LIBRO DEL DOCENTE

Explorar en Matemática

7°/1° ES

Claudia Broitman
Horacio Itzcovich
Andrea Novembre
Rosa María Escayola
Verónica Grimaldi
Ernesto López
Mauro Nicodemo

SANTILLANA

LIBRO DEL DOCENTE

Explorar en Matemática

7.°/1.° ES

Explorar en Matemática 7.°/1.° ES. Libro para el docente
es una obra colectiva, creada, diseñada y realizada en
el Departamento Editorial de Ediciones Santillana, bajo
la dirección de Mónica Pavicich, por el siguiente equipo:

Coordinación general: Claudia Broitman
Coordinación didáctica: Claudia Broitman y Horacio Itzcovich
Autoría: Rosa María Escayola, Verónica Grimaldi, Ernesto López y Mauro Nicodemo
Lectura crítica: Andrea Novembre

Editor: Juan Sosa
Jefa de edición: María Laura Latorre
Gerencia de gestión editorial:
Patricia S. Granieri

SANTILLANA

La realización artística y gráfica de este libro ha sido efectuada por el siguiente equipo:

Jefa de arte:	Silvina Gretel Espil.
Diseño de maqueta y tapa:	Alejandro Pescatore y Silvina Gretel Espil.
Diagramación:	Sergio Israelson.
Gráficos matemáticos:	Sergio Israelson.
Corrección:	Paula Smulevich.
Ilustración:	Douglas Wright.
Documentación fotográfica:	Leticia Gómez Castro, Cynthia R. Maldonado y Nicolas Verdura.
Preimpresión:	Marcelo Fernández, Gustavo Ramírez y Maximiliano Rodríguez.
Gerencia de producción:	Gregorio Branca.

Este libro no puede ser reproducido total ni parcialmente en ninguna forma, ni por ningún medio o procedimiento, sea reprográfico, fotocopia, microfilmación, mimeógrafo o cualquier otro sistema mecánico, fotoquímico, electrónico, informático, magnético, electroóptico, etcétera. Cualquier reproducción sin permiso de la editorial viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

Explorar en matemática 7 : libro del docente /
Rosa María Escayola ... [et.al.] ; coordinado por Claudia Broitman y Horacio Itzcovich. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Santillana, 2014.
192 p. ; 28x22 cm. - (Explorar en matemática)

ISBN 978-950-46-3866-7

1. Matemática. 2. Formación Docente. 3. Libro de Texto. I. Escayola, Rosa María
II. Broitman, Claudia , coord. III. Itzcovich, Horacio, coord.
CDD 371.1

© 2014, EDICIONES SANTILLANA S.A.
Av. L. N. Alem 720 (C1001AAP), Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

ISBN: 978-950-46-3866-7
Queda hecho el depósito que dispone la Ley 11.723
Impreso en Argentina. Printed in Argentina.
Primera edición: octubre de 2014.

Este libro se terminó de imprimir en el mes de octubre de 2014, en FP Compañia Impresora, Beruti 1560, Florida, Buenos Aires, República Argentina.

Índice

Contenidos ..... **IV**

Enfoque didáctico de Explorar en Matemática 7.º/1.º ES ..... **VI**

El papel de los problemas ..... **VI**
Secuenciación de los problemas ..... **XI**
El trabajo exploratorio ..... **XII**
Modos de representación ..... **XII**
La validación ..... **XIII**
La generalización ..... **XIV**
Las relaciones entre conceptos ..... **XV**
El uso de recursos tecnológicos ..... **XVI**
Sobre la gestión de la clase ..... **XX**
Los roles del docente ..... **XXI**

El tratamiento de los contenidos en Explorar en Matemática 7.º/1.º ES ..... **XXII**

Capítulo 1. Recordar números y operaciones ..... **XXII**
Capítulo 2. Numeración ..... **XXII**
Capítulo 3. Operaciones con números naturales I ..... **XXIII**
Capítulo 4. Circunferencias, triángulos y cuadriláteros ..... **XXIII**
Capítulo 5. Operaciones con números naturales II ..... **XXIV**
Capítulo 6. Números racionales I ..... **XXIV**
Capítulo 7. Operaciones con números naturales III ..... **XXV**
Capítulo 8. Polígonos ..... **XXV**
Capítulo 9. Números racionales II ..... **XXV**
Capítulo 10. Proporcionalidad ..... **XXVI**
Capítulo 11. Longitud, capacidad y peso ..... **XXVI**
Capítulo 12. Perímetro y área I ..... **XXVI**
Capítulo 13. Números racionales III ..... **XXVII**
Capítulo 14. Perímetro y área II ..... **XXVII**
Capítulo 15. Estadística ..... **XXVII**
Capítulo 16. Cuerpos y volúmenes ..... **XXVIII**

Bibliografía recomendada ..... **XXIX**

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Contenidos

Capítulo 1 Recordar números y operaciones

Cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones 6
Problemas que se resuelven con distintas operaciones.... 7-8

Capítulo 2 Numeración

Lectura, escritura y orden de números naturales 12-13
Análisis del valor posicional. Cálculos mentales que involucran potencias de 10 14-15
Análisis del valor posicional. Composición y descomposición de números en potencias de 10 16
Escrituras numéricas que involucran potencias de 10 17
Sistema sexagesimal para la medición de tiempo y de ángulos 18

Capítulo 3 Operaciones con números naturales I

Problemas que involucran división. Análisis del resto 22-23
Situaciones de conteo. Problemas de variaciones y permutaciones 24-25
Cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones 26-28

Capítulo 4 Circunferencias, triángulos y cuadriláteros

Construcción de figuras con instrumentos geométricos ... 32
Construcción de triángulos a partir de las medidas de sus lados 33
Construcción de triángulos. Propiedad triangular 34-35
Construcción de triángulos según lados y ángulos. Cantidad de soluciones en función de los datos 36
Introducción a la noción de mediatriz 37-38
Construcción de cuadriláteros a partir de lados, ángulos y diagonales 39-40

Capítulo 5 Operaciones con números naturales II

Interpretación de expresiones aritméticas en problemas de varios pasos 44
Propiedades de la multiplicación 45-46
Propiedades de la división 47
Múltiplos y divisores 48-49
Criterios de divisibilidad. Números primos 50

Capítulo 6 Números racionales I

Revisión del concepto de fracción. Partes y enteros. Fracción de una colección 54-55
Fracciones y división entera en problemas de reparto. Equivalencia 56
Cálculos mentales con fracciones 57
Estrategias de comparación de fracciones 58-59
Búsqueda de fracciones entre dos dadas. Densidad. Fracciones en la recta numérica 60
Fracciones, razones y proporciones 61
Fracciones y porcentaje 62

Capítulo 7 Operaciones con números naturales III

Estudio de la relación $a \times b = c$ 66
Estudio de la relación $D = d \times c + r$ $(0 \leq r < d)$ 67
Problemas que involucran el uso de potencias y raíces 68-69
Orden y jerarquía de las operaciones. Cálculos de potencias y raíces 70

Capítulo 8 Polígonos

Construcción de polígonos 74
Ángulos interiores de un polígono 75
Diagonales de un polígono. Suma de los ángulos interiores de un polígono 76
Características de los lados y los ángulos de polígonos regulares 77
Ángulo central de un polígono regular 78

Capítulo 9 Números racionales II

Valor posicional 82
Equivalencias entre expresiones fraccionarias y decimales 83-84
Expresiones fraccionarias y decimales en la recta numérica 85
Multiplicación y división por la unidad seguida de ceros 86-87
Estrategias de cálculo para multiplicar números decimales 88-89
Estrategias de cálculo de división entre números decimales 90
Orden en el conjunto de los números racionales. Densidad 91-92

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Capítulo 10 Proporcionalidad

Problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa o inversa 96-97
Problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa 98-99
Escalas. Relación con la proporcionalidad directa 100
Porcentaje como relación de proporcionalidad 101
Problemas que involucran relaciones de proporcionalidad inversa 102-103
Gráficos cartesianos. Relación con la proporcionalidad 104-105
Situaciones no proporcionales y de crecimiento proporcional 106

Capítulo 11 Longitud, capacidad y peso

Equivalencias entre unidades. Uso de expresiones decimales y fracciones 110-111
Equivalencias entre unidades del campo informático. Exploración de sistemas de medidas 112

Capítulo 12 Perímetro y área I

Medición y comparación de áreas. Unidades de medida 116-117
Áreas de triángulos y rectángulos 118-119
Áreas de cuadriláteros 120

Capítulo 13 Números racionales III

Fracciones, decimales y probabilidad 124
Multiplicación de fracciones por un número natural 125
Multiplicación con fracciones y entre fracciones 126
División con fracciones y entre fracciones 127-128

Capítulo 14 Perímetro y área II

Área de polígonos. Descomposición en figuras simples 132-133
Área y perímetro. Independencia entre sus variaciones 134-135
Fórmulas de perímetro y área de figuras circulares. Cálculo de perímetro y área de figuras circulares 136-137
Cálculo de área de figuras diversas. Descomposición en figuras simples 138

Capítulo 15 Estadística

Representaciones de datos: construcción de tablas, gráficos circulares y diagramas de barras 142-143
Representaciones de datos: análisis de tablas de doble entrada y gráficos circulares, de líneas y diagramas de barras 144-145
Promedio y moda 146-147
Probabilidad 148

Capítulo 16 Cuerpos y volúmenes

Desarrollo plano de un cuerpo 152
Unidad de medida de volumen. Volumen de un prisma 153
Cálculo de volúmenes de prismas. Unidad de medida de volumen: cm^3 154-155
Equivalencias entre unidades de medida de volumen 156-157
Variación del volumen de un prisma 158

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Enfoque didáctico de Explorar en Matemática 7.°/1.° ES

La intención de este apartado es hacer explícitas algunas ideas sobre la enseñanza de la Matemática que fundamentan las decisiones adoptadas para la elaboración de este libro.

El papel de los problemas

Los problemas constituyen la base del trabajo matemático, permiten proponer nuevos desafíos y durante cierto tiempo se constituyen en objeto de estudio. Se parte de la idea de que es necesario que los alumnos se enfrenten a nuevas y variadas situaciones que promuevan procesos constructivos a partir de la exigencia de poner en juego conocimientos que pudieran estar disponibles. Este proceso exige elaboraciones y reelaboraciones sucesivas que pueden propiciarse desde la enseñanza apuntando a un acercamiento progresivo desde los conocimientos de los alumnos hacia los saberes propios de la Matemática.

¿Qué entendemos por problema? Para que los alumnos puedan ir construyendo una idea acerca del trabajo matemático y del sentido de los conocimientos que se intenta transmitir, precisan enfrentarse a situaciones que les presenten un cierto grado de dificultad, en las cuales los conocimientos de los que disponen no resulten suficientes para dar cuenta de una resolución, de una respuesta. No se espera, entonces, que "salgan bien" desde el primer intento; por el contrario, es el desafío que propone la situación el que genera la posibilidad de producir algo nuevo. La complejidad de los problemas ha de ser tal que los conocimientos de los alumnos no sean suficientes para tratarlos "con comodidad", pero a la vez debe permitirles imaginar y desplegar formas de resolución o exploración. Es esperable que las estrategias utilizadas inicialmente no sean "expertas" ni muy económicas, pero constituirán el punto de partida para la producción de nuevos conocimientos.

Analicemos, por ejemplo, el ítem a) de esta situación:

1 Se desea repartir 15 turrones iguales entre 4 niños, de modo que cada uno reciba la misma cantidad sin que sobre nada.

a) ¿Cómo puede efectuarse el reparto?

b) ¿Cuánto le tocará a cada niño?

c) ¿Será cierto que si se repartieran 30 turrones iguales entre 8 niños cada uno recibiría la misma cantidad que en el reparto de 15 turrones iguales entre 4 niños?

Inicialmente algunos alumnos podrán pensar cuántos darle a cada uno repartiendo los enteros ("2 para cada uno sobran; 3 para cada 1 todavía sobran; 4 para cada uno no me alcanza; me quedo con 3 y me sobran 3 para seguir repartiendo"); otros directamente podrán ensayar con multipli-

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

caciones (4 × 1 = 4; 4 × 2 = 8; 4 × 3 = 12 y sobran 3); otros reconocerán directamente la división y harán la cuenta, y hasta tal vez algún alumno dibuje los 15 turrones. En todos estos procedimientos los alumnos deberán enfrentarse luego a cómo repartir los 3 turrones que sobran entre los 4 chicos. Nuevamente habrá diversidad de estrategias. Algunos dibujarán los turrones sobrantes y los partirán en medios o cuartos para repartirlos. Como producto de un espacio de trabajo colectivo en el que se analicen recursos diferentes, podrán reconocer que al repartir 3 entre 4 se obtienen 3/4. El docente podrá generar una discusión respecto de "dónde dice" 3/4 en esta cuenta de dividir

$$\begin{array}{r|l} 15 & 4 \\ \hline 3 & 3 \end{array}$$

Los ítems b) y c) del problema 1 y el problema 2 buscan instalar recursos más avanzados de resolución:

1 Se desea repartir 15 turrones iguales entre 4 niños, de modo que cada uno reciba la misma cantidad sin que sobre nada.

a) ¿Cómo puede efectuarse el reparto?

b) ¿Cuánto le tocará a cada niño?

c) ¿Será cierto que si se repartieran 30 turrones iguales entre 8 niños cada uno recibiría la misma cantidad que en el reparto de 15 turrones iguales entre 4 niños?

2 Susana compró 38 chocolates iguales para repartir entre sus 5 sobrinos de manera que todos reciban la misma cantidad y no sobre nada.

a) Buscá dos maneras de hacer el reparto.

b) Para hacer el reparto, Susana hizo esta cuenta.

$$\begin{array}{r|l} 38 & 5 \\ \hline 3 & 7 \end{array}$$

¿Cómo se puede usar la información que brinda la cuenta para resolver el problema?

Se espera entonces que en los siguientes problemas los alumnos hayan ya establecido –a partir de las intervenciones del docente– la relación entre las fracciones como resultado de un reparto –equitativo y sin que sobre nada– y la división. Estos nuevos recursos empezarán a descontextualizarse de los problemas que los hicieron surgir y serán identificados como nuevos conocimientos a seguir utilizando.

Además de los "enunciados con preguntas", otras prácticas también pueden constituir problemas, por ejemplo:

• explorar diferentes maneras de resolver un cálculo;

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

ENTRE TODOS

Lean el siguiente método para multiplicar números decimales, y analicen si sirve siempre, a veces o nunca.

Una manera de realizar la multiplicación entre dos números decimales consiste en transformar los factores en números naturales multiplicándolos por una potencia de 10. Luego de resolver la multiplicación entre estos números naturales se divide el resultado por las mismas potencias de 10 para obtener el resultado de la cuenta original. Por ejemplo:
11,50 × 0,5 = (11,50 × 100) × (0,5 × 10) : (100 × 10). Multiplicar por 100 y por 10 es lo mismo que multiplicar por 1.000, entonces se divide el resultado por mil para conservar el resultado de la cuenta original.

11,50	→	× 100	→	1.150
× 0,5	→	× 10	→	× 5
5,750	←	: 1.000	←	5.750

• *interpretar procedimientos diferentes de los propios;*

EN PAREJAS

3 Estas son maneras correctas de resolver 23 × 12.

23	23	23
× 12	× 12	x 12
6	36	46
+ 40	+ 240	+ 230
30	276	276
200		
276		

¿Qué propiedades de la multiplicación se utilizan en cada caso?

