Libro para el docente

Matemática

en 7.° primaria CABA / 1.° secundaria

Claudia Broitman
Horacio Itzcovich
María Mónica Becerril
Betina Duarte
Patricia García
Verónica Grimaldi
Héctor Ponce

SANTILLANA

Matemática en

7.° primaria CABA

1.° secundaria

Libro para el docente

Matemática en 7.º CABA/ 1.º ES. Libro para el docente es una obra colectiva, creada, diseñada y realizada en el Departamento Editorial de Ediciones Santillana, bajo la dirección de Graciela Pérez de Lois, por el siguiente equipo:

Coordinación general: Claudia Broitman.

Coordinación didáctica: Claudia Broitman y Horacio Itzcovich.

Autoría: María Mónica Becerril, Betina Duarte, Patricia García, Verónica Grimaldi y Héctor Ponce.

Lectura crítica: Andrea Novembre.

Edición: Juan Sosa.

Jefa de edición: María Laura Latorre.

Gerencia de Gestión Editorial: Mónica Pavicich.

SANTILLANA

La realización artística y gráfica de esta edición ha sido efectuada por el siguiente equipo:
Jefa de arte: Claudia Fano
Diseño de tapa y diagramación: Alejandro Pescatore
Corrección: Paula Smulevich
Ilustración: Leonardo Arias, Lancman Ink
Ilustraciones matemáticas: Manuel Lois
Documentación fotográfica: Leticia Gómez Castro, Teresa Pascual y Nicolas Verdura
Preimpresión: Marcelo Fernández, Gustavo Ramírez y Maximiliano Rodríguez
Gerencia de producción: Gregorio Branca

La presente publicación se ajusta a la cartografía oficial establecida por el Poder Ejecutivo Nacional de la República Argentina a través del IGN Ley –22.963– y fue aprobada por el expediente GG11 2149/5 del 15 de agosto de 2011.

Av. L. N. Alem 720 (C1001AAP),
Ciudad Autónoma de Buenos Aires,
Argentina.

ISBN: 978-950-46-2432-5
Queda hecho el depósito que dispone
la Ley 11.723.

Matemática en 7.º primaria CABA/ 1.º secundaria. Libro para el docente / María Mónica Becerril ... [et.al.] ;
coordinado por Claudia Broitman y Horacio Itzcovich.
- 10a ed. - Buenos Aires : Santillana,
2011.
192 p. ; 28x22 cm.

ISBN 978-950-46-2432-5

1. Guía Docente. 2. Matemática. I. Becerril, María Mónica II. Broitman, Claudia, coord. III. Itzcovich, Horacio, coord.
CDD 371.1

Impreso en Argentina. Printed in Argentina.
Primera edición: octubre de 2011.

Este libro se terminó de imprimir en el mes de octubre de 2011 en FP Compañia Impresora, Beruti 1560, Florida, Buenos Aires, República Argentina.

Índice

Índice de contenidos

Capítulo 6. Fracciones y decimales

Capítulo 7. Área y perímetro de figuras

Capítulo 8. Proporcionalidad

Capítulo 9. Cuerpos geométricos

Capítulo 10. Estadística

La intención de este apartado es hacer explícitas algunas ideas sobre la enseñanza de la Matemática que fundamentan las decisiones adoptadas para la elaboración de este libro.

El papel que podrían jugar los problemas

Los problemas constituyen la base del trabajo matemático, permiten proponer nuevos desafíos y durante cierto tiempo se constituyen en objeto de estudio. Se parte de la idea de que es necesario que los alumnos se enfrenten a nuevas y variadas situaciones que promuevan procesos constructivos a partir de la exigencia de poner en juego conocimientos que pudieran estar disponibles. Este proceso exige elaboraciones y reelaboraciones sucesivas que pueden propiciarse desde la enseñanza apuntando a un acercamiento progresivo desde los conocimientos de los alumnos hacia los saberes propios de la Matemática.

¿Qué entendemos por problema? Para que los alumnos puedan ir construyendo una idea acerca del trabajo matemático y del sentido de los conocimientos que se intenta transmitir, precisan enfrentarse a situaciones que les presenten cierto grado de dificultad, en las que los conocimientos que disponen no resulten suficientes para dar cuenta de una resolución, de una respuesta. No se espera, entonces, que "salgan bien" desde el primer intento; por el contrario, es el desafío que propone la situación el que genera la posibilidad de producir algo nuevo. La complejidad de los problemas ha de ser tal que los conocimientos de los alumnos no sean suficientes para tratarlos "con comodidad", pero a la vez debe permitirles imaginar y desplegar formas de resolución o exploración. Es esperable que las estrategias utilizadas inicialmente no sean "expertas" ni muy económicas, pero constituirán el punto de partida para la producción de nuevos conocimientos. Analicemos por ejemplo esta situación:

1 Se desea repartir 19 alfajores entre 4 niños, de modo que cada uno reciba la misma cantidad, sin que sobre nada.

a) ¿Cómo puede efectuarse el reparto?

b) ¿Cuánto le tocará a cada niño?

Inicialmente algunos alumnos podrán pensar cuántos dar a cada uno repartiendo los enteros ("dos para cada uno sobran, tres para cada uno sobran, 4 para cada uno sobran, 5 para cada uno no me alcanza"); otros directamente podrán ensayar con multiplicaciones $4 \times 1 = 4$, $4 \times 2 = 8$ hasta llegar a $4 \times 4 = 16$ y determinar que sobran 3; otros reconocerán directamente la división y harán la cuenta y hasta tal vez algún alumno dibuje los 19 alfajores. En todos estos procedimientos los alumnos deberán enfrentarse luego a cómo repartir los 3 alfajores que sobran. Nuevamente habrá diversidad de estrategias. Algunos dibujarán los alfajores sobrantes y los partirán en medios o cuartos para repartirlos. Como producto de un espacio de trabajo colectivo en el que se analicen recursos diferentes, podrán reconocer que al repartir 3 entre 4 se obtienen $3/4$. El docente podrá generar una discusión respecto de "dónde dice" $3/4$ en esta cuenta de dividir:

$$\begin{array}{r|l} 19 & 4 \\ \cline{2-2} 3 & 4 \end{array}$$

El problema siguiente será, como se indicó anteriormente, un punto de partida para instalar recursos más avanzados:

2 Un abuelo quiere repartir 47 chocolates entre sus 5 nietos, de manera que todos reciban la misma cantidad y no sobre nada.

a) Buscá dos maneras de hacer el reparto.

b) ¿Cómo podrías explicar que las expresiones obtenidas en cada reparto son equivalentes?

c) Para saber cuánto le toca a cada niño, el abuelo hizo esta cuenta: ¿Cómo se podría usar la información que brinda la cuenta para resolver el problema?

$$\begin{array}{r|l} 47 & 5 \\ \hline 2 & 9 \end{array}$$

Se espera entonces que en los siguientes problemas los alumnos hayan ya establecido –a partir de las intervenciones del docente– la relación entre las fracciones como resultado de un reparto y la división. Estos nuevos recursos empezarán a descontextualizarse de los problemas que los hicieron surgir y serán identificados como nuevos conocimientos a seguir utilizando.

Además de los "enunciados con preguntas", otras prácticas también pueden constituir problemas, por ejemplo:

- explorar diferentes maneras de resolver un mismo cálculo

3 Buscá tres maneras distintas de resolver estos cálculos.

a) 36 × 40 =

b) 12 × 101 =

- interpretar procedimientos diferentes a los propios

7 Para calcular mentalmente el resultado de 180 : 5, Ana divide por 10 y al resultado lo multiplica por 2. ¿Es correcta esta manera de hacerlo?

- determinar la validez de ciertas afirmaciones

6 Calculá mentalmente estas divisiones.

a) 480 : 4 =

b) 55.000 : 5 =

c) 1.240 : 4 =

d) 30.030 : 3 =

e) 1.218 : 6 =

f) 24.600 : 6 =

- determinar una medida sin medir

5 Construí, si es posible, un triángulo isósceles que tenga un ángulo de 30° y otro de 80°. ¿Se podrá saber cuánto mide el tercer ángulo antes de hacer la construcción?

- copiar una figura

4 Copiá este cuadrado usando regla no graduada y compás.

- anticipar si será posible realizar una determinada construcción bajo ciertas condiciones

3 Investigá en cada caso si se puede construir el triángulo o no.

a) ☐ Los lados miden 8 cm, 5 cm y 3 cm.

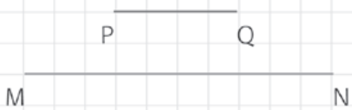
b) ☐ Los lados miden 7 cm, 4 cm y 6 cm.

c) ☐ Los lados miden 6 cm, 2 cm y 3 cm.

d) ☐ Los lados miden 10 cm, 5 cm y 5 cm.

