) 90°
29. Todas son falsas.
30. a) $2\sqrt{2}$ cm b) $5\sqrt{2}$ cm c) $4\sqrt{5}$ cm y $8\sqrt{5}$ cm
31. a) $P = 8$ cm; $A = 4,84$ cm².
b) $P = 17,5$ cm; $A = 23,275$ cm².

5 Figuras geométricas

ESTO YA LO SABÍA...

1. Rojo: pentágono (5 lados); celeste: heptágono (7 lados); anaranjado: hexágono (6 lados).
2. a) El octógono tiene 8 y el cuadrado, 4.
b) 10
c) Isodecágono o icoságono.
d) Regulares.
3. a) Romboide. b) Paralelogramo común.
4. Romboide, paralelogramo común, rectángulo.
6. Mati y Lali tienen razón.

32. a) 90° b) π
33. $\frac{11}{6}\pi$ (aprox. 5,76)
34. Juan.
35. b) 300° (es lo que falta para completar el giro).
c) En los extremos de un diámetro (así, los arcos serían semicircunferencias y los ángulos medirían 180° cada uno).
36. a) Inscripto; ángulo central de 60° .
b) Semiinscripto; ángulo central de 132° .
c) Semiinscripto; ángulo central de 230° .
37. a) $28^\circ 30'$ b) 74° c) 105°
38. c) Son iguales porque todos miden la mitad del central correspondiente.
39. a) 180° b) 90° c) 90°
40. Se busca el punto medio del segmento **ab** y se traza una circunferencia con ese centro que contenga ambos puntos. Cualquier punto de la circunferencia distinto de **a** y de **b** puede ser el punto **p**.
41. a) Son suplementarios, o sea, suman 180° (porque los centrales suman 360°).
b) También son suplementarios por el mismo motivo.
42. Pueden inscribirse solo aquellos cuyos ángulos opuestos son suplementarios.
43. b) Suman 180° porque los centrales correspondientes a todos ellos completan un giro (suman 360°).
c) No.
44. a) 68° b) $\hat{a} = 25^\circ$; $\hat{b} = 62^\circ 30'$; $\hat{c} = 37^\circ 30'$
46. a) Acutángulo: dentro del triángulo; rectángulo: en el punto medio de la hipotenusa; obtusángulo: fuera del triángulo.
b) El incentro siempre queda dentro del triángulo.
48. a) Acutángulo: dentro del triángulo; rectángulo: en el vértice del ángulo recto; obtusángulo: fuera del triángulo.
b) El baricentro siempre queda dentro del triángulo.
49. a) En el triángulo equilátero.
b) En el triángulo isósceles.
c) El circuncentro, el ortocentro y el baricentro.

A VER CÓMO VOY

51. a) $\frac{15}{4}\pi$ cm (aprox. 11,78 cm).
b) $\frac{10}{3}\pi$ cm (aprox. 10,47 cm).
52. a) V b) V c) F d) V
53. c) Un cuadrado.
54. a) 45° (el ángulo central correspondiente es de 90°).
b) 45° (le corresponde el mismo ángulo central).

55. a) 36° b) 54°

56. Un romboide: dos lados son radios de la circunferencia y los otros dos, lados del pentágono regular.
57. Circuncentro, porque equidista de los tres vértices.
58. Es el punto **p** porque el triángulo es obtusángulo y, en ese caso, el ortocentro es exterior al triángulo.
59. En el circuncentro, porque equidista de los vértices.