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

• *determinar la validez de ciertas afirmaciones;*

ENTRE TODOS

Analicen la validez de las siguientes afirmaciones.

a) 1 es divisor de todos los números.
b) 1 no tiene divisores.
c) Todo número es divisor de sí mismo.
d) Hay un solo par de números que tienen a 15 como múltiplo común.
e) Todo múltiplo de 9 es mayor o igual que 9.
f) El cero no tiene divisores.
g) 8 × *a* es múltiplo de *a*.
h) 8 × *a* es multiplo de 8.

• *determinar medidas o relaciones entre medidas sin medir;*

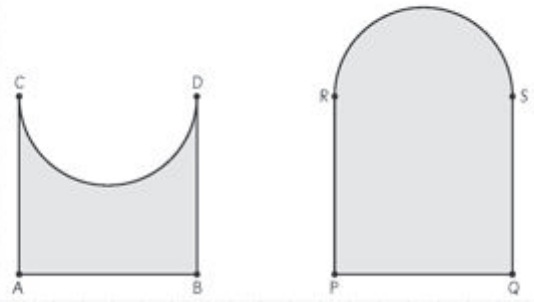
1 Decidí, sin medir ni hacer cálculos, si es cierto que:

a) Estas figuras tienen la misma área.

b) Estas figuras tienen el mismo perímetro.

|CA| = |AB| = |BD| = 2 cm
$\overset{\frown}{CD}$: semicircunferencia de 2 cm de diámetro.

|RP| = |PQ| = |QS| = 2 cm
$\overset{\frown}{RS}$: semicircunferencia de 2 cm de diámetro.



• *copiar una figura;*

2 Copiá esta figura con los instrumentos que necesites, de manera que los segmentos de la figura copiada midan el doble.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

• *anticipar si será posible realizar una construcción bajo ciertas condiciones;*

1 ¿Es posible completar la siguiente construcción de manera que se forme, en cada caso,

a) un polígono que tenga cinco lados;

b) uno con cinco lados y dos pares de lados paralelos;

c) uno de nueve lados, tres lados de igual longitud, y

d) uno con todos sus ángulos iguales? Podés hacer dibujos en tu carpeta.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

• analizar la cantidad de soluciones que podría admitir un problema;

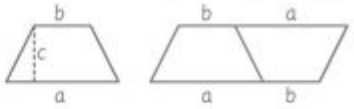
8 **a)** ¿Es posible encontrar una fracción con denominador 6 entre 0 y 1? Si tu respuesta es sí, ¿cuántas más podrías hallar? Si pensás que no, explicá por qué.

b) ¿Cuántas fracciones con denominador 3 podés encontrar entre 2 y 3?

• interpretar una demostración o una explicación de una fórmula;

ENTRE TODOS

Analicen y discutan entre todos esta explicación: "Para calcular el área de un trapecio isósceles de bases *a* y *b*, y altura *c*, se pueden considerar dos trapecios iguales y formar con ellos un paralelogramo, de esta manera:



El área de este paralelogramo se puede calcular así: $(a + b) \times c$.
Por lo tanto, área del trapecio es $\frac{(a + b) \times c}{2}$."

• interpretar expresiones sencillas que involucran letras;

ENTRE TODOS

- Si la letra *n* representa un número natural cualquiera, ¿qué fracción es mayor: $\frac{1}{n}$ o $\frac{1}{n+1}$?
- Si la letra *n* representa un número natural cualquiera, ¿cuánto podría valer para que $\frac{1}{n}$ sea menor que $\frac{1}{12}$? ¿Hay una sola posibilidad?

• establecer relaciones entre cálculos;

EN PAREJAS

5 Los cálculos de cada par dan el mismo resultado. Expliquen por qué.

a) $4{,}8 \times 56$ y $48 \times 5{,}6$.

b) $12{,}3 \times 0{,}31$ y $1{,}23 \times 3{,}1$.

c) $0{,}23 \times 71$ y $23 \times 71 \times 0{,}01$.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

• *establecer relaciones entre conceptos;*

2 Escribí estos números usando operaciones con potencias de 10.

a) 43.182 =

b) 150.879 =

c) 5.426.311 =

• *decidir cuáles pueden ser las soluciones a un problema.*

2 ¿Cuál o cuáles de estos pares de números permiten completar esta cuenta?

62 |
2

a) Divisor 5; cociente 12.

b) Divisor 12; cociente 5.

c) Divisor 6; cociente 10.

d) Divisor 10; cociente 6.

e) Divisor 2; cociente 30.

f) Divisor 30; cociente 2.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Secuenciación de los problemas

Para promover avances sobre el dominio de un concepto por parte de los alumnos, un recorrido posible es la resolución de una colección de situaciones similares. Se busca que los alumnos puedan poner en juego sus conocimientos como punto de partida –aun cuando sean erróneos o no convencionales– y a la vez ponerlos a prueba, modificarlos, ampliarlos y sistematizarlos a lo largo de varias oportunidades. Un trabajo sistemático que incluya clases próximas entre sí en torno de ciertas cuestiones vinculadas promueve la reflexión y la reorganización de estrategias de resolución, permite volver sobre las relaciones que se identificaron o establecieron en clases o problemas anteriores, y habilita a abandonar ensayos erróneos e intentar nuevas aproximaciones.

Por ello, las diferentes propuestas de este libro se organizan en secuencias que apuntan a promover avances. Además de volver sobre una misma clase de situaciones con herramientas nuevas, es necesario que los alumnos se enfrenten a problemas novedosos que amplíen los sentidos del conocimiento que se está tratando. Es así como se incorporan progresivamente ciertas variaciones que agregan nuevos desafíos.

Para sostener estas ideas sobre los problemas y su secuenciación es necesario aceptar y prever cierta provisoriedad y el largo plazo en los procesos de construcción de conceptos matemáticos en la escuela. Aquellas cuestiones que en algún momento se resuelven con estrategias menos avanzadas, luego de un cierto trabajo sostenido en torno de varios problemas similares podrán resolverse con recursos más adaptados.

El trabajo exploratorio

Si bien una de las características del trabajo matemático reside, como ya se mencionó, en la resolución de diferentes tipos de problemas y en la reflexión sobre los recursos elaborados para su resolución, hay otras marcas del trabajo matemático que se han considerado en este libro.

Frecuentemente en la resolución de un problema un primer intento no siempre conduce a "buen puerto". Es necesario realizar varios ensayos, identificar en qué consisten los errores que impiden arribar a la solución, buscar cierta información que puede estar involucrada en el trabajo que se propone y no fue considerada, etc. Se trata de un juego entre la anticipación de los recorridos de resolución y los efectos de las decisiones que se fueron tomando, de manera de sistematizar la búsqueda.

Para posibilitar tanto la exploración como la sistematización por parte de los alumnos es central el doble papel del docente: por un lado alienta el momento de búsqueda por medio de diversas estrategias, pero en otras instancias propone analizar los ensayos realizados, discutir a partir de los errores producidos, sistematizar los recursos que aparecieron, organizar los nuevos conocimientos elaborados y hasta presentar vocabulario, formas de representación o nuevas relaciones. Hay un interjuego en la clase entre fases que invitan a explorar, probar, ensayar..., y otras en las que el trabajo reflexivo se dirige a reordenar la búsqueda, a sistematizar.

Antes hemos visto un ejemplo sobre cómo en este libro algunos problemas iniciales alientan a este proceso exploratorio y por medio de otros se busca sistematizar el trabajo realizado.