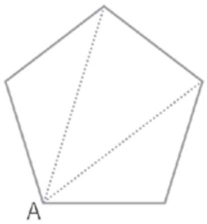
- analizar la cantidad de soluciones que podría admitir un problema

5 En una hoja lisa, con regla no graduada y compás, dibujá un triángulo sabiendo que el segmento PQ es la altura correspondiente al lado MN. ¿Cuántos triángulos diferentes se podrían dibujar?



- interpretar o producir demostraciones de ciertas propiedades

1 **a)** En este pentágono regular se han trazado todas las diagonales desde el vértice A. ¿Cómo podrías utilizar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° para averiguar la suma de los ángulos interiores del pentágono?



b) ¿Sería diferente tu respuesta si el pentágono fuera irregular? ¿Por qué?

Una vuelta de tuerca entre todos

Cada vez que se agrega un lado a un polígono, la suma de los ángulos interiores aumenta 180°. Expliquen por qué ocurre esto.

- interpretar expresiones sencillas que involucran letras

Una vuelta de tuerca entre todos

¿Qué valores pueden tomar a, b y c para que la igualdad sea verdadera? ¿Hay una sola posibilidad?

Volumen = $a \times b \times c = 180\ cm^3$

- establecer relaciones entre cálculos

2 Sabiendo que $12 \times 20 = 240$, calculá mentalmente los resultados de:

a) $22 \times 20 =$ d) $12 \times 30 =$

b) $32 \times 20 =$ e) $12 \times 40 =$

c) $42 \times 20 =$ f) $12 \times 50 =$

- establecer relaciones entre conceptos

3 Se quiere repartir 59 chocolates entre 8 chicos, de manera que todos reciban la misma cantidad y no sobre nada. ¿Cómo podés usar esta cuenta para saber cuánto le toca a cada uno?

59	8
3	7

- establecer condiciones o un dominio de validez

5 En este prisma se duplican las medidas de los lados de la base. ¿Qué habrá que hacer con la medida de la altura para que su volumen no cambie?

Secuenciación de los problemas

Para promover avances sobre el dominio de un concepto por parte de los alumnos, un recorrido posible es la resolución de una colección de situaciones similares. Se busca que los alumnos puedan poner en juego sus conocimientos como punto de partida –aun cuando sean erróneos o no convencionales– y a la vez ponerlos a prueba, modificarlos, ampliarlos y sistematizarlos a lo largo de varias oportunidades. Un trabajo sistemático que incluya clases próximas entre sí en torno a ciertas cuestiones vinculadas promueve la reflexión y la reorganización de estrategias de resolución, permite volver sobre las relaciones que se identificaron o establecieron en clases o problemas anteriores, y habilita a abandonar ensayos erróneos e intentar nuevas aproximaciones.

Por ello, las diferentes propuestas de este libro se organizan en secuencias que apuntan a promover avances. Además de volver sobre una misma clase de situaciones con nuevas herramientas, es necesario que los alumnos se enfrenten a problemas novedosos que amplíen los sentidos del conocimiento que se está tratando. Es así como se incorporan progresivamente ciertas variaciones que agregan nuevos desafíos. Para sostener estas ideas sobre los problemas y su secuenciación es necesario aceptar y prever cierta provisoriedad y largo plazo en los procesos de construcción de conceptos matemáticos en la escuela. Aquellas cuestiones que en algún momento se resuelven con estrategias menos avanzadas, luego de cierto trabajo sostenido en torno a varios problemas similares, podrán resolverse con recursos más adaptados.

La exploración como parte del trabajo matemático

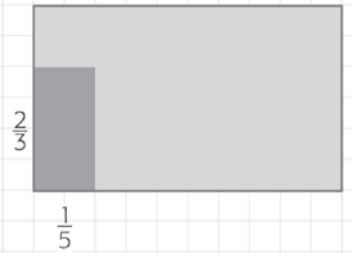
Si bien una de las características del trabajo matemático reside, como ya se indicó, en la resolución de diferentes tipos de problemas y la reflexión sobre los recursos elaborados, hay otras marcas del trabajo matemático que se han considerado en este libro.

Con frecuencia, en la resolución de un problema, un primer intento no siempre conduce a "buen puerto". Es necesario realizar varios ensayos, identificar en qué consisten los errores que impiden arribar a la solución, buscar cierta información que puede estar involucrada en el trabajo que se propone y no fue considerada, etc. Se trata de un juego entre la anticipación de los recorridos de resolución y los efectos de las decisiones que se han ido tomando, de manera de sistematizar la búsqueda.

Para posibilitar tanto la exploración como la sistematización por parte de los alumnos es central el doble rol del docente: por un lado alienta el momento de búsqueda por medio de diversas estrategias, y por otro propone analizar los ensayos realizados, discutir a partir de los errores producidos, sistematizar los recursos que aparecieron, organizar los nuevos conocimientos elaborados y hasta presentar vocabulario, formas de representación o nuevas relaciones. Hay un interjuego en la clase entre fases que invitan a explorar, probar, ensayar... y otras en las que el trabajo reflexivo se dirige a reordenar la búsqueda, a sistematizar.

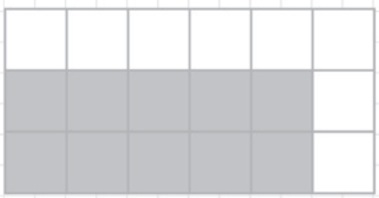
Veamos un ejemplo sobre cómo en este libro algunos problemas iniciales alientan a este proceso exploratorio y por medio de otros se busca sistematizar el trabajo realizado:

2 a) Una parte de un terreno rectangular se destinará a la construcción de una escuela. Tendrá $\frac{2}{3}$ del ancho y $\frac{1}{5}$ del largo del terreno. ¿Qué superficie ocupará la escuela si se toma como unidad de medida el área de todo el terreno?



En la situación anterior, los alumnos podrán abordar la resolución del problema por medio de estrategias variadas que van desde el dibujo, la combinación de cálculos parciales, la búsqueda de fracciones equivalentes con denominador común, etc. En cambio, en la página siguiente ya se propone explícitamente abordar la relación entre esta clase de situaciones y la multiplicación de fracciones.

4 ¿Qué cálculo permite averiguar qué parte del rectángulo está pintada de naranja?



- ☐ $\frac{1}{3} \times \frac{5}{3}$
- ☐ 5×2
- ☐ $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5}$
- ☐ $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$

Los modos de representación

Durante la exploración de un problema nuevo es esperable que los alumnos apelen a dibujos, representaciones gráficas o simbólicas, cálculos, diagramas, etc. Estas formas de representación son un punto de partida para iniciar el trabajo. El docente podría alentar a sus alumnos a elaborar representaciones propias, aun cuando sean poco adaptadas a la situación que se trata de resolver. Ahora bien, asimismo, podría proponer un análisis de esas formas de representación y la discusión sobre su fertilidad, su pertinencia, su validez. Avanzar sobre las formas de representación es parte de lo que se espera promover en el proceso de estudio de un concepto.

El docente puede ofrecer, si resulta conveniente o necesario, otras formas de representación para incorporarlas progresivamente. Se trata de establecer relaciones entre las formas de representación que elaboran los alumnos y las elaboradas por la matemática.

Veamos un ejemplo en el que se alienta al uso de maneras de representación:

2 Expresá el resultado de estas sumas y restas de dos maneras distintas.

a) $4+\frac{2}{5}$

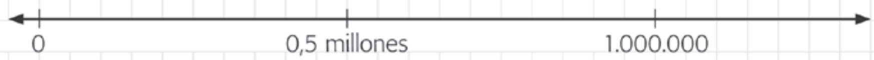
b) $5-\frac{2}{6}$

c) $11-\frac{2}{3}$

d) $12+\frac{9}{12}$

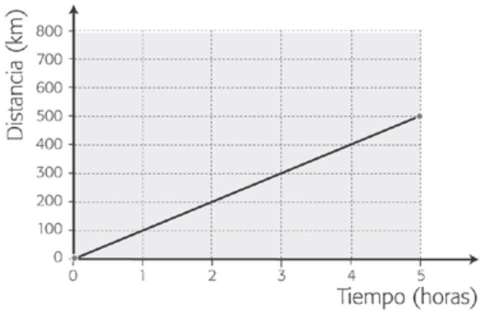
Y otro en el que se presentan formas de representación usadas en la matemática:

3 Ubicá aproximadamente en la recta 250.000 y 1,2 millones.



En algunas oportunidades se propone comparar diferentes formas de representar relaciones entre variables, que son también propias de la matemática.