REPASO TODO

60. Uno también mide 50° y los otros dos, 130° cada uno.
62. a) No. Los ángulos miden lo mismo, pero los lados podrían ser diferentes.
b) En el primero, podría haber dibujado infinitos rombos, mientras que en el segundo, solo uno.
65. a) No. Podrían tener una diagonal diferente.
b) En el primero, podría haber dibujado infinitos rombos, mientras que en el segundo, solo uno.
c) Un cuadrado.
67. Se podría agregar, por ejemplo, el ángulo que forman las partes más cortas de las diagonales.
68. Dani, a un rombo; Sol, a un paralelogramo común; Mirta, a un romboide.
69. a) 120° cada uno. c) $112^\circ 30'$ cada uno.
b) 150° cada uno.
70. 10° ; 15° ; 36° ; 40° ; 45° ; 60° ; 90° ; 120° .
71. a) 120° , porque corresponde a los triángulos equiláteros, que son los polígonos con la menor cantidad de lados.
b) Sí, el de 16 lados.
c) No, porque a medida que aumenta la cantidad de lados del polígono, el ángulo central será menor.
72. a) 40° b) 70°
73. Calculá la medida del ángulo central del polígono. Después dibujá un triángulo isósceles con un solo ángulo de esa medida (solo en el caso del hexágono los tres ángulos son iguales). Considerá el vértice de ese ángulo como centro del polígono y hacé más triángulos como el anterior, todos "pegaditos" y con el vértice de ese ángulo en el centro del polígono, hasta completar un giro.
74. 7,43 cm, aproximadamente.
75. a) 5,81 cm, aproximadamente.
b) 2,24 cm, aproximadamente.
76. a) Si el lado se aproxima a 1,36: $P = 12,24$; $A = 11,5056$.
b) $P = 35$; $A = 90,81$, aproximadamente.
77. $5\sqrt{2}$ cm (7,07 cm, aprox.).

78. a) Calculó primero la medida de los lados y con ese valor, la medida de la diagonal.
 b) $\frac{D \cdot d}{2}$, que en el cuadrado es $\frac{D^2}{2}$ porque las diagonales son iguales.
79. a) 62° cada uno. c) 82°
 b) 154° d) 105° cada uno.
80. b) Infinitos.
 c) Sería el ortocentro; el triángulo sería rectángulo.

6 Movimientos

En las rotaciones se mencionan los ángulos más representativos, y no los infinitos posibles.

ESTO YA LO SABÍA...

1. a) Por el eje x, la 3; por el eje y, la 4.
 b) Sole. c) La 7.

MATEMUNDO

El número frente al espejo es el 1 (se ve, junto a su reflejo, como una M).

2. La percha no tiene; la torre y la campana tienen solo uno cada una; la estrella de cinco puntas tiene cinco.
5. a) Cuando el eje pasa por un vértice, pero no contiene puntos del interior de la figura, o cuando el centro coincide con un vértice. En ambos casos, ese punto y su simétrico coinciden.
 b) Cuando parte del eje o el centro están contenidos en la figura (de esta forma, parte de la figura se superpone a su simétrica).
6. El pentágono tiene ejes, pero no centro; el hexágono tiene ambos; el paralelogramo tiene centro, pero no ejes; el trapecio isósceles tiene un eje, pero no centro.
7. a) La A corresponde a una simetría axial, y la B, a una central.
8. El punto más próximo a o es e'; el de arriba a la derecha, es c'; el restante es b'.
9. a) Por ejemplo, un hexágono irregular.
 b) Por ejemplo, un romboide.
 c) Por ejemplo, un rombo.
 d) Por ejemplo, un trapecio rectángulo.
12. a) No.
 b) En un vértice.
 c) 360° . En cualquier lado.
 d) La de 180° .
13. a) 270° o bien -90° . b) 240° o bien -120° .
14. Si se suman sus valores absolutos (es decir, sin considerar el signo), se obtiene 360° .
15. a) El centro es el punto rojo; el ángulo puede ser 90° o -90° .
16. Unió los puntos sin respetar el orden de la figura original.
17. Dulce, porque si los ángulos son opuestos (igual amplitud, pero distinto signo), al hacer la segunda rotación se vuelve a la figura original.

A VER CÓMO VOY

20. En el cuadrado se obtiene siempre la misma figura, mientras que en el romboide depende de la diagonal que se trace. Esto se debe a que una de las diagonales del romboide no corta a la otra en su punto medio.
21. En el rombo (que en este caso, también es cuadrado).
22. Además de las de 0° y 360° , en el rectángulo y el rombo, las de 180° ; en el trapecio, ninguna otra.
24. a) En el obtusángulo, cuando el centro es el vértice del ángulo obtuso.
 b) En el triángulo rectángulo, cuando el centro es el vértice del ángulo recto.
25. En el cuadrado, 90° ; en el pentágono, 72° ; en el hexágono, 60° . En todos los casos coincide con el ángulo central.

27. V F V

29. a) No. b) No, porque no habría traslación.

30. El rosado. Conserva forma, tamaño y orientación.

31. a) $\vec{t}$ b) $\vec{u}$ c) Son opuestos.

32. Emi y Flor, pero Fede no: en el primero no hay una traslación, sino una simetría con un eje horizontal.

33. a) De dos, dependiendo del sentido.
 b) Solo de una porque se indica el sentido.