Modos de representación

Durante la exploración de un problema nuevo es esperable que los alumnos realicen dibujos, representaciones gráficas o simbólicas, utilicen cálculos, diagramas, etc. Estas formas de representación son un punto de partida para iniciar el trabajo. El docente podría alentar a sus alumnos a elaborar representaciones propias, aun cuando sean poco adaptadas a la situación que se trata de resolver. Ahora bien, el docente podría proponer un análisis de esas formas de representación y la discusión sobre su fertilidad, su pertinencia, su validez. Avanzar sobre las formas de representación es parte de lo que se espera promover en el proceso de estudio de un concepto.

Es parte de la tarea docente ofrecer, si resulta conveniente o necesario, otras formas de representación para que los alumnos puedan incorporarlas de manera progresiva. Se trata de establecer relaciones entre las formas de representación que elaboran los alumnos y las elaboradas en la matemática.

En algunas oportunidades se propone analizar relaciones entre diferentes formas de representar relaciones entre variables, que también son propias de la matemática.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Parte de lo que se pretende que asuman los alumnos como actividad matemática está asociada a determinar la validez de lo que se produce. En este sentido, se apunta a generar en la clase un tipo de trabajo matemático en el que los alumnos, paulatinamente, puedan hacerse cargo por sus propios medios de la validez de los resultados que encuentran y de las relaciones que establecen. En un principio, es un objetivo que puedan despegarse de la mirada del docente en cuanto a si está bien o está mal lo producido.
Luego se trata de instalar como parte del trabajo del alumno la responsabilidad de verificar, mediante diferentes recursos, si lo realizado es correcto o no. Este aspecto es quizás el más complejo de tratar en el desarrollo de las clases. En ciertas situaciones se propone corroborar algún resultado apelando a la calculadora:

3 Resolvé y luego verificá con la calculadora.

a) 0,36 : 0,02 = **b)** 150 : 0,75 = **c)** 98,5 : 0,05 =

En otras oportunidades los alumnos podrán constatar sus anticipaciones verificando de manera más empírica:

2 En una hoja cuadriculada se dibujó un rectángulo de 14 cuadraditos de largo y 4 de ancho. Si se duplica la cantidad de cuadraditos de largo y se triplica la cantidad de cuadraditos de ancho, ¿será cierto que se quintuplica la cantidad total de cuadraditos del rectángulo?

A veces se pone en el centro del trabajo del alumno la elaboración de argumentos o fundamentos apoyados en conocimientos matemáticos que permitan establecer la validez de los resultados alcanzados. Se trata, entonces, de proponer desafíos que demanden la elaboración de nuevos modos de estar seguro sin necesidad de apelar a recursos empíricos.

8 **a)** ¿Es posible encontrar una fracción con denominador 6 entre 0 y 1? Si tu respuesta es sí, ¿cuántas más podrías hallar? Si pensás que no, explicá por qué.

b) ¿Cuántas fracciones con denominador 3 podés encontrar entre 2 y 3?

Además de las razones más ligadas a las prácticas matemáticas, encontramos otras buenas razones para iniciar a los alumnos en procesos de validación por sus propios medios: fomentar una progresiva autonomía intelectual.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

En forma simultánea a la adquisición de conocimientos que les permitan dar cuenta, por sus propios medios, de la validez de los resultados obtenidos, se busca que los alumnos puedan involucrarse en la determinación de los alcances de los recursos y resultados que se van obteniendo. Es decir, inicialmente pueden determinar la validez de una afirmación o de un cálculo específico en función de un problema o un contexto particular. Se tratará, entonces, de promover la reflexión hacia el carácter más general de ciertas ideas que han circulado, para llegar en algunas instancias a establecer reglas válidas para cualquier caso. Por ejemplo:

3 ¿Cuál o cuáles de estas afirmaciones creés que es verdadera?

a) Entre 0,7 y 0,8 no hay números.
b) Entre 0,7 y 0,8 hay exactamente nueve números.
c) Entre 0,7 y 0,8 hay más de 9 números.
d) Entre 0,7 y 0,8 hay infinitos números.

En ocasiones se presentan problemas que demandan que los alumnos exploren niveles de generalidad de propiedades en los que luego se buscará discutir si "aquello que pasa con estos casos pasará siempre". Por ejemplo:

1 Las divisiones que se proponen en cada ítem dan el mismo resultado. ¿Por qué pasará esto?

a) 75 : 15	150 : 30	7,5 : 1,5
b) 102 : 24	51 : 12	10,2 : 2,4
c) 12,06 : 2,3	120,6 : 23	1206 : 230

El trabajo vinculado con la generalización requerirá ir evolucionando hacia formas cada vez más elaboradas de fundamentar, avanzando en un terreno más deductivo asociado a la demostración.

Al tratar el problema de la generalización, las letras comienzan a desempeñar un papel preponderante en el trabajo matemático para dar cuenta de relaciones que se verifican en un cierto dominio. No se trata de forzar la aparición y el tratamiento de las expresiones algebraicas, ni de resolver ecuaciones, sino de iniciar a los alumnos en la interpretación y el uso de expresiones que incluyen letras, así como empezar a hacer jugar su potencia.

En algunas oportunidades se proponen a los alumnos problemas para analizar y resolver de manera colectiva, en los que se propicia el uso de las letras para identificar un dominio de validez. Por ejemplo:

ENTRE TODOS

Si **a** representa un número natural, ¿qué valores podría tomar para que sea cierto que $a \times 5.000 \times 2 > 48.997$?

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

En otras oportunidades se recurre al uso de las letras para explorar una propiedad:

ENTRE TODOS

Encuentren diferentes valores para a de manera que $3{,}5 \times a$ sea mayor que 35.

En ciertas ocasiones las letras permiten analizar fórmulas:

ENTRE TODOS

¿Con cuál o cuáles de estas fórmulas se averigua el resultado de la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono, siendo n la cantidad de lados?

$180° \times n - 2$ $\quad$ $180° \times n - 180° \times 2$ $\quad$ $(180° - 2) \times n$ $\quad$ $180° \times (n - 2)$

En algunas oportunidades se recurre a las letras para dar cuenta de una relación que se establece entre dos variables. Con posterioridad a la resolución de situaciones que involucran tratar con dos magnitudes susceptibles de sufrir variaciones, se invita a analizar la relación entre ellas mediante cálculos, tablas o gráficos. Se propone que los alumnos avancen en un nuevo tipo de trabajo: aquel que implica dar cuenta de una generalidad en este tipo de relaciones. Lógicamente, se trata de los primeros pasos en ese sentido, ya que el trabajo vinculado con esta práctica matemática se desarrolla en mayor medida y de manera más sistemática en los años siguientes de la escuela secundaria.

ENTRE TODOS

Se sabe que a y b son dos números naturales, y que $a \times b = 500$.
¿Será posible averiguar el resultado del doble de a por el triple de b?

En este libro las situaciones que apelan al uso de letras se proponen siempre para ser resueltas grupalmente como una actividad exploratoria. No se espera aún que los alumnos adquieran un dominio sobre su uso.

Las relaciones entre conceptos

Otro tipo de tarea que se propone en este libro –y que forma parte de la actividad matemática que se intenta propiciar– involucra la posibilidad de establecer relaciones entre conceptos que, aparentemente, no tienen relación entre sí, o la forma de relacionarlos no es evidente a los ojos de los alumnos. Con la intención de explicitar esas relaciones, se proponen diferentes momentos de trabajo en los cuales algunos conocimientos, que ya han sido abordados, han circulado y los alumnos tienen en cierta forma disponibles, puedan comenzar a funcionar de manera simultánea para tratar nuevos problemas. En algunas oportunidades serán el motor de una

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

explicación, en otras servirán para reconocer "puentes" entre conceptos; en ocasiones serán herramientas para pensar recorridos de solución, e incluso podrán permitir la aparición de otros modos de representación.
Se trata de ir configurando una imagen del trabajo que permita que los alumnos identifiquen por qué todo ese andamiaje forma parte de una misma disciplina.