4 El gráfico representa la distancia que recorre un auto, yendo siempre a la misma velocidad, en función del tiempo que transcurre. La tabla corresponde a la distancia que recorre una camioneta que se desplaza siempre a la misma velocidad a medida que pasa el tiempo desde que comenzó su marcha.



Distancia (en km)	0	450	600	750
Tiempo (en horas)	0	3	4	5

a) Representá en el mismo gráfico los datos de la camioneta.

b) ¿Cuál de los dos vehículos va más rápido? ¿Qué datos usaste para darte cuenta?

La validación, un desafío crucial

Parte de lo que se pretende que asuman los alumnos como actividad matemática se asocia a determinar la validez de lo que se produce. En este sentido, se apunta a generar en la clase un tipo de trabajo matemático en el que los alumnos, paulatinamente, puedan “hacerse cargo”, por sus propios medios, de la validez de los resultados que encuentran y de las relaciones que establecen. En un principio es un objetivo que puedan despegarse de la mirada del docente en cuanto a si "está bien" o "está mal" lo producido.

Se trata de instalar como parte del trabajo del alumno la responsabilidad de verificar si lo realizado es correcto o no, mediante diferentes recursos. Este aspecto es quizás el más complejo de tratar en el desarrollo de las clases.

En ciertas situaciones, se propone corroborar algún resultado apelando a la calculadora.

10 Si $24 \times 10 = 240$, $24 \times 100 = 2.400$ y $24 \times 1.000 = 24.000$, ¿en qué columna debería colocarse el cociente de cada uno de estos cálculos? Luego podés comprobar con la calculadora.

	Entre 0 y 10	Entre 10 y 100	Entre 100 y 1.000
207 : 24			
2.487 : 24			
1.715 : 24			
12.587 : 24			
23.305 : 24			

11 Completá el cuadro indicando cuántas cifras creés que tendrá el cociente de estas divisiones. Luego usá la calculadora para comprobarlo.

	Cantidad de cifras				
Cálculo	1	2	3	4	5
43.789 : 23					
5.760 : 45					
7.890 : 21					
203.765 : 19					

A veces se pone en el centro del trabajo del alumno la elaboración de argumentos o fundamentos apoyados en conocimientos matemáticos que permitan establecer la validez de los resultados alcanzados. Se trata entonces de proponer desafíos que demanden la elaboración de nuevos modos de "estar seguro" sin necesidad de apelar a recursos empíricos.

8 **a)** ¿Es posible encontrar una fracción con denominador 5 entre 0 y 1? Si no fuera posible, explicá por qué.

Además de las razones más ligadas a las prácticas matemáticas, encontramos otras buenas razones para iniciar a los alumnos en procesos de validación por sus propios medios: fomentar una progresiva autonomía intelectual.

Hacia la generalización

Simultáneamente a la adquisición de conocimientos que les permitan dar cuenta de la validez o no, por sus propios medios, de los resultados obtenidos, se busca que los alumnos puedan involucrarse en la determinación de los alcances de los recursos y los resultados que se van obteniendo. Es decir, al inicio pueden determinar la validez de una afirmación o de un cálculo específico en función de un problema o un contexto particular. Se tratará entonces de promover la reflexión hacia el carácter más general de ciertas ideas que han circulado, hasta llegar en algunas situaciones a establecer reglas válidas para cualquier caso. Por ejemplo:

> **6** ¿Existen triángulos con tres ángulos obtusos? ¿Y con dos?

En ocasiones se presentan problemas que demandan que los alumnos establezcan niveles de generalidad. Por ejemplo aquellos en los que es necesario dar cuenta de los alcances o los dominios de validez de recursos de resolución, de cálculos, de propiedades que responden a preguntas como las siguientes: ¿pasará siempre?, ¿servirá para todos los números?, ¿esto sucederá con todos los cuadrados?, ¿habrá algún caso en que no se cumpla?, etc. Por ejemplo:

> **5** **a)** Ingresá un número en la calculadora que al dividirlo por 100 dé un resultado sin coma.
>
> **b)** ¿Es posible encontrar más de un número que cumpla esa condición?

El trabajo vinculado a la generalización precisará ir creciendo hacia formas cada vez más elaboradas de fundamentar, avanzando en un terreno más deductivo asociado a la demostración.

El uso de las letras

Al tratar el problema de la generalización, las letras comienzan a jugar un papel preponderante en el trabajo matemático para dar cuenta de relaciones que se verifican en cierto dominio. No se trata de forzar la aparición y el tratamiento de las expresiones algebraicas, ni de resolver ecuaciones, sino de iniciar a los alumnos en la interpretación y el uso de expresiones que incluyen letras, así como de empezar a hacer jugar su potencia.

En algunas oportunidades se proponen problemas para analizar y resolver de manera colectiva, en los que se propicia el uso de las letras para identificar un dominio de validez. Por ejemplo, en el tratamiento de los números:

> **Una vuelta de tuerca entre todos**
>
> - Si la letra ***n*** representa a un número natural cualquiera, ¿qué fracción es mayor, $\frac{1}{n}$ o $\frac{1}{n+1}$? Expliquen por qué.
> - Si la letra ***n*** representa un número natural cualquiera, ¿cuánto podría valer para que $\frac{1}{n}$ sea menor que $\frac{1}{10}$? ¿Hay una sola posibilidad?

En otras oportunidades se recurre al uso de las letras para dar cuenta de una propiedad general:

Una vuelta de tuerca entre todos

- *¿Con cuál o cuáles de estas fórmulas se averigua el resultado de la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono siendo **n** la cantidad de lados?*
  $180° \times \mathbf{n} - 2$ $\quad$ $180° \times \mathbf{n} - 360°$ $\quad$ $(180° - 2) \times \mathbf{n}$ $\quad$ $180° \times (\mathbf{n} - 2)$
- *A partir de la fórmula que permite averiguar el valor de la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono, inventen otra que dé el valor del ángulo interior de cualquier polígono regular.*

A veces las letras permiten explorar propiedades que relacionan ciertas características del sistema de numeración con las propiedades de las operaciones:

Una vuelta de tuerca entre todos

¿Será cierto que si con la letra n representamos cualquier número natural, el resultado de $10 \times n + 1$ tiene resto 1 al dividirlo por 10?

En ocasiones las letras permiten analizar cómo pueden variar los resultados que se obtienen al usar una fórmula, cuando se modifica alguno de sus componentes:

Una vuelta de tuerca entre todos

Este procedimiento se usó para resolver el problema: "Si se triplican los lados de un rectángulo, ¿qué le ocurre a su área?"

Área $= b \times a$

Triplico $\longrightarrow (3 \times b) \times (3 \times a) = (3 \times 3) \times (b \times a) = 9 \times (b \times a)$

¿Cómo se podrá usar este razonamiento para dar respuesta al problema?

También se recurre a las letras, en algunas oportunidades, para dar cuenta de una relación que se establece entre dos variables. Posteriormente a la resolución de situaciones que involucran tratar con dos magnitudes susceptibles de sufrir variaciones, se invita a analizar la relación entre ellas mediante cálculos, tablas o gráficos. Se propone que los alumnos avancen en un nuevo tipo de trabajo, aquel que implica dar cuenta de una generalidad en este tipo de relaciones. Lógicamente, se trata de los primeros pasos en ese sentido, ya que el trabajo vinculado a esta práctica matemática se desarrolla principalmente y de manera más sistemática en los años siguientes de la escuela media.

Una vuelta de tuerca entre todos

Las balanzas digitales pueden calcular el precio de venta de los productos según su peso. En esta tabla están anotados algunos precios.

Peso (en kilos)	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	3	4	$6\frac{3}{4}$	7
Precio (en pesos)	$1\frac{1}{2}$	3	$4\frac{1}{2}$	6	9	12	$20\frac{1}{4}$	21

*Suponiendo que se usa la letra **a** para representar el peso y la letra **b** para representar el precio, ¿cuál de las siguientes fórmulas sirve para calcular el precio que se cobra según el peso del producto considerando la tabla anterior?*

$\mathbf{b} = 6 \times \mathbf{a}$ $\quad$ $\mathbf{b} = 3 \times \mathbf{a}$ $\quad$ $\mathbf{a} = 3 \times \mathbf{b}$

En este libro, las situaciones que apelan al uso de letras se proponen siempre para resolverlas grupalmente como una actividad exploratoria. No se espera aún que los alumnos adquieran un dominio sobre su uso.