35. No.

36. La imagen final coincide con la original.

37. Sí en las simetrías axiales; en general, no ocurre en las rotaciones ni en las traslaciones.

38. Una rotación de -90° y una o más traslaciones.

39. a) Se puede hacer una traslación y luego una rotación de la imagen obtenida.
 b) Se puede hacer una traslación y luego, rotaciones de cada imagen obtenida hasta completar el giro.

41. Rony y Ceci. Clarita no, porque la imagen que resulta de trasladar la original según v no es la misma que la que se obtiene al trasladar la original según w.

42. a) Axial. b) 260° o bien -100° .

43. a) 72° , en cualquier sentido.
 b) Sí, pero la suma de los cinco tendría que dar 360° .
 c) Sí, porque igual completaría un giro.

45. a) De igual módulo y dirección, pero sentido opuesto.
b) De igual dirección, sentido y módulo.
c) De igual sentido.
d) De igual módulo.
46. El a y el c, porque cambia la orientación de la imagen.
48. Sí, porque al volver a la posición original es como si no se hubiese trasladado.
49. Simetría axial, traslación y rotación, en ese orden.
50. a) 90° o -90° . b) Deben coincidir.
51. Puede realizar una simetría de eje horizontal, luego una de eje vertical y finalmente otra de eje horizontal, considerando los ejes trazados. También podría realizarse con una simetría de centro p, una simetría axial y otra simetría central, entre otras formas.
52. Juli pudo usar la del ítem anterior; Pablo pudo realizar una rotación de 100° y centro b, luego otra de 80° y centro a', por último otra de 100° y centro b'; Male pudo haber hecho una de las rotaciones de Pablo y luego dos simetrías, o dos rotaciones y una simetría. Sí, hay más formas de resolverlo.

REPASO TODO

54. a) Triángulo rectángulo e isósceles.
b) El ángulo adyacente al eje de simetría mide 30° .
55. En el punto medio de la hipotenusa.
56. En el vértice del ángulo recto.
57. Puede hacer cualquier rotación de 360° .
60. a) V b) F c) F d) V
61. Pudo considerar el sentido opuesto al realizar la segunda traslación.
62. a) Más lejos.
b) La misma, pues el módulo de $v + w$ es igual al de $-v - w$.
63. Simetrías axiales.
64. a) Una simetría axial o una traslación.
b) Una rotación.
65. a) Son paralelos. b) Una traslación.
66. a) Perpendiculares.
b) La intersección entre los ejes.
67. a) Realizó una simetría axial al trapecio isósceles, una simetría central al triángulo celeste y otra al amarillo (también pudo rotarlos y trasladarlos), y trasladó el paralelogramo verde.
b) Sí; el rectángulo que se formó al reacomodar las partes ocupa la misma área que el hexágono.

7 Proporcionalidad, semejanza y trigonometría

ESTO YA LO SABÍA...

1. El rojo.
2. a) $\frac{7}{9} = \frac{49}{63}$ c) $\frac{12}{44} = \frac{39}{11}$
b) $\frac{8}{5} = \frac{20}{12,5}$ d) $\frac{18}{12} = \frac{12}{8}$
3. a) Los tres primeros sí; el último tiene más de una respuesta posible.
b) Los dos lugares se completarían con 12.
4. La única que está en lo cierto es Ema.
5. a) El alto de la ventana se representa con 10 cm.
b) Es correcto.
c) Debería representarlo con un rectángulo de 20 cm por 10 cm.
d) Debería representarlo con un segmento de 28 cm.
6. Si se traza la recta que pasa por los puntos (12; 120) y (7; 70), que representan los datos, puede notarse que los puntos que corresponden a afirmaciones erróneas no pertenecen a ella. (En GeoGebra los puntos se ingresan con coma).
7. 3.000 latas.
8. 2 horas y 55 minutos.
9. 100 vueltas.
10. a) Proporcionalidad directa; $k = 1,5$.
b) No corresponde a una proporcionalidad.
c) Proporcionalidad inversa; $k = 6$.
d) No corresponde a una proporcionalidad.
e) Proporcionalidad inversa; $k = 20$.
f) Proporcionalidad directa; $k = 0,5$.
11. Directa
- | | | | | | | |
|---|---|---|----|----|----|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| y | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
- Inversa
- | | | | | | | |
|---|----|----|----|---|-----|---|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| y | 36 | 18 | 12 | 9 | 7,2 | 6 |
12. En el caso b.
13. a) 1,20 (aprox.) b) 2,45 (aprox.)
14. a) $x = 4$; uno de los segmentos mide 3 y el otro, 5.
b) $x = 5$; uno de los segmentos mide 2,5 y el otro, 4.
15. a) $\overline{nq} = 1,60$ y $\overline{pq} = 2,56$; $\overline{pn} = 2,00$; $\overline{mr} = 4,00$
b) $\overline{pr} = 3,91$; $\overline{mr} = 2,50$; $\overline{qn} = 3,33$
16. Los triángulos semejantes son el azul y el anaranjado; los pentágonos semejantes son el amarillo y el verde.