El uso de recursos tecnológicos

En varios capítulos de este libro se propone que los alumnos apelen a recursos tecnológicos que también les permitirán, bajo ciertas condiciones, enfrentarse a desafíos en el mismo marco de trabajo que se enunció en páginas anteriores.
Por un lado se propicia el uso de la calculadora para diferentes tipos de tareas. En algunas oportunidades, como ya se mencionó, se propone usarla como medio de verificación de resultados obtenidos mediante otros recursos.

6 Para cada cálculo se ofrecen tres resultados posibles, pero solo uno es correcto. Sin hacer las cuentas, seleccioná el que consideres acertado en cada caso. Luego podés comprobar con la calculadora.

126 × 99 =	1.234	9.234	12.474
200 × 49 =	4.900	9.800	19.600
327 × 30 =	980	1.110	9.810
23.551 : 11 =	2.141	3.141	5.141

En otras ocasiones se recurre a la calculadora para explorar propiedades de las operaciones.

EN PAREJAS

Van a necesitar una calculadora común y una calculadora científica.

1 **a)** Resuelvan estos cálculos con la calculadora común y con la científica.

3 × 2 + 4 × 5 = 8 + 12 : 4 − 1 =

¿Cómo podrían explicar que se obtengan dos resultados diferentes para cada cálculo?

b) ¿Qué resultado creen que arrojará cada una de las calculadoras si se ingresan estos cálculos? Verifiquen sus respuestas con las dos calculadoras.

10 : 2 + 4 × 3 = 2 + 6 × 3 − 4 : 4 =

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

En algunas situaciones se recurre a la calculadora para indagar acerca de las características del sistema de numeración.

1 Escribí 728.345 en la calculadora.

a) Sin borrarlo, ¿qué cálculo hay que hacer para que en el visor aparezca 728.145?

b) ¿Y para que se lea 738.345?

c) ¿Y para que aparezca 1.728.345?

Por otro lado, se apela a la computadora intentando preservar el mismo espíritu de trabajo que se viene proponiendo en estas páginas.
Uno de los programas que se utiliza es GeoGebra, una aplicación libre de matemática para educación. Fue creado por un joven profesor austríaco llamado Markus Hohenwarter. En este libro se recurre a este programa fundamentalmente para explorar, analizar y debatir acerca de propiedades de las figuras a partir de problemas que involucran construcciones. La validez de esas construcciones es establecida por el modo en que fue concebido el programa: una construcción se considerará correcta si al mover cualquiera de sus elementos sigue preservando las propiedades de lo que se dibujó, y así "obliga" a recurrir a las propiedades para lograr las construcciones.
Los docentes y alumnos podrán descargar el programa de http://www.geogebra.org/cms/.
Y también consultar los siguientes tutoriales:
http://www.youtube.com/watch?v=QaQrZFDAWIw&feature=related
http://www.youtube.com/watch?v=CA4Zz3sQZuc&feature=related

A continuación se proponen algunos problemas que permitirán que los docentes y alumnos aprendan a usar algunos recursos del programa. Las actividades en las que se trabaja en este libro usan la apariencia "Geometría". Se sugiere cambiar la apariencia de la pantalla a "Geometría" cada vez que se inicie una nueva actividad para trabajar sobre un fondo liso.

Problema 1 ¿Cómo harían para dibujar dos rectas perpendiculares de manera que al cambiar la dirección de la primera recta ambas sigan siendo perpendiculares? (Para mover un objeto hay que seleccionar la opción "elige y mueve" representada por la flecha en el icono de la izquierda).

Para resolver el problema 1, es posible dibujar primero una recta, seleccionar el icono que habilita a dibujar perpendiculares y situarla en alguno de los puntos que ya forman parte de la primera recta trazada. Con estas condiciones, al mover la primera recta dibujada, se mueve la segunda, ya que se instruyó al programa que esta sea perpendicular a la primera. Es posible que algunos alumnos dibujen dos rectas que parecen perpendiculares a simple vista; será tarea del docente proponer el análisis acerca de que si se mueve una de las rectas, dejan de ser perpendiculares.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

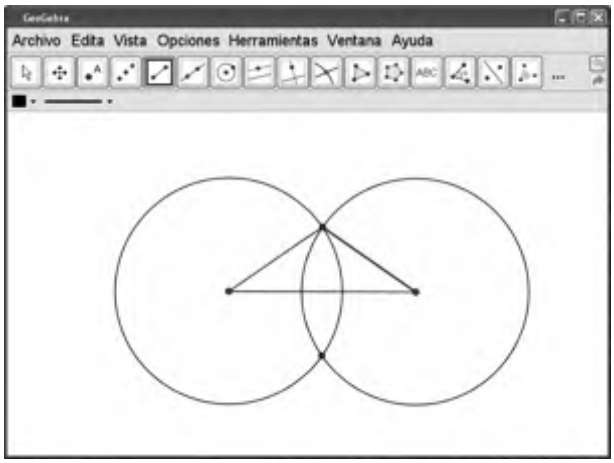
Problema 2 *Dibujen un segmento. Designen a sus extremos con las letras A y B (para ello, en el menú contextual del punto elegir la opción "Renombra"). A continuación dibujen una circunferencia que tenga por radio al segmento AB, de manera que, al variar la longitud del segmento, varíe la circunferencia (pueden recurrir a la herramienta "Compás", que se encuentra dentro del grupo de herramientas de círculos y arcos). Con esta herramienta es posible generar la circunferencia con radio de medida AB con centro en un punto determinado).*

La resolución del problema 2 permite analizar dos cuestiones. Por un lado, introduce nuevas herramientas para construir figuras (el docente no solo podrá proponer la resolución de este problema mediante la herramienta "Circunferencia (centro,radio)", sino además invitar a los alumnos a dibujar otras circunferencias a partir de otras herramientas; también se presenta la posibilidad de asignarle una letra a modo de nombre de cada objeto, a desplazarlos, etc.). Por otro lado, pone de relieve la relación de dependencia existente en este tipo de construcciones: al variar la medida del segmento AB, cambia el radio de la circunferencia.

Problema 3 *Dibujen polígonos de diferente cantidad de lados y que algunos tengan todos sus lados iguales.*

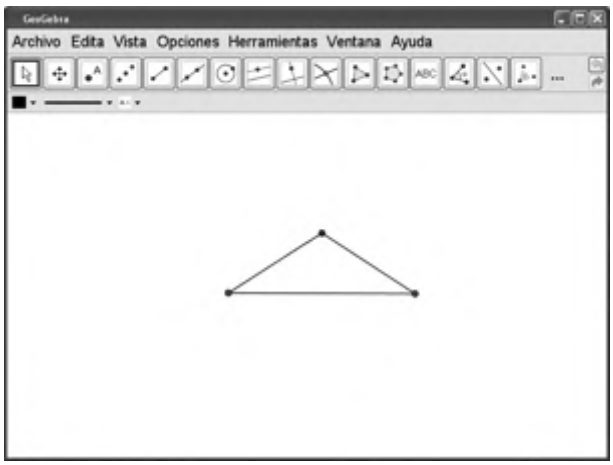
El problema 3 permite identificar la posibilidad de dibujar polígonos regulares o irregulares. Será interesante analizar las similitudes y diferencias entre construir un polígono mediante esta opción y hacerlo a partir de una sucesión de segmentos. Una diferencia principal es que al construir un polígono mediante la opción "Polígono", la construcción incluye tanto el contorno como su interior; en tanto que al dibujar un polígono apelando a segmentos consecutivos, el programa lo considera únicamente en términos de contorno. Por ello, si no está construido como "Polígono", no es posible hallar su área.