Relaciones entre conceptos que aparentan ser independientes

Otro tipo de tarea que se propone en este libro –y que forma parte de la actividad matemática que se intenta propiciar –involucra la posibilidad de establecer relaciones entre conceptos que, aparentemente, no tienen relación entre sí, o la forma de relacionarlos no es evidente "a los ojos" de los alumnos. Con la intención de explicitar esas relaciones, se proponen diferentes momentos de trabajo en los que algunos conocimientos que ya fueron abordados, que circularon y que los alumnos tienen en cierta forma disponibles, puedan comenzar a funcionar simultáneamente para tratar nuevos problemas. En algunas oportunidades serán el motor de una explicación, en otras servirán para reconocer "puentes" entre conceptos; en ocasiones serán herramientas para pensar recorridos de solución, e incluso podrán permitir la aparición de otros modos de representación.

Se trata de ir configurando una imagen del trabajo que permita que los alumnos identifiquen por qué todo ese andamiaje forma parte de una misma disciplina. Por ejemplo:

Una vuelta de tuerca entre todos

Expliquen por qué las siguientes afirmaciones son verdaderas.

- El 25% de **a** es $25 \times \frac{a}{100}$.
- $\frac{1}{4}$ de **a** es lo mismo que el 25% de **a**.

El uso de recursos tecnológicos

En varios capítulos de este libro se propone que los alumnos apelen a recursos tecnológicos que permiten también, bajo ciertas condiciones, que se enfrenten a desafíos en el mismo marco de trabajo que se enunció en páginas anteriores.

Por un lado se propicia el uso de la calculadora para diferentes tipos de tareas. En algunas oportunidades, como ya se mencionó, se propone usarla como medio de verificación de resultados obtenidos mediante otros recursos.

10 Si 24 × 10 = 240, 24 × 100 = 2.400 y 24 × 1.000 = 24.000, ¿en qué columna debería colocarse el cociente de cada uno de estos cálculos? Luego podés comprobar con la calculadora.

	Entre 0 y 10	Entre 10 y 100	Entre 100 y 1.000
207 : 24			
2.487 : 24			
1.715 : 24			
12.587 : 24			
23.305 : 24			

En otras ocasiones se recurre a la calculadora para explorar propiedades de las operaciones.

4 En una calculadora no funciona la tecla del 8. ¿Cómo puede hacerse para calcular?

a) 1.254 × 18

b) 468 × 28

En algunas situaciones se recurre a la calculadora para indagar acerca de las características del sistema de numeración.

7 Escribí en la calculadora el número 148.751.

a) Sin borrarlo, ¿qué cálculo habría que hacer para que en el visor aparezca 148.781?

b) ¿Y para que aparezca 149.751?

c) ¿Y para que aparezca 2.148.751?

Por otro lado, se apela a la computadora intentando preservar el mismo espíritu de trabajo que se viene proponiendo en estas páginas. Uno de los programas que se utiliza es GeoGebra (de circulación libre). Se ofrecen dos páginas (las 159 y 160) para que los alumnos ensayen y aprendan sobre su funcionamiento.

Problemas para aprender a usar el programa GeoGebra

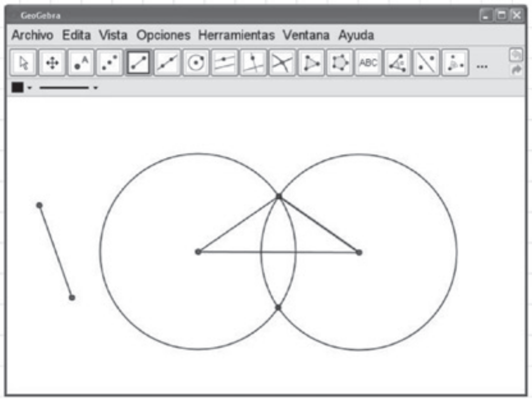
Este programa se puede bajar gratis de http://www.geogebra.org/webstart/4.0/GeoGebraPrim.jnlp

Problema 1.
¿Cómo harían para dibujar dos rectas perpendiculares de manera que al mover la primera recta se mueva la segunda, es decir, continúen siendo perpendiculares?

Problema 2.
Dibujen un segmento. Designen sus extremos con las letras A y B (para ello, dentro de *Opciones* deberán considerar *Rotulados).* A continuación dibujen una circunferencia que tenga por radio el segmento AB, de manera que al cambiar la longitud del segmento varíe la circunferencia (pueden recurrir a la opción *Compás,* que se encuentra al expandir *Herramientas,* y allí dentro seleccionar *Herramientas de círculos y arcos.* Con esta herramienta es posible generar la circunferencia con radio de medida AB que pasa por un punto determinado).

Para mover un objeto hay que seleccionar la opción *elije y mueve*, que está representada por la flecha en el ícono de la izquierda.

Problema 4.
Intenten obtener el siguiente dibujo. Recuerden que al mover cualquiera de los elementos, debe quedar la misma forma, aunque cambie el tamaño.



En este libro se recurre a este programa fundamentalmente para explorar, analizar y debatir acerca de propiedades de las figuras a partir de problemas que involucran construcciones. La validez de esas construcciones establecidas por el modo en que fue concebido el programa (es decir, una construcción se considerará correcta si al mover cualquiera de sus elementos sigue preservando las propiedades de lo que se dibujó) exige el despliegue de numerosas acciones que obligan a recurrir a las propiedades para lograr las construcciones. Veamos un ejemplo:

Una vuelta de tuerca entre todos

a) *Construyan con GeoGebra dos segmentos que sean las diagonales de un rectángulo y les permitan, a partir de ellas, trazar los lados del rectángulo.*

b) *Al mover sus diferentes elementos, ¿sigue siendo un rectángulo? Exploren por qué. Si se "deforma", busquen otras maneras de construirlo a partir de las diagonales para que esto no pueda suceder.*

En las páginas 159 y 160 hay actividades que te permitirán aprender a usar el programa GeoGebra.

En otras oportunidades se recurre al programa Excel, que habilita una nueva mirada sobre el trabajo con gráficos estadísticos. Se trata de que los alumnos se inicien en el uso de este programa y en algunas de sus potencialidades, no solo en la organización y la presentación de información sino también en el cálculo de algunos porcentajes y ciertas medidas estadísticas. Por ejemplo:

Para hacer en la compu

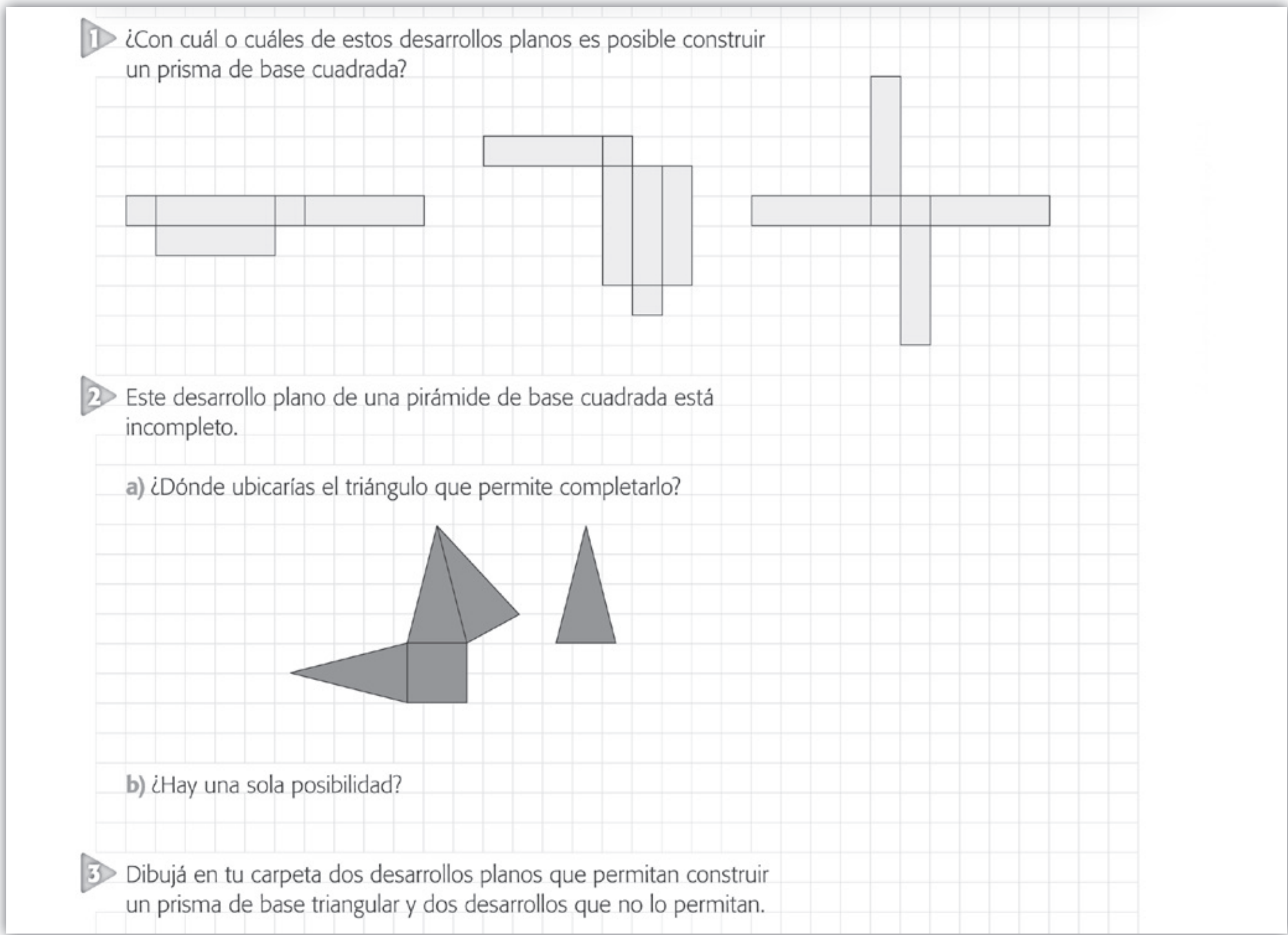
f) Utilicen una planilla Excel para realizar una representación mediante diagrama de barras volcando los datos de los dos censos. ¿Qué informaciones se hacen más evidentes en el diagrama de barras que en la tabla?