17. a) La razón es 0,5. b) La razón es 3.
18. El triángulo obtusángulo se desecha primero. Luego según el criterio LAL los triángulos semejantes son el rosado y el verde (los dos son rectángulos e isósceles).
19. a) AA: el ángulo c mide igual en los dos triángulos (son opuestos por el vértice); además los dos triángulos tienen un ángulo de 105° .
b) LLL: la base del triángulo grande es el doble de la base del más chico, al igual que los otros lados.
c) LAL: comparten el ángulo a ; la proporcionalidad de los lados se cumple por el T. de Tales: $\frac{\overline{ac}}{\overline{ab}} = \frac{\overline{ad}}{\overline{ae}}$.
20. La casita anaranjada tiene el ángulo superior distinto al resto. En las restantes, el ángulo es recto (los triángulos son rectángulos e isósceles).
21. El ángulo a es el mismo para las dos figuras, por lo tanto los triángulos aqd y apd' son congruentes por el criterio AA. Al unir los vértices q y b de la figura anaranjada, y los vértices p y b' de la azul, se determinan dos triángulos rectángulos isósceles semejantes: aqb y apb' . Midiendo, se determina que los triángulos cqb y $pc'b'$ también son semejantes.
22. a) V c) F e) V g) V
b) F d) V f) F
23. a) La hipotenusa mide 20.
b) El otro cateto 3 y la hipotenusa 5. No, hay otra posibilidad.

A VER CÓMO VOY

24. b y c.
25. a) Debería recibir \$ 75. Directa.
b) No es una relación de proporcionalidad.
c) Tardarían 36 h. Inversa.
26. a) No es una relación de proporcionalidad.
b) Inversa, $k = 5$.
c) Directa, $k = 0,5$.
27. a) $x = 9,625$ b) $x = 12,34$ (aprox.)
28. El b no es cierto.
29. 7,5 cm y 10,61 cm (aprox.)
30. En el triángulo abd tiene dos ángulos iguales al abc (el recto y a). El triángulo bcd también tiene dos ángulos iguales al abc (el recto y b). En consecuencia, también el abd es semejante al bcd .

31. a) $\sin(\theta) = \frac{3,61}{4,57}$; $\cos(\theta) = \frac{2,81}{4,57}$; $\tan(\theta) = \frac{3,61}{2,81}$
b) $\sin(\theta) = \frac{5,96}{6,51}$; $\cos(\theta) = \frac{2,62}{6,51}$; $\tan(\theta) = \frac{5,96}{2,62}$
32. Los valores se redondearon a los milésimos.
a) 0,906 d) 0,259 g) 0,747
b) 0,423 e) 0,966 h) 0,743
c) 0,466 f) 3,732 i) 1,000

33. Los valores se redondearon a los minutos.
a) 45° d) $75^\circ 31'$ g) 60°
b) 45° e) 30° h) $81^\circ 53'$
c) $35^\circ 15'$ f) $22^\circ 47'$ i) $63^\circ 26'$
34. a) El seno, entre 0 y 1. El coseno, entre 0 y 1.
b) No. La tangente varía de cero a infinito.
c) Son iguales.
35. a) $\hat{h} = 42^\circ$; $\overline{fh} = 17,94$; $\overline{gh} = 12,00$
b) $\hat{o} = 20^\circ$; $\overline{no} = 6,04$; $\overline{nm} = 2,20$
36. a) $\overline{ts} = 7,20$; $\hat{t} = 37^\circ 39' 56''$; $\hat{s} = 52^\circ 20' 4''$
b) $\overline{pq} = 4,00$; $\hat{r} = 53^\circ 7' 48''$; $\hat{q} = 36^\circ 52' 12''$
37. a) $\overline{sr} = 5,70$
b) $\hat{d} = 52^\circ$ (aprox.)
38. a) $d = 75,64$ m b) $l = 212,13$ m
39. a) $a = 3,86$ cm
b) Se forman dos ángulos de $106^\circ 15' 37''$ y otros dos de $73^\circ 44' 23''$.
c) $h = 184,43$ cm
d) $\theta = 16^\circ 3' 59''$
40. Los dos están bien.