Problema 4 *Intenten copiar el siguiente dibujo, formado por un triángulo isósceles y dos circunferencias de igual radio, de modo que al mover cualquiera de sus elementos se mantenga su forma.*



© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

a) ¿Cómo hicieron para construir el triángulo?
b) ¿Cómo harían para que en el dibujo solo quede el triángulo (como se muestra en la pantalla siguiente) de modo que al mover cualquiera de sus elementos siga siendo el mismo tipo de triángulo?



En el problema 4 se tratan de instalar dos nuevas cuestiones. Por un lado, que los alumnos identifiquen que las construcciones se van a apoyar en ciertas propiedades de las figuras; en este caso, la igualdad de las circunferencias garantiza que el triángulo es isósceles. Por otro lado, identificar la posibilidad de ocultar elementos o construcciones auxiliares, para que quede visible solo lo que se pretende dibujar. Para ello, se despliega la opción "Edita" y se activa "Mostrar/Ocultar objetos". Al seleccionar un objeto y hacer clic en esta opción, el objeto se oculta, pero no se elimina.

Problema 5 *a) Dibujen un triángulo que tenga un ángulo de 60° y otro de 30°. Pueden usar la herramienta "Polígono", o la herramienta "Segmentos", entre otras herramientas del programa.*
b) ¿Cómo harían para que al mover cualquier elemento el triángulo siga teniendo un ángulo de 60° y otro de 30°?

El problema 5 instala una nueva posibilidad: medir ángulos. Para ello se deberá seleccionar la opción en el icono que aparece el ángulo y luego seleccionar los tres vértices en el sentido horario, de manera que el vértice del ángulo que se quiera medir sea el segundo seleccionado.
La construcción mediante la opción "Polígono" hace que, al ajustar los ángulos, las medidas se pierdan al mover alguno de sus elementos. Si se recurre a construirlo con segmentos, será necesario trazar un ángulo recto para luego buscar el triángulo.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

En función de las variadas formas que puede adquirir el trabajo matemático, del nivel de conocimientos que involucra el problema y del tipo de interacciones que se pretende promover, serán necesarias diversas modalidades de organización de la clase. Entre ellas se incluyen: individual, en parejas y colectiva.

En todos los capítulos hay gran cantidad de problemas que se proponen para una exploración individual. Son espacios necesarios para que cada alumno, en un tiempo personal, pueda enfrentarse al o los problemas desde los conocimientos que tiene disponibles. Estos primeros acercamientos a la resolución serán puntos de partida para que el docente pueda organizar el análisis colectivo ulterior.

También hay propuestas de trabajo individual en las páginas que llevan por título Problemas para repasar, que se proponen al finalizar cada capítulo. Está previsto para los tiempos individuales de estudio, de sistematización, o bien de volver a enfrentarse a las propias dificultades que pudieron presentarse a lo largo del capítulo. Estos problemas podrían considerarse "tarea para el hogar", repaso previo a una evaluación escrita, trabajo práctico para entregar y ser corregido por el docente, etcétera.

En otras oportunidades se sugiere abordar algunos problemas en parejas, cuando se espera que las interacciones entre los alumnos sean fecundas para la circulación y la explicitación de conocimientos. Esta modalidad se adopta tanto cuando la actividad adquiere un tinte más exploratorio y no se espera que los alumnos puedan resolver autónomamente la situación, como cuando la propuesta es más compleja y es posible que en el intercambio se acerquen a una estrategia o a una respuesta más elaborada, que en forma individual tal vez no se podría abordar.

Hay momentos en los que se propicia un trabajo colectivo. Estas actividades aparecen bajo el título Entre todos. A veces la tarea que se propone involucra una complejidad mayor. Por ejemplo:

ENTRE TODOS

Para resolver el problema del pizarrón, Carla hizo una división usando la calculadora.

¿Cómo podrían utilizar este resultado para responder las preguntas del problema?

Julio necesita 6.840 hojas A4. Va a comprar resmas enteras de 500 hojas.
a) ¿Cuántas resmas debería comprar?
b) ¿Cuántas hojas le van a sobrar?

En otros casos se pretende generar un mayor nivel de sistematización de conocimientos que han circulado, por ejemplo:

ENTRE TODOS

La suma de tres ángulos interiores de cualquier triángulo mide 180°. ¿Podrían ser estas las medidas de los tres ángulos de un triángulo?

$\hat{a} = 60° 15'$ $\hat{b} = 54,5°$ $\hat{c} = 100°$

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Otros momentos colectivos buscan instalar un proceso de generalización, por ejemplo:

ENTRE TODOS

En esta recta se ha representado la ubicación de 0 y $\frac{1}{n}$. ¿Dónde se ubicaría $\frac{2}{n}$? ¿Y $\frac{1}{2 \cdot n}$?

También se prevén como instancias colectivas los momentos para establecer cierto vocabulario, definir propiedades o presentar algunas explicaciones. Esta información aparece encabezada bajo el título Machete.

MACHETE

Para resolver una división entre expresiones decimales es posible multiplicar o dividir ambos valores por el mismo número.

Por ejemplo:

a) 12,06 : 2,3

× 100 × 100

1.206 : 230

Y así se obtiene el mismo cociente y el mismo resto.

Los roles del docente

Para que sea posible instalar el trabajo matemático, es preciso que el docente despliegue prácticas diferentes según los momentos de la clase y del desarrollo del contenido en cuestión.

En muchos momentos de la clase alienta a sus alumnos a que resuelvan los problemas con sus propios recursos, o propone algún recurso para que ciertos alumnos puedan empezar a enfrentarse al problema propuesto. En otras instancias les propone que expliciten los conocimientos y procedimientos utilizados. En ciertas oportunidades organiza los debates a propósito de los conocimientos en juego y promueve la difusión de esos conocimientos (aunque solo sean producidos por algunos).

A veces genera espacios de análisis de procedimientos y soluciones erróneos (aunque sean solo de algunos alumnos) para promover avances para todos, o bien somete a discusión una nueva estrategia que no ha sido utilizada para resolver un problema.

Además, el docente es quien aporta información cuando se la requiere para que los alumnos puedan retornar al problema. Puede registrar en el pizarrón aquello que es nuevo, para que pueda reutilizarse, y también es responsable de evocar lo realizado en clases anteriores, para establecer la continuidad entre lo hecho y lo que está por realizarse. Es también función del docente presentar conjuntos de problemas que permitan sistematizar, reutilizar o ampliar lo aprendido.

En este libro se presentan algunas orientaciones al docente en torno de cada uno de los contenidos abordados en los capítulos. Este material se presenta como texto comentado en cada página del libro del docente.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

El tratamiento de los contenidos en Explorar en Matemática 7.°/1.° ES

Este libro está organizado en dieciséis capítulos. Cada uno se inicia con un juego relacionado con algunos aspectos de la temática que se aborda en el capítulo. En algunas oportunidades se trata de recuperar algunos conocimientos que los alumnos pudieron haber trabajado con anterioridad; en otras ocasiones puede funcionar como puntapié inicial al estudio de un nuevo objeto matemático. Estos juegos están pensados para desarrollarse en parejas, en grupos o de manera colectiva. Al final de la página se proponen algunas cuestiones que invitan a reflexionar sobre aquellos recursos matemáticos puestos en funcionamiento en el juego.
A continuación se presentan aspectos centrales de cada capítulo.