g) Si se ordenan las provincias en forma decreciente según el censo de 2001 y luego se reordenan según el censo de 2010, ¿quedan en el mismo orden? ¿Qué indica esto?

Formas de organización y gestión de la clase

Se necesitan diversas modalidades de organización de la clase en función de las variadas formas que puede adquirir el trabajo matemático, del nivel de conocimientos que el problema involucra y del tipo de interacciones que se pretende promover. Entre las diversas modalidades se incluyen: individual, en parejas y colectivo.

En todos los capítulos hay gran cantidad de problemas que se proponen para una exploración individual. Son espacios necesarios para que cada alumno, en un tiempo personal, pueda enfrentarse al o a los problemas desde los conocimientos que tiene disponibles. Estos primeros acercamientos a la resolución serán puntos de partida para que el docente pueda organizar el análisis colectivo posterior. Por ejemplo:


1 ¿Con cuál o cuáles de estos desarrollos planos es posible construir un prisma de base cuadrada?

2 Este desarrollo plano de una pirámide de base cuadrada está incompleto.

a) ¿Dónde ubicarías el triángulo que permite completarlo?

b) ¿Hay una sola posibilidad?

3 Dibujá en tu carpeta dos desarrollos planos que permitan construir un prisma de base triangular y dos desarrollos que no lo permitan.

También hay propuestas de trabajo individual en las páginas que llevan por título ***Una colección de problemas para estudiar*** que se encuentran al finalizar cada capítulo. Están previstas para los tiempos individuales de estudio, de sistematización, o bien de volver a enfrentarse a las propias dificultades que pudieron haber estado presentes a lo largo del capítulo. Estos problemas podrían considerarse "tarea para el hogar", repaso para prepararse para una evaluación escrita, trabajo práctico para entregar, etc. Por ejemplo, en el capítulo 1, las páginas 17 y 18.

Una colección de problemas para estudiar

1. Una hoja cuadriculada tiene 52 filas de 42 cuadraditos. Si se duplican las cantidades de filas y de cuadraditos por fila, ¿la cantidad total de cuadraditos será el doble, el triple o el cuádruple de la inicial?

2. Para abrir una cuenta de correo electrónico Nicolás decidió usar una clave de 4 caracteres con las siguientes letras y números: N, C, 0 y 2, sin que se pueda repetir ninguno. ¿Cuántas claves distintas puede armar?

3. A Nicolás le parece que su clave es muy fácil de descubrir y quiere hacer algún cambio para tener más combinaciones. Piensa en dos alternativas:

   a) Agregar una letra y que la combinación tenga cinco caracteres.

   b) Hacer la combinación de 4 caracteres pero con la posibilidad de repetirlos.
   ¿Cuál le conviene?

5. Cinco amigos viajan en colectivo. ¿De cuántas maneras pueden sentarse uno al lado del otro en los asientos del fondo? Y si dos de ellos quieren sentarse juntos, ¿cuántas posibilidades hay?

6. Daniela quiere visitar a sus 6 hermanos que viven en el mismo barrio. ¿De cuántas maneras distintas puede programar sus visitas en un mismo día?

7. Ana compró una caja de 250 CD para grabar. Todas las semanas graba 45.

   a) ¿Para cuántas semanas le alcanza?

   b) ¿Cuántos CD necesita para que le alcancen para una semana más?

4. Completá estas tablas. En la primera, en todas las cajas hay la misma cantidad de tornillos, y en la segunda, en todas las cajas hay la misma cantidad de cerámicas.

Cantidad de cajas	3	8	12	20	28	30	33	50
Cantidad de tornillos			1.500					

Cantidad de cajas		20	30	50		120	180	200
Cantidad de cerámicas	175			1.750	3.500			

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

8 Para una exposición de fotografía se colocan sobre un panel rectangular las 462 fotos que participan. Si quieren acomodarlas en filas de 22 fotos, ¿cuántas deben colocar en cada fila?

9 El portero eléctrico de un edificio de oficinas tiene 392 timbres. Si hay 14 oficinas por piso, ¿cuántos pisos tiene ese edificio?

10 En una casa de empanadas hornean 1.200 por día. Si las cocinan en fuentes de 75 unidades, colocando siempre la mayor cantidad posible, ¿cuántas fuentes preparan?

11 Sabiendo que $32 \times 14 = 448$, averiguá el resultado de los siguientes cálculos. Luego comprobá con la calculadora.

a) $32 \times 140 =$

b) $64 \times 14 =$

c) $32 \times 7 =$

d) $32 \times 28 =$

e) $16 \times 7 =$

12 Usá que $24 \times 30 = 720$ para calcular:

a) $34 \times 30 =$

b) $14 \times 30 =$

c) $24 \times 40 =$

d) $24 \times 50 =$

13 Sin hacer las cuentas, seleccioná el resultado que consideres correcto en cada caso. Luego comprobá con la calculadora.

$253 \times 9 =$	2.277	22.077	84.077
$304 \times 99 =$	3.906	30.096	80.096
$125 \times 60 =$	1.500	3.500	7.500
$21.857 : 11 =$	87	487	1.987
$9.720 : 30 =$	4	324	4.324

14 Una máquina produce una pieza cada 7 horas. Si se pone en funcionamiento a las 5 de la mañana de un lunes y nunca se detiene, ¿en qué momento de la semana termina la pieza número 15?

15 Los alfajores se venden en cajas de 24.

a) Si ya tienen listos 3.314, ¿cuántas cajas completas ya se envasaron?

b) ¿Cuántos más tienen que hacer para que se puedan envasar 2 cajas más?

En otras oportunidades se sugiere abordar algunos problemas en parejas cuando se espera que las interacciones entre los alumnos sean fecundas para la circulación y la explicitación de conocimientos. Esta modalidad se adopta tanto cuando la actividad adquiere un tinte más exploratorio y no se espera que puedan resolver de manera autónoma la situación, como cuando la propuesta es más compleja y es posible que en el intercambio se acerquen a una estrategia o respuesta más elaborada, que en forma individual tal vez no podrían abordar. Veamos un ejemplo:

Para hacer en parejas

7 ¿Qué propiedades de la multiplicación se utilizaron para resolver cada uno de estos cálculos?

a) $19 \times 40 = (20 - 1) \times 40 = 800 - 40 = 760$

b) $12 \times 45 \times 5 \times 2 = 12 \times 5 \times 45 \times 2 = 60 \times 90 = 5.400$

c) $35 \times 24 = 5 \times 7 \times 6 \times 4 = 5 \times 4 \times 7 \times 6 = 20 \times 42 = 840$

Hay momentos en los que se propicia un trabajo colectivo. Estas actividades aparecen bajo el título de ***Una vuelta de tuerca entre todos***. A veces la tarea que se propone involucra una complejidad mayor. Por ejemplo:

Una vuelta de tuerca entre todos

En la Argentina, en 1995, se hizo una reforma del sistema de patentes de automóviles usando tres letras y tres números.

a) ¿Cuántos autos permite registrar este sistema?

b) ¿Cuántos autos más se podrían registrar si se usaran tres letras y cuatro números?

En otros casos se pretende generar un mayor nivel de sistematización de conocimientos que han circulado, por ejemplo:

Una vuelta de tuerca entre todos

- Se reparten 17 chocolates entre 5 personas en partes iguales y sin que sobre nada. ¿Cuáles de estas expresiones permiten responder correctamente?