A VER CÓMO VOY

41. a) $\overline{ac} = 4,27$; $\sin \hat{a} = \frac{3,6}{4,27}$; $\cos \hat{a} = \frac{2,3}{4,27}$; $\tan \hat{a} = \frac{3,6}{2,3}$
b) $\overline{df} = 2,78$; $\sin \hat{d} = \frac{7,5}{8}$; $\cos \hat{d} = \frac{2,78}{8}$; $\tan \hat{d} = \frac{7,5}{2,78}$
42. Los resultados se truncaron a los milésimos.
a) 0,957 c) 0,292 e) 3,305
b) 0,289 d) 0,999
43. a) El valor de e es igual al cociente entre a y b .
b) Sí, $\tan \hat{a} = \frac{\sin \hat{a}}{\cos \hat{a}}$.
44. a) $\alpha = 77^\circ$ c) $\alpha = 44^\circ 15' 23''$ e) $\alpha = 60^\circ$
b) $\alpha = 13^\circ$ d) $\alpha = 18^\circ 30'$
45. $\overline{pn} = 28,42$; $\overline{pm} = 22,40$; $\hat{p} = 38^\circ$
 $\overline{rq} = 11,39$; $\hat{q} = 73^\circ$; $\hat{s} = 17^\circ$
46. $\overline{pn} = 1,95$; $\overline{mo} = 5,67$
47. $\overline{ab} = 11,01$ cm; $\overline{ac} = 10,35$ cm; $\overline{bc} = 3,76$ cm
48. Los lados miden 8,84 cm.
50. El mayor mide 4,41 cm y el menor 2,35 cm.
51. La escalera alcanza una altura de 2,92 m.

REPASO TODO

52. Forman una proporción: a, b, d, f .

53. a) 21 c) 20,25 e) 6
b) 37,5 d) 2,25 f) 50 y 2 (hay otros).

54. a) Proporcionalidad directa. De izquierda a derecha se completa con: 7; 12 (en x); 50 (en y).
b) Proporcionalidad inversa. De izquierda a derecha se completa con: 10 (en x); 2,5; 0,5 (en y).
c) Proporcionalidad inversa. De izquierda a derecha se completa con: 40 (en x); 60; 4 (en y).
d) Proporcionalidad directa. De izquierda a derecha se completa con: 11 (en x); 0,5; 4 (en y).

55. Directa.

56. a) $x = 8,4$. c) $x = 2,2$ e $y = 3,6$.
b) $x = 5,5$. d) $x = 1,1$; verde: 3,6; rojo: 3,2.

57. a) Verdadera. b) Verdadera. c) Falsa.

59. Alan lo hizo correctamente.

60. a) Verdadera. b) Falsa. c) Verdadera.

62. a) Verdadera. c) Falsa.
b) Verdadera. d) Verdadera.

63. $\sin(\alpha) = \frac{7,2}{9,3}$; $\cos(\alpha) = \frac{5,9}{9,3}$; $\tan(\alpha) = \frac{7,2}{5,9}$.

64. Los valores se redondearon a los milésimos.

- a) 0,267 c) 0,859 e) 0,179
b) 0,938 d) 0,997 f) 0,991

65. a) Verdadera.
b) Falsa (disminuye).
c) Falsa (aumenta, pero supera el 1).

66. a) 60° c) 30° e) 65°
b) 26° d) 80° f) 80°

67. a) $\overline{ab} = 20,56$; $\hat{a} = 31^\circ 40' 50''$; $\hat{b} = 58^\circ 19' 10''$.
b) $\overline{df} = 20,44$; $\hat{e}f = 18,05$; $\hat{f} = 28^\circ$.
c) $\overline{ig} = 13,22$; $\hat{i}h = 16,32$; $\hat{g} = 51^\circ$.
d) $\overline{jl} = 19,22$; $\hat{j} = 30^\circ$; $\hat{k} = 60^\circ$.