Capítulo 1 Recordar números y operaciones

Se ha optado por iniciar este capítulo recuperando algunos conocimientos relacionados con el cálculo mental de multiplicaciones y divisiones. Muy probablemente, varios de estos problemas hayan sido tratados por los alumnos en años anteriores. Se busca poner en juego relaciones entre los resultados de las tablas, la multiplicación por la unidad seguida de ceros y abonar a una práctica basada en el uso de resultados conocidos para encontrar otros desconocidos.
Se continúa con una colección de problemas que vuelven sobre diferentes sentidos de la multiplicación y la división; entre otros, series proporcionales, organizaciones rectangulares, combinatoria, repartos equitativos poniendo el foco en las relaciones entre los sentidos de las operaciones y los cálculos.

Capítulo 2 Numeración

Este capítulo se ocupa de profundizar el estudio sobre los números naturales. Los primeros problemas invitan a debatir sobre la lectura, la escritura y el orden en este campo de números, incluyendo la interpretación de cantidades organizadas en gráficos y el análisis de escrituras más complejas de uso social (por ejemplo, 2,4 millones).
Se avanza luego hacia un análisis más sistemático de las propiedades del sistema de numeración, a partir de problemas que involucran el tratamiento del valor posicional de las cifras y el análisis de las relaciones entre las características del sistema y la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros. En este punto se abordan también problemas asociados a la descomposición polinómica de un número y la idea de potencias en base 10. La notación científica viene a acompañar este estudio al volver sobre el valor posicional de las cifras. Todo este recorrido apela a la calculadora como insumo para pensar sobre algunas de estas relaciones y desafiar a los alumnos al condicionar el modo de usar este recurso tecnológico.
Finalmente se proponen algunos problemas que invitan a reflexionar sobre

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

el funcionamiento del sistema sexagesimal en el contexto del tiempo y de la medida de los ángulos, así como a analizar las diferencias que se evidencian en relación con el sistema decimal posicional.

Capítulo 3 Operaciones con números naturales I

Este capítulo retoma el tratamiento de las operaciones. El trabajo se inicia con la división y la resolución de problemas que involucran tratar con el resto, incluyendo la búsqueda de números que se ubican entre dos múltiplos consecutivos de algún otro. Otros problemas promueven la determinación de la cantidad de elementos de una colección que resulta de combinar conjuntos de elementos. Se busca que los alumnos puedan establecer relaciones entre los modos de organizar la información –para que no quede ningún elemento por fuera y no se considere algún elemento más de una vez– y los cálculos que permitirían arribar a una respuesta.
Nuevos problemas buscan recuperar el trabajo en torno del cálculo mental de multiplicaciones y divisiones, en los cuales se ponen en juego dos aspectos: las propiedades de estas operaciones y las relaciones entre multiplicación y división. Los aspectos más formales relacionados con las propiedades de estas operaciones se presentan recién en el capítulo 6.

Capítulo 4 Circunferencias, triángulos y cuadriláteros

Este capítulo se inicia con una colección de problemas que demandan construir figuras que contienen circunferencias, mediante regla, compás y, en algunos casos, con la posibilidad de recurrir a la computadora usando el programa GeoGebra. En algunas oportunidades se trata de copias, en otras se propone seguir un instructivo, y en otras ocasiones se informan ciertos datos a partir de los cuales hay que obtener una figura determinada. Las construcciones son un recurso interesante ya que, bajo ciertas condiciones, exigen tratar con las propiedades de las figuras que se pretende construir. Por otro lado, el uso de diferentes instrumentos –regla, escuadra, compás y el programa GeoGebra– favorece la explicitación de algunas de las propiedades a las que se recurre para obtener los dibujos solicitados. Por ejemplo, condicionar la construcción al uso de regla no graduada favorece el empleo del compás como recurso para conservar distancias; inhibir el uso de la escuadra para construir ángulos rectos obliga a usar el compás para su construcción; la condición de que al mover sus elementos, el dibujo no se deforme proviene del uso de GeoGebra.
Algunas construcciones ponen de manifiesto las relaciones entre circunferencias y triángulos, abonando al estudio de propiedades de estos últimos en función de sus lados, ángulos y alturas. La circunferencia entonces permitirá que los alumnos decidan acerca de la validez de la tarea realizada, de la posibilidad de obtener o no las figuras que se solicitan a partir de ciertos datos. Es decir, los dibujos (en tanto representaciones de las figuras) y las condiciones que se proponen para construirlos permiten "dialogar" sobre algunas de sus propiedades.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Este capítulo también incluye problemas relacionados con la construcción de la mediatriz y algunas de sus relaciones con triángulos y rombos.
Otros problemas basados en construcciones invitan a los alumnos a tratar con cuadriláteros, para promover el estudio de sus propiedades en función de sus lados, ángulos o diagonales. Tanto las propiedades de circunferencias como de triángulos resultan insumos para el debate acerca de la validez de las construcciones y de las propiedades que se puedan ir determinando.

Capítulo 5 Operaciones con números naturales II

Este capítulo comienza con el estudio de las propiedades de la multiplicación a partir de la resolución de diferentes problemas de cálculo mental. Asimismo, se vuelve sobre diferentes organizaciones de los algoritmos y el análisis del funcionamiento de estas propiedades al interior de cada uno de ellos. El mismo tipo de tratamiento se plantea para el estudio de las propiedades de la división.
Otros problemas abonan al estudio de las nociones de múltiplos y divisores en sus relaciones con la multiplicación y la división, y como punto de partida hacia el análisis del concepto de divisibilidad. Este recorrido desemboca en algunos criterios, y el uso de la composición y la descomposición multiplicativa de números para anticipar y encontrar resultados de cálculos.

Capítulo 6 Números racionales I

Este capítulo se inicia con algunos problemas que permiten que los alumnos vuelvan sobre las relaciones entre enteros, medios, cuartos y octavos, con la finalidad de componer cantidades en diferentes contextos asociados a la medida. Posteriormente se incluyen otras fracciones que involucran tercios, sextos, quintos y décimos.
Otros problemas proponen situaciones de reparto equitativo que apuntan a la construcción de la noción de la fracción como resultado exacto de una división entre números naturales. Con posterioridad se presentan problemas que apelan a la elaboración de recursos de cálculo mental entre fracciones, apoyados en las relaciones entre algunas de ellas y con el entero, y en la noción de equivalencia.
Luego se profundiza el estudio de las fracciones a partir de situaciones que demandan tratar con el orden. Diferentes estrategias de comparación propician el establecimiento de nuevas relaciones entre partes, y entre enteros y partes, abonando a una mejor comprensión del objeto fracción. Estas estrategias permiten introducir otros desafíos relacionados con la posibilidad de encontrar fracciones entre números naturales o entre otras fracciones dadas. El uso de la recta numérica es una herramienta fértil para ese fin.
Posteriormente se plantea un nuevo sentido de la fracción: la proporción. La fracción como razón es una idea sumamente compleja, ya que no se trata como un número sino como una relación. El porcentaje es una idea potente dentro de este campo de problemas.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Capítulo 7 Operaciones con números naturales III

Este capítulo vuelve sobre el funcionamiento de la multiplicación y la división. Se trata de acompañar el estudio de un nuevo aspecto: el análisis de las variaciones que pueden sufrir los resultados de estas operaciones en la medida en que se modifican algunos de los elementos que intervienen. Se pone en juego en esta instancia la idea de variable.

Posteriormente se presentan problemas que abonan a un estudio introductorio de las nociones de potencia y raíz en ciertos contextos. Por último, se proponen nuevos problemas que demandan el uso de todas estas operaciones con números naturales. Ciertas situaciones apuntan a poner el eje en el orden jerárquico de ellas.

Capítulo 8 Polígonos

En este capítulo se retoma la construcción de figuras, bajo ciertas condiciones, abonando, por un lado, a identificar algunas de las propiedades de los polígonos y, por el otro, a la posibilidad de concebirlos a partir de la descomposición en figuras más simples.