$3\frac{2}{5}$ $\quad \frac{17}{5}$ $\quad 3\frac{4}{10}$ $\quad 17{,}5$ $\quad 17 : 5$ $\quad \frac{34}{10}$

- ¿Cuáles de estos números permiten expresar el resultado de $34 : 8$?

$4\frac{2}{8}$ $\quad \frac{34}{8}$ $\quad 34{,}8$ $\quad 4\frac{1}{4}$ $\quad \frac{17}{4}$

Otros momentos colectivos buscan instalar un proceso de generalización, por ejemplo:

Una vuelta de tuerca entre todos

Las balanzas digitales pueden calcular el precio de venta de los productos según su peso. En esta tabla están anotados algunos precios.

Peso (en kilos)	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	3	4	$6\frac{3}{4}$	7
Precio (en pesos)	$1\frac{1}{2}$	3	$4\frac{1}{2}$	6	9	12	$20\frac{1}{4}$	21

Suponiendo que se usa la letra **a** para representar el peso y la letra **b** para representar el precio, ¿cuál de las siguientes fórmulas sirve para calcular el precio que se cobra según el peso del producto considerando la tabla anterior?

$b = 6 \times a$ $\qquad$ $b = 3 \times a$ $\qquad$ $a = 3 \times b$

También se prevén como instancias colectivas los momentos para establecer cierto vocabulario, para definir propiedades o presentar algunas explicaciones. Esta información aparece encabezada bajo el título ***Machete***:

Machete:
Una manera de realizar la multiplicación entre dos números decimales consiste en transformar los factores en números naturales multiplicándolos por una potencia de 10. Luego de resolver la multiplicación entre estos números naturales se divide el resultado por las mismas potencias de 10 para obtener el resultado de la cuenta original. Por ejemplo:
11,50 x 0,5 = (11,50 x 100) x (0,5 x 10) : (100 x 10).
Multiplicar por 100 y por 10 es lo mismo que multiplicar por 1.000, entonces se divide el resultado por mil para conservar el resultado de la cuenta original.

$$\begin{array}{rcccr} 11{,}50 & \longrightarrow & \times\,100 & \longrightarrow & 1.150 \\ \times\,0{,}5 & \longrightarrow & \times\,10 & \longrightarrow & \times\,5 \\ \hline 5{,}750 & \longleftarrow & :\,1.000 & \longleftarrow & 5.750 \end{array}$$

Roles del docente

Para que sea posible instalar el trabajo matemático se precisa que el docente despliegue "prácticas" diferentes según los momentos de la clase y del desarrollo del contenido en cuestión.

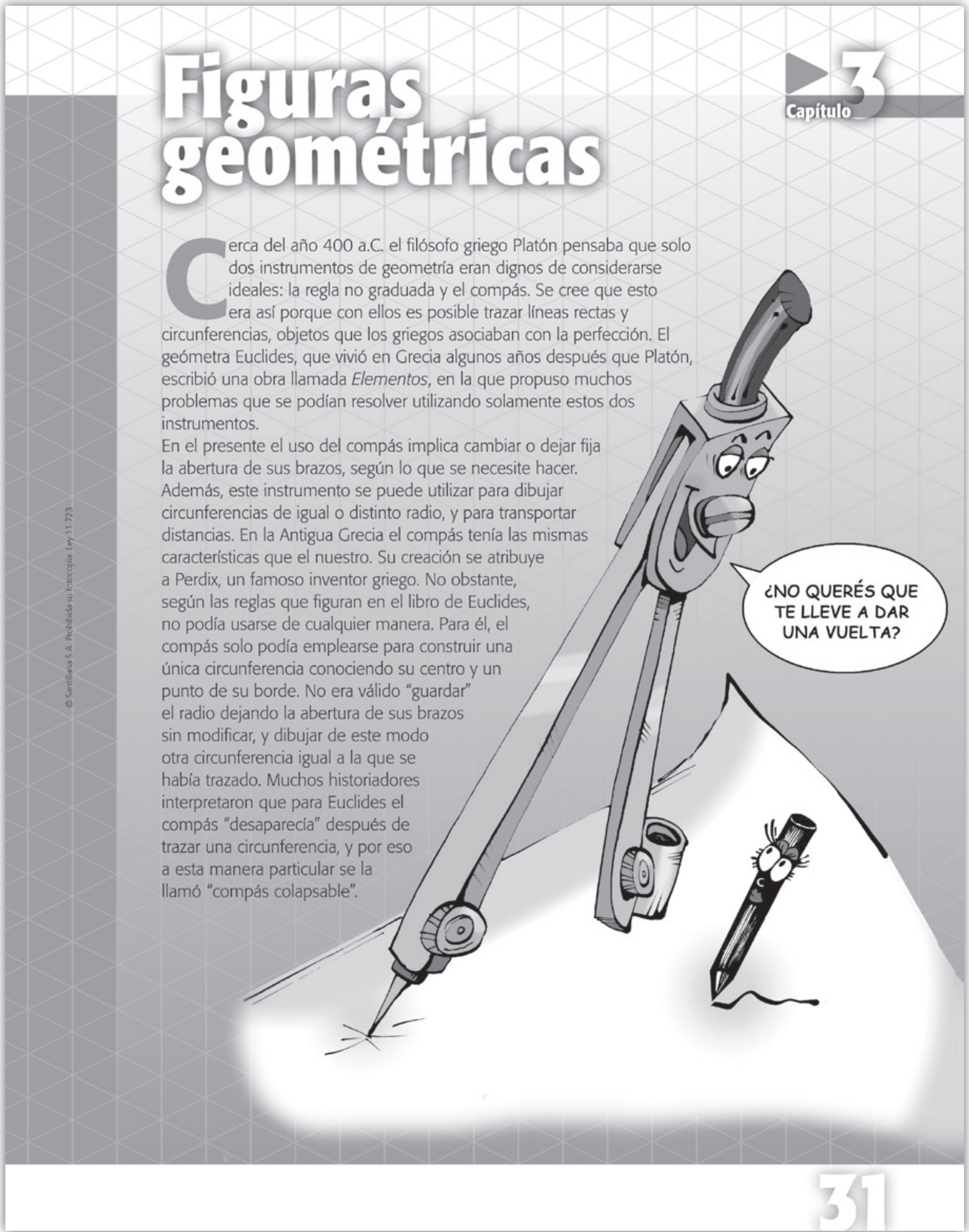
En muchos momentos de la clase alienta a sus alumnos a que resuelvan los problemas con sus propios recursos, u ofrece algún recurso para que ciertos alumnos puedan empezar a enfrentarse al problema propuesto. En otras instancias les propone que expliciten los conocimientos y procedimientos utilizados. En ciertas oportunidades organiza los debates a propósito de los conocimientos en juego y promueve la difusión de esos conocimientos (aunque sean producidos solamente por algunos).

A veces genera espacios de análisis de procedimientos y soluciones erróneas (aunque sean solo de algunos alumnos) para promover avances para todos, o bien somete a discusión una nueva estrategia que no se utilizó para resolver un problema.

El docente es quien, además, aporta información cuando se requiere para que los alumnos puedan retornar al problema. Puede registrar en el pizarrón aquello que es nuevo para que pueda reutilizarse y también es responsable de evocar lo realizado en clases anteriores para establecer la continuidad entre lo hecho y lo que está por realizarse. Es también función del docente presentar conjuntos de problemas que permitan sistematizar, reutilizar o ampliar lo aprendido.

En este libro se presentan algunas orientaciones al docente para contribuir a prever los diferentes roles en torno a cada uno de los contenidos abordados en los capítulos. Este material se presenta como texto comentado en cada página del libro del docente.

Este libro está organizado en diez capítulos. Cada uno se inicia con una portada que presenta alguna historia, un comentario o una anécdota relacionados con alguno de los conceptos que forman parte del capítulo. Esta portada puede leerse en grupo junto con la viñeta humorística que se presenta asociada al texto. Por ejemplo:



Figuras geométricas

Capítulo 3

Cerca del año 400 a.C. el filósofo griego Platón pensaba que solo dos instrumentos de geometría eran dignos de considerarse ideales: la regla no graduada y el compás. Se cree que esto era así porque con ellos es posible trazar líneas rectas y circunferencias, objetos que los griegos asociaban con la perfección. El geómetra Euclides, que vivió en Grecia algunos años después que Platón, escribió una obra llamada *Elementos*, en la que propuso muchos problemas que se podían resolver utilizando solamente estos dos instrumentos.