68. Diámetro 4,50; $\alpha = 21^\circ 8' 22''$.

69. a) Aproximadamente 12° . b) Mide 11,74 m.

70. La altura es 2,23.

71. El perímetro es 20,34. El área es 28,48.

72. La diferencia de alturas es de 1,5 m.

73. $x = 6,36$ cm.

8 Estadística, combinatoria y probabilidad

ESTO YA LO SABÍA...

- La respuesta correcta es la c).
- Hay 9 varones.
- El 40%.

MATEMUNDO

Instituto Nacional de Estadística y Censos (INDEC). Se encarga de los censos poblacionales, los índices de desocupación, índices de precios, inflación, etcétera.

4. a) La población está formada por todos los alumnos de la escuela; se trabajó con una muestra porque solo se eligieron algunos al azar de cada curso.
b) La pregunta 1) y la 4): variables cualitativas; la pregunta 2): variable cuantitativa discreta (porque se suele responder con los años cumplidos, sin considerar, meses, semanas, días ni horas); la restante: cuantitativa continua.

5. a)

Peso (en kg)	f	fr	f%	F%
[50; 55)	8	0,2	20%	20%
[55; 60)	16	0,4	40%	60%
[60; 65)	10	0,25	25%	85%
[65; 70)	4	0,1	10%	95%
[70; 75]	2	0,05	5%	100%
Totales	40	1	100%	

- b) El intervalo de pesos más frecuente es [55; 60). Corresponde el 40%.
c) El 85% tiene un peso menor a 65 kg. Puede verse en la última columna, la de F%.
d) El total de fr es 1 y el de f% es 100%.
e) Porque al sumar todas las fr se obtiene $\frac{n}{n}$ (si n es la cantidad total de datos), que es igual a 1. Y el total, expresado en porcentaje, es el 100%.
6. El primero es más adecuado porque los deportes no se relacionan entre sí. El segundo podría emplearse para visualizar la evolución en el tiempo de cierto evento.
7. a) 60° .
b) Los porcentajes aproximados son: miércoles y viernes, 16,67% cada día; jueves, 33,33% y sábado, 8,33% (el valor del martes era 25%, completando así el 100%).
8. b) [0,5; 1,5); [1,5; 2,5); [2,5; 3,5); [3,5; 4,5); [4,5; 5,5); [5,5; 6,5); [6,5; 7,5].
c) 34.
10. a) La moda es 4 programas educativos, al igual que la mediana.
b) La media es de 3,6 programas educativos.

11. a)

Dato	f	fr	f%	F%
[25; 30)	5	0,15	15,15%	15,15%
[30; 35)	5	0,15	15,15%	30,30%
[35; 40)	5	0,15	15,15%	45,45%
[40; 45)	6	0,18	18,18%	63,63%
[45; 50)	2	0,06	6,06%	69,69%

[50; 55]	10	0,30	30,30%	99,99%
Totales	33	1	99,99%	

Nota: al aproximarse los porcentajes parciales, el total no llega al 100%. Sin embargo, si se hubiese trabajado con todos los decimales (o con la fracción equivalente a cada número periódico), el resultado sería exacto.

- b) El 69,69% gastó menos de \$ 50.
c) El intervalo modal es [50; 55], mientras que la mediana se encuentra en el intervalo [40; 45].
d) El gasto medio fue de \$ 41,29.
12. a) La variable es el peso de los alumnos. Es cuantitativa continua.
b) La población está formada por todos los alumnos de la escuela. El tamaño de la muestra es de 150 alumnos.
c) Aproximadamente el 65,33%.
d) El peso medio es de 53,3 kg. Corresponde al intervalo [50; 55], que además es el intervalo modal y al que también pertenece la mediana.
13. a) Tiene 85 empleados.
b) No. El sueldo más alto es de \$ 16.000.
c) Sí, porque la media es de \$ 10.176 aproximadamente.
d) La mediana está en el [8.000; 10.000), cuya marca de clase es \$ 9.000. Ambas son representativas (debe considerarse la explicación de la elección de cada una para dar por válida esta respuesta).
14. a) Los intervalos considerados para realizar el histograma son [2,5; 3,5); [3,5; 4,5); [4,5; 5,5); [5,5; 6,5); [6,5; 7,5].
b) La media que se obtiene después de agrupar los datos, a partir de la marca de clase, es 4,4583. La media que se obtiene usando los 24 datos sin agrupar es 4,45. Este último valor coincide con el que da GeoGebra en todas sus cifras, mientras que el primero es muy aproximado. Todos caen en el mismo intervalo.
c) El valor que da GeoGebra para la mediana pertenece al [3,5; 4,5), que es el primero en el que se supera el 50% del porcentaje acumulado.
d) Los valores que se obtienen al usar todos los datos están en los mismos intervalos que los que se obtienen al agrupar los datos; por eso, es más sencillo trabajar con esta agrupación sin temor a perder mucha información.

A VER CÓMO VOY

15. a) Circular.
b) Circular o de barras.
c) Histograma.
d) Circular o de barras.
e) Polígono de frecuencias.

16. a)

Mes	f	fr	f%	F%
Enero	80	0,24	24,24%	24,24%
Febrero	65	0,1969	19,70%	43,94%
Marzo	50	0,15	15,15%	59,09%
Abril	60	0,18	18,18%	77,27%
Mayo	75	0,227	22,72%	100%
Totales	330	1	100%	

- b) Solo la moda, que es Enero. Los restantes no porque los datos no son numéricos.
c) Ángulo aproximado de cada sector: Enero, 87°; Febrero, 71°; Marzo, 55°; Abril, 65°; Mayo, 82°.

17. La media de las edades es 25,08 años.

18. a) La moda de los alquileres es \$ 5.500, es decir, hay más departamentos en alquiler por ese monto que por cualquier otro.
b) La mediana es \$ 5.000.
c) La media es \$ 4.736,36.
d) En este caso, la mediana es más representativa porque más del 50% de los departamentos se alquilan por un monto más próximo a ese valor que al de la media.
e) El más conveniente puede ser el gráfico de barras.
19. a) El intervalo modal es [48; 60]. Puede verse en el gráfico porque es el que tiene la barra más alta.
b) La mediana está en el intervalo [24; 36].
c) La media del tiempo de entrenamiento es 31,33 minutos (31 min 20 seg).
20. a) 42 conductores, es decir, el 93,33% aproximadamente.
b) El 77,78% aproximadamente.
c) La media es 80,83 km/h.
21. Obsequiaría medio pasaje a cada división porque ambas tienen el mismo promedio de notas: 7,416.

22. a) Puede ordenarlas de $7! = 5.040$ formas distintas.
b) Así tiene $5! = 120$ formas distintas de ordenarlas.
c) Ahora solo tiene 24 formas:
DNI - libre - tarjetas del banco - libre - tarjetas de puntos - libre - SUBE $\rightarrow (3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1) = 12$.
DNI - libre - tarjetas de puntos - libre - tarjetas del banco - libre - SUBE $\rightarrow (2 \cdot 1) \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1) = 12$.
23. a) Tiene $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 = 630$ opciones.
b) Así tiene $2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 = 18$ opciones.
24. a) Podría generar $72 \cdot 71 \cdot 70 \cdot 69 \cdot 68 \cdot 67 \cdot 66 \cdot 65 \cdot 64 \cdot 63$ claves distintas. (No se está contando la ñ).
b) De esta forma podría generar $40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot 32 \cdot 31$ claves distintas.
25. a) Puede haber $\frac{15.600 \cdot 15.599 \cdot 15.598}{3 \cdot 2 \cdot 1}$ ternas ganadoras.
b) Y ternas en las que está Vale hay $\frac{15.599 \cdot 15.598}{2 \cdot 1}$.
26. No, porque el tren y el avión no emplean esas rutas.
27. De 8 maneras distintas.
28. Tiene una probabilidad de $\frac{3}{15.600}$.
29. La probabilidad de acertar en el primer intento es $\frac{1}{7!}$ (contando a "maricel" como una clave posible). Y la de acertar en el segundo intento es $\frac{1}{7! - 1}$.
30. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{12}$
c) Es 0 porque no hay ninguna cara con ese número.