En el presente el uso del compás implica cambiar o dejar fija la abertura de sus brazos, según lo que se necesite hacer. Además, este instrumento se puede utilizar para dibujar circunferencias de igual o distinto radio, y para transportar distancias. En la Antigua Grecia el compás tenía las mismas características que el nuestro. Su creación se atribuye a Perdix, un famoso inventor griego. No obstante, según las reglas que figuran en el libro de Euclides, no podía usarse de cualquier manera. Para él, el compás solo podía emplearse para construir una única circunferencia conociendo su centro y un punto de su borde. No era válido "guardar" el radio dejando la abertura de sus brazos sin modificar, y dibujar de este modo otra circunferencia igual a la que se había trazado. Muchos historiadores interpretaron que para Euclides el compás "desaparecía" después de trazar una circunferencia, y por eso a esta manera particular se la llamó "compás colapsable".

31

A continuación se presentan aquellos aspectos centrales que se ponen en juego en cada capítulo.

Capítulo 1: Operaciones con números naturales I

Se optó por proponer una primera colección de problemas que ponen en juego operaciones conocidas por los alumnos a través de su recorrido escolar en años anteriores. Se incluyen problemas multiplicativos de diversos sentidos: organizaciones rectangulares, series proporcionales y combinatoria.

Se continúa, con la misma finalidad, con nuevos problemas que pueden resolverse por medio de una división y que involucran repartos, particiones, análisis del resto, organizaciones rectangulares y series proporcionales. Posteriormente se proponen actividades que invitan a reflexionar sobre el cálculo mental con multiplicaciones y divisiones.

A medida que avanza el capítulo se vuelve sobre los problemas de multiplicación y división aumentando el nivel de complejidad de las relaciones que se propone establecer. En este punto, determinar la cantidad de elementos de una colección en problemas que se vinculan con combinaciones ofrece una nueva oportunidad a los alumnos para resignificar estas operaciones.

El capítulo termina con una nueva colección de problemas que propician el establecimiento de relaciones multiplicativas asociadas al cálculo mental.

Capítulo 2: Números naturales

Este capítulo se ocupa de profundizar el estudio sobre los números naturales. Los primeros problemas invitan a debatir sobre la lectura, la escritura y el orden en este campo de números, incluyendo el análisis de escrituras más complejas de uso social (por ejemplo, 2,4 millones).

Se avanza luego hacia un análisis sistemático de las propiedades del sistema de numeración decimal posicional a partir de composiciones y descomposiciones aditivas y multiplicativas que hacen pie en el carácter decimal que compromete al sistema, alcanzando este estudio la noción de potencias en base 10 relacionadas con el valor posicional de las cifras.

Finalmente se proponen algunos problemas que invitan a reflexionar sobre el funcionamiento del sistema sexagesimal en el contexto del tiempo y de la medida de los ángulos, así como a analizar las diferencias que se evidencian en relación con el sistema decimal posicional.

Capítulo 3: Figuras geométricas

Este capítulo se inicia con una colección de problemas que demandan construir figuras con circunferencias usando regla y compás. Las construcciones, bajo ciertas condiciones, exigen tratar con las propiedades de las figuras que se pretende construir. A su vez, el uso de diferentes instrumentos, entre ellos la computadora, se relaciona con algunas de las propiedades que caracterizan a las figuras. Por ejemplo, usar regla no graduada exige el empleo del compás para conservar distancias; inhibir el uso de la escuadra para construir ángulos rectos obliga a emplear el compás para su construcción, etcétera.

Se continúa el trabajo con el estudio de triángulos. Una vez más las construcciones son un medio para explorar propiedades relativas a lados, ángulos, alturas. Apelar a las propiedades de la circunferencia permitirá que los alumnos decidan acerca de la validez de la tarea realizada, de la posibilidad o no de obtener las figuras que se solicitan a partir de ciertos datos. Es decir, los dibujos (en tanto representaciones de las figuras) y las condiciones que se proponen para construirlos, permiten vislumbrar algunas de sus propiedades.

Posteriormente se presentan problemas relacionados con la construcción de la mediatriz y su relación con los triángulos.

Por último se avanza en el estudio de propiedades de polígonos. El trabajo con la cantidad de diagonales y la cantidad mínima de triángulos que lo pueden cubrir son los recursos que permitirán arribar a una fórmula para determinar el valor de la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono.

Capítulo 4: Operaciones con números naturales II

Este capítulo vuelve sobre las operaciones. Se inicia el recorrido con problemas que demandan varios cálculos para dar cuenta de respuestas. A su vez se trata de poner en juego la interpretación y la producción de expresiones aritméticas en función del tipo de problemas de que se trate.

Con posterioridad se avanza en el estudio de las propiedades de la multiplicación, sustentado en el cálculo mental. De la misma manera se proponen problemas que permiten discutir sobre las propiedades que se verifican en la división de números naturales.

Se continúa con la resolución de problemas que apelan a los múltiplos y divisores como punto de partida hacia el trabajo con la divisibilidad, el análisis de algunos criterios y el uso de la composición y la descomposición multiplicativa de números para resolver cálculos.

Este recorrido permite profundizar el estudio de la multiplicación y la división desde una nueva perspectiva: el análisis de las variaciones que pueden sufrir los resultados de estas operaciones en la medida en que varíen algunos de los elementos que intervienen. Comienza a ponerse en juego una primera aproximación a la idea de variable.

El capítulo continúa con un trabajo asociado a las nociones de potencia y raíz para finalizar con una colección de problemas que demandan el uso de todas las operaciones con números naturales.

Capítulo 5: Fracciones

Este capítulo se inicia con problemas que ponen en juego la relación entre el entero y las partes, y que a su vez permiten revisar el concepto de fracción. Estos conocimientos habilitan la presentación de nuevos problemas que motorizan el uso del cálculo mental, apelando a la idea de equivalencia como a las relaciones entre las partes y el todo.

Nuevos problemas de reparto promueven un análisis de las relaciones entre la división y la noción de fracción. Se trata de que los alumnos reconozcan a la fracción también como un cociente entre números naturales.

Se profundiza el estudio de las fracciones a partir de situaciones que demandan compararlas. Diferentes estrategias de comparación propician el establecimiento de nuevas relaciones entre partes y entre enteros y partes, abonando a una mejor comprensión del objeto fracción. Estas estrategias permiten introducir nuevos desafíos relacionados con la posibilidad de encontrar fracciones entre otras fracciones dadas. La recta numérica resulta una herramienta valiosa para ese fin.

Posteriormente se plantea un nuevo sentido de la fracción: la proporción. La fracción como razón es una idea sumamente compleja, ya que no se la visualiza como un número sino como una relación. Esta permite luego introducir la noción de porcentaje asociada a la idea de proporción.

El capítulo continúa con el estudio de la multiplicación y la división entre fracciones en los contextos de la proporcionalidad y el área. El cálculo mental se transforma en una herramienta para reflexionar sobre estas operaciones.

Por último se ofrecen problemas que permiten identificar a la fracción con el resultado de una probabilidad.

Capítulo 6: Fracciones y decimales

Se inicia el capítulo con una colección de problemas que busca recuperar las relaciones entre escrituras fraccionarias y decimales a la luz del análisis del valor posicional.

Se avanza intentando profundizar las equivalencias entre escrituras fraccionarias y escrituras decimales. La recta numérica resulta un recurso pertinente para ese fin.

Luego se aborda la multiplicación y la división entre expresiones decimales y potencias de diez o múltiplos de potencias de diez. Se trata de identificar cuestiones asociadas una vez más al valor posicional de las cifras decimales. Estos recursos sirven como sustento para resolver nuevos problemas que exigen multiplicaciones y divisiones entre expresiones decimales.

Por último se abordan problemas que involucran tratar con el orden en los decimales. La producción de estrategias para comparar expresiones decimales resulta un posible camino de entrada al reconocimiento de la densidad en el campo de los números racionales.

Capítulo 7: Área y perímetro de figuras

Este capítulo se inicia con una selección de problemas que demandan medir y comparar áreas y perímetros de figuras sencillas con la finalidad de identificar que la variación de una de esas magnitudes es independiente de la variación de la otra. A su vez se propicia el análisis de la variación del "número" con que se indica una medida en función de la unidad de medida que se selecciona.

Este trabajo se continúa con el establecimiento de las unidades convencionales para la medición de superficies y el tratamiento de las equivalencias entre ellas.

Se particulariza este trabajo con rectángulos y triángulos para arribar a las fórmulas convencionales del cálculo de áreas y se extiende el estudio al cálculo de áreas de otros cuadriláteros apoyado en la posibilidad de descomponerlos en triángulos.

El trabajo se continúa con el cálculo de áreas de polígonos regulares, nuevamente pensando en los triángulos que permiten cubrirlos.

Otros problemas propician el establecimiento de relaciones entre la variación de algunas de las medidas de una figura y la de su perímetro o su área. La dialéctica entre el dibujo y la fórmula permite edificar argumentos que sostengan los resultados que se anticipan para esas variaciones.

Finalmente se proponen problemas que motorizan la búsqueda de perímetros y áreas de figuras circulares.

Capítulo 8: Proporcionalidad

Este capítulo comienza con problemas que permiten recuperar algunas de las propiedades que verifican las relaciones de proporcionalidad directa. La multiplicación y la división entre naturales y entre fracciones es uno de los recursos prioritarios.

Se continúa el trabajo a partir de problemas que involucran la determinación de porcentajes, recuperando algunas de las relaciones ya tratadas en el capítulo 5 así como representaciones gráficas circulares.

Con posterioridad se proponen situaciones en las que se trata con escalas en tanto relaciones de proporcionalidad directa.

Se avanza con el tratamiento de representaciones gráficas apelando a los ejes cartesianos. Se busca que los alumnos identifiquen dos aspectos: la recta y el paso por el origen de coordenadas como aspectos característicos de las representaciones gráficas de la proporcionalidad directa.

Nuevos problemas ponen en el centro el debate acerca de la pertinencia o no de recurrir al modelo proporcional para resolver un problema.

Los últimos problemas se presentan con la intención de analizar procesos que pueden modelizarse mediante la proporcionalidad inversa, para estudiar a su vez, sus propiedades.

Capítulo 9: Cuerpos geométricos

Este capítulo se inicia con problemas vinculados a los desarrollos planos de algunos cuerpos como medio para estudiar sus propiedades.

Después se aborda la noción de volumen de los cuerpos a partir de "cubitos" que permiten "llenarlos", así como comparar volúmenes de cuerpos sin necesidad de apelar a unidades de medida convencionales. Luego se avanza hacia el establecimiento de unidades de medida y el cálculo del volumen de diferentes prismas y pirámides.

Nuevos problemas avanzan en el terreno de la estimación de volúmenes, el tratamiento de ciertas equivalencias entre unidades de medida y relaciones entre volumen y litro.

Finalmente se proponen situaciones que permiten estudiar la variación del área total y del volumen de prismas en función de la variación de sus aristas.

Capítulo 10: Estadística

Este último capítulo se inicia con problemas que demandan interpretar la información organizada en cuadros, tablas o gráficos estadísticos. Se avanza luego en la comparación de estas diferentes maneras de organizar la información analizando ventajas y desventajas, así como la pertinencia de recurrir a unas u otras en función de lo que se buscar responder o destacar.

Posteriormente se proponen problemas que demandan el establecimiento de algunas medidas de tendencia central: la media y la moda en términos de representantes de una colección de datos. Se trata de identificar la pertinencia de recurrir a una u otra en función de lo que se busca establecer.

Bibliografía recomendada

Autores varios. Enseñar matemática - Formación Docente. Buenos Aires. Tinta Fresca, 2006.

Berté A. Matemática dinámica. Buenos Aires. A-Z editora, 2005.

Broitman C. Estrategias de cálculo con números naturales. Segundo ciclo EGB. Buenos Aires. Santillana, 2005.

Broitman, Itzcovich y Quaranta. "La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad". RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Publicación oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 6 N° 1. Marzo, 2003, pp. 5-26.
[Disponible en www.clame.org.mx/relime.htm].

Brousseau, G. Iniciación al estudio de la Teoría de las situaciones didácticas. Editorial Libros del Zorzal, 2007.

Centeno Pérez, Julia. Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué? Ed. Síntesis, 1988.

Chevallard Y, Bosch M, Gascón J. Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Barcelona. Horsori Editorial, 1997.

Consejo Provincial de Educación de Río Negro. La medida: un cambio de enfoque. Documento de la Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática, 1997.
[Disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar].

Dantzing T. El número, lenguaje de la ciencia. Hobbs Sudamericana,1971.

Dirección General de Educación Básica. Diseño Curricular Segundo ciclo. Pcia. de Buenos Aires, 2008.
[Disponible en www.abc.gov.ar].

Dirección General de Educación Básica. Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB. Pcia. de Buenos Aires, 2001.
[Disponible en www.abc.gov.ar]

Dirección General de Educación Básica. Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora en los tres ciclos de la EGB. Gabinete Pedagógico Curricular –Matemática–. Pcia. de Buenos Aires, 2001.

Dirección General de Educación Básica. Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la Multiplicación en los tres ciclos de la EGB. Pcia. de Buenos Aires, 2001.
[Disponible en www.abc.gov.ar].

Dirección General de Educación Básica. Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la División en los tres ciclos de la EGB. Pcia. de Buenos Aires, 2001.
[Disponible en www.abc.gov.ar].

Dirección General de Educación Básica. División en 5º y 6º año de Escuelas Primarias. Una propuesta para el estudio de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto. Pcia. de Buenos. Aires, 2007.
[Disponible en www.abc.gov.ar].

Douady R y Perrin Glorian MJ. Investigaciones en didáctica de matemática. Áreas de superficies planas en cm y en 6to, 1a parte. Revista Hacer Escuela Nº 9, 1992.

Douady R y Perrin Glorian MJ. Investigaciones en didáctica de matemática. Áreas de superficies planas en cm y en 6to, 2a parte. Revista Hacer Escuela Nº 11, 1992.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. Diseño Curricular Segundo Ciclo, 2004.
[Disponible en www.buenosaires.gov.ar].

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo. Documento de actualización curricular N° 5, 1998. [Disponible en www.buenosaires.gov.ar].

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. Documento de actualización curricular N° 4. Matemática. Dirección de Currícula. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 1997.
[Disponible en www.buenosaires.gov.ar].

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. Cálculo Mental con Números Naturales. Apuntes para la enseñanza, 2006.
[Disponible en www.buenosaires.gov.ar].

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. Aportes para el desarrollo Curricular. Matemática: Acerca de los números decimales: una secuencia posible, 2001. [Disponible en www.buenosaires.gov.ar].

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. Fracciones y Números decimales. Apuntes para la enseñanza de 4º a 7º, 2006.
[Disponible en www.buenosaires.gov.ar].

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. Cálculo Mental con Números Racionales. Apuntes para la enseñanza, 2006.
[Disponible en www.buenosaires.gov.ar].

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. Matemática. Números Racionales. Aportes para la enseñanza. Nivel Medio, 2006.
[Disponible en www.buenosaires.gov.ar].

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. Programas de Matemática para 1º y 2º años de Nivel Medio, 2002.
[Disponible en www.buenosaires.gov.ar].

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula Documento de Actualización Curricular para 7º grado, 2000.
[Disponible en www.buenosaires.gov.ar].

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. Aportes para la enseñanza. Nivel medio. Matemática. Geometría, 2007.
[Disponible en www.buenosaires.gov.ar].

Itzcovich H. Iniciación al estudio didáctico de la geometría. Ed. Libros del Zorzal, 2005.

Itzcovich H (coord.). La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula. Buenos Aires. Aique, 2007.

Panizza M, Sadovsky P. El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos. FLACSO y Ministerio de Educación de la Pcia. de Santa Fe.

Panizza M. Razonar y conocer. Aportes a la comprensión de la racionalidad matemática de los alumnos. Buenos Aires. Libros del Zorzal, 2005.

Panizza M, Sadovsky P, Sessa C. Los primeros aprendizajes algebraicos. El fracaso del éxito. [Disponible en www.fcen.uba.ar/carreras/cefiec/matem/articulo/pss_1996.doc].

Parra C. "Cálculo mental en la escuela primaria". En: Parra y Saiz (comp.). Didáctica de las matemáticas. Buenos Aires. Paidós, 1994.

Ponce H. Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo. Buenos Aires. Ed. Novedades Educativas, 2000.

Quaranta ME, Wolman S. "Discusiones en las clases de matemáticas: ¿qué se discute?, ¿para qué? y ¿cómo?". En: Panizza (comp.). Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas. Paidós, 2002.

Segal S, Giuliani D. Modelización matemática en el aula. Posibilidades y necesidades. Buenos Aires. Libros del Zorzal, 2008.

Sadovsky P. "La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática". En: Alagia H, Bressan A y Sadovsky P. Reflexiones teóricas para la Educación Matemática. Buenos Aires. Libros del Zorzal, 2005.

Sadovsky P. Enseñar Matemática hoy. Buenos Aires. Libros del Zorzal, 2005.

Sadovsky P, Sessa C y Panizza M. "La ecuación lineal con dos variables: entre la unicidad y el infinito". Revista Enseñanza de las Ciencias, 1999. [Disponible en www.blues.uab.es/rev-ens-ciencias].

Sessa Carmen. Iniciación al estudio didáctico del álgebra. Ed. Libros del Zorzal, 2005.

Vergnaud G. El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las matemáticas en la escuela. México. Trillas, l991.

ISBN 978-950-46-2432-5