31. En los ítems a), c) y e) es 1; en los restantes es 0.
32. a) En todos los casos fueron 0 o 1: es 0 si no puede ocurrir lo que se pide, y 1 si siempre ocurre.
b) El menor es 0 y el mayor es 1.
33. a) $4 \cdot 3 \cdot 6$. b) $\frac{3 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 6} = \frac{5}{8}$.
34. Sí, ambos obtuvieron el mismo resultado. Male pensó que de las 50 cartas, hay 14 entre las de oro y los comodines. Mati contó las que no le servían: son 36. Entonces a la probabilidad total, que es 1, le restó la probabilidad de que no sea de oro ni un comodín.

A VER CÓMO VOY

35. a) 10! c) $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$
b) 9! d) $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$
36. Podrá hacer $6 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 3 = 648$ combinaciones.
37. Hay 12 resultados posibles: Cara-1; Cara-2; Cara-3; Cara-4; Cara-5; Cara-6; Ceca-1; Ceca-2; Ceca-3; Ceca-4; Ceca-5; Ceca-6.
38. Habrá 4^6 números.
39. Se pueden formar $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 300$ números.
40. La probabilidad es $\frac{220}{250} = 0,88$.
41. La probabilidad de que sea blanco es $\frac{12}{30} = 0,4$ y de que sea de color, $\frac{18}{30} = 0,6$.
42. $\frac{29}{129}$
43. $\frac{7}{9}$
44. $\frac{19}{58}$
45. a) $\frac{42}{84} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{20}{84} = \frac{5}{21}$
b) $\frac{53}{84}$ d) $\frac{27}{84} = \frac{9}{28}$
46. La d) porque la probabilidad varía entre 0 y 1, incluyendo esos valores.

REPASO TODO

47. a) La variable estudiada es el tipo de música de preferencia; es una variable cualitativa.
b) Solo la moda porque los datos no son numéricos. En este caso, la moda es el rock.
c) 200 alumnos. d) 54 alumnos. e) El 3%.
48. a) El gráfico circular muestra la frecuencia porcentual (el porcentaje), y el de barras, la absoluta.
- b)
- | Dato | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Total |
|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-------|
| f | 6 | 9 | 16 | 12 | 7 | 50 |
| f _% | 12% | 18% | 32% | 24% | 14% | 100% |
- c) La altura de la barra es igual a la frecuencia absoluta correspondiente.

- d) La moda es 6 salidas. Puede verse rápido observando el dato con la barra más alta.
e) La mediana es 6 salidas.
f) La media es 6,1 salidas.

49. a) En el intervalo [2,9; 3,3).

b)

Peso	[2,1; 2,5]	[2,5; 2,9]	[2,9; 3,3]	[3,3; 3,7]	Total
f	8	8	11	5	32
fr	0,25	0,25	0,34	0,16	1
f _%	25%	25%	34%	16%	100%
F _%	25%	50%	84%	100%	

- c) El 75%.
d) La media es 2,8625 kg.
e) El histograma porque la variable es continua.
50. a) Hubo 32 infractores.
b) De 36 años o más, a 45 años, sin incluir, que corresponden al intervalo modal: [36; 45).
c) La mediana corresponde al intervalo [36; 45).
d) La edad media es 38,8125 años. Los tres pertenecen al mismo intervalo.
51. a) 56 pilas.
b) La vida media es de 47,86 horas (aprox.).
c) La mediana cae en el intervalo [45; 50) y el intervalo modal es el [40; 45).
d) Cualquier respuesta puede ser válida, dependiendo de la justificación dada.
52. a) Podrían combinarse de $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ formas.
b) No es cierto porque para ella la cantidad de formas de combinarlos es $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.
53. Tiene 24 formas de colgarlos.
54. Tienen 24 formas de sentarse alrededor de la mesa circular: $\frac{5!}{5}$.
55. Se puede formar de $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ maneras.
56. a) $\frac{1}{6}$
b) Se espera obtener $500 \cdot \frac{1}{6}$ veces el 3, es decir, alrededor de 83 veces.
57. a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{90}$
c) No. La probabilidad de tener un 3 es mayor que la de no tenerlo: $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{5}$, respectivamente.
58. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
e) Aumentó, porque la cantidad de bolillas rojas sigue siendo la misma, pero el total disminuyó. Ahora, la probabilidad es $\frac{3}{5} = 0,6$.
59. La probabilidad es $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.
60. $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23}$.
61. a) 26 alumnos. b) $\frac{14}{26} = \frac{7}{13}$

NOTAS

Lined area for notes, consisting of multiple horizontal lines.

NOTAS

Lined area for notes.

Entre números

III

Actividades de Matemática