Otros problemas promueven la elaboración de procedimientos que permitan calcular la suma y la medida de los ángulos interiores de cualquier polígono, cuestiones que se proponen asociadas a las diagonales y a los triángulos que permiten cubrir un polígono.

El mismo tipo de tratamiento se propone para el estudio de los polígonos regulares, incluyendo ahora el valor del ángulo central.

Capítulo 9 Números racionales II

El capítulo se inicia con una colección de problemas que ponen en el centro de atención las expresiones decimales y el valor posicional de las cifras decimales, en un comienzo en el contexto del dinero para luego pasar a contextos más puramente matemáticos. Otros problemas focalizan en las relaciones entre escrituras fraccionarias y expresiones decimales a partir del análisis del valor posicional. Este estudio se preserva en nuevos problemas que incluyen el orden y el recurso de la recta numérica como medio para profundizar las relaciones entre diferentes escrituras de los números racionales.

Con posterioridad se aborda la multiplicación y la división entre expresiones decimales, y potencias de diez o múltiplos de potencias de diez. Se trata de identificar cuestiones asociadas una vez más al valor posicional de las cifras decimales y la elaboración de algunos argumentos que permitan tratar con el fenómeno del "corrimiento de la coma". Estos recursos resultan ser insumos que sustentan la resolución de nuevos problemas que exigen multiplicaciones y divisiones entre expresiones decimales.

Por último, se abordan problemas que involucran tratar con el orden en los decimales y las fracciones decimales. La producción de estrategias para comparar números racionales es un posible camino de entrada al reconocimiento de la densidad en el campo de los números racionales. En este terreno, nuevamente el uso de la recta numérica resulta un insumo fértil.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Capítulo 10. Proporcionalidad

Este capítulo comienza con problemas que permiten recuperar algunas de las propiedades que verifican las relaciones de proporcionalidad directa e inversa. Al tratarse, posiblemente, de las primeras aproximaciones a la proporcionalidad inversa, se ha optado por presentar números pequeños y habilitar un trabajo casi artesanal.

Se profundiza luego el estudio de la proporcionalidad directa apelando a problemas que implican también el análisis de tablas y cuadros, en los cuales la multiplicación y la división entre naturales y entre fracciones pasan a ser los recursos prioritarios.

Se continúa el trabajo a partir de problemas que involucran la determinación de porcentajes, recuperando algunas de las relaciones ya tratadas en el capítulo 5, así como representaciones gráficas circulares.

Posteriormente se proponen situaciones que demandan apelar a las propiedades de la proporcionalidad directa, a la luz de nuevos temas que dotan a este estudio de mayor amplitud: las escalas y los porcentajes. Un tratamiento similar al descripto se le da al estudio de las relaciones de proporcionalidad inversa.

Luego de este recorrido se proponen algunas situaciones que demandan a los alumnos enfrentarse al uso y la interpretación de representaciones gráficas –en los ejes cartesianos– que permiten estudiar cuestiones asociadas a la proporcionalidad (si el gráfico es una recta o una curva, si pasa por el origen de coordenadas o no, etc.), así como volver sobre la idea de variable.

El capítulo finaliza con nuevos problemas que ponen en el centro del debate la pertinencia o no de recurrir al modelo proporcional para resolverlos.

Capítulo 11 Longitud, capacidad y peso

En este capítulo se propone una colección de situaciones en las cuales las medidas de capacidad, longitud y peso se trabajan en forma conjunta, de manera de favorecer la comparación entre ellas en términos de su comportamiento. Otros problemas incluyen las medidas convencionales y su tratamiento a partir de las relaciones de proporcionalidad y las características del sistema de numeración sobre las que subyacen las equivalencias.

Se incluyen también otras medidas de uso social asociadas a recursos tecnológicos, que se utilizan para medir la capacidad de almacenamiento y velocidad de transferencia de información.

Capítulo 12 Perímetro y área I

Este capítulo se inicia con una selección de problemas que demandan medir y comparar áreas y perímetros de figuras sencillas, con la finalidad de identificar que la variación de una de esas magnitudes es independiente de la variación de la otra. A su vez se propicia el análisis de la variación del "número" con que se indica una medida en función de la unidad de medida que se selecciona.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Otros problemas proponen el trabajo a partir del establecimiento de las unidades convencionales para la medición de superficies y el tratamiento de las equivalencias entre ellas.
Se particulariza este estudio para triángulos y cuadriláteros, para arribar finalmente a las fórmulas convencionales para el cálculo de áreas. El análisis en los casos de los cuadriláteros se apoya en la posibilidad de descomponerlos en triángulos.

Capítulo 13 Números racionales III

Este capítulo se inicia recuperando la idea de fracción, pero en este caso incorporando un nuevo sentido: la fracción para representar la medida de una probabilidad.
Posteriormente se aborda la multiplicación entre una fracción y un número natural en contextos de medida, y la multiplicación entre fracciones, asociada a problemas de cálculo de áreas.
Nuevos problemas abordan la división entre fracciones y se refieren al reparto en partes iguales de cualquier cantidad expresada mediante una fracción. La relación entre multiplicación y división también resulta objeto de estudio ahora en el terreno de las fracciones, aspecto para el que el cálculo mental es un insumo sumamente pertinente.

Capítulo 14 Perímetro y área II

Los problemas propuestos en la primera parte de este capítulo recuperan algunas cuestiones tratadas en el capítulo 12, retomando el cálculo de áreas de figuras a partir de su descomposición en triángulos. Se incluye ahora el trabajo con diferentes tipos de polígonos regulares y no regulares.
Otros problemas propician el establecimiento de relaciones entre la variación de algunas de las medidas de una figura y la variación de su perímetro o su área. La dialéctica entre el dibujo y las fórmulas favorece la elaboración de argumentos que sostengan los resultados que se anticipan al tratar con esas variaciones.
Finalmente se proponen problemas que motorizan la búsqueda de la longitud de una circunferencia y el área de un círculo. Se avanza, por último, con nuevas situaciones que abonan al uso de las fórmulas asociadas a estos conceptos y que incluyen ahora figuras más complejas que resultan de combinar otras más simples.

Capítulo 15 Estadística

Este capítulo se inicia con problemas que demandan interpretar datos organizados en listas, cuadros, tablas o gráficos estadísticos, así como establecer relaciones entre ellos. Otros problemas similares a los mencionados incluyen ahora la posibilidad de reflexionar sobre la conveniencia del uso de uno u otro tipo de representación en función de la intencionalidad que se tenga.
Posteriormente se proponen problemas que demandan el establecimiento

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

de algunas medidas de tendencia central: el promedio y la moda en términos de representantes de una colección de datos. Se trata de identificar la pertinencia de recurrir a una u otra en función de lo que se busca establecer. Otros problemas proponen apelar a la noción de frecuencia, y a la interpretación de la moda y el promedio en el contexto de la probabilidad.

Capítulo 16 Cuerpos y volúmenes

El último capítulo se inicia con problemas vinculados a los desarrollos planos de algunos cuerpos como medio para estudiar algunas de sus propiedades.

Posteriormente se aborda la noción de volumen de los cuerpos a partir de "cubitos" que pueden "llenarse", así como comparar volúmenes de cuerpos sin necesidad de apelar a unidades de medida convencionales. Luego se avanza hacia el establecimiento de unidades de medida convencionales y el cálculo del volumen de diferentes prismas y de otros cuerpos que pueden pensarse a partir de componer prismas. Algunos de estos problemas incluyen longitudes de aristas que resultan números racionales, lo que da un nuevo contexto para el uso de la multiplicación entre racionales.

Otros problemas avanzan en el tratamiento de ciertas equivalencias entre unidades de medida y relaciones entre volumen y litro. Finalmente se proponen situaciones que permiten estudiar la variación del volumen de prismas en función de la variación de sus aristas.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Bibliografía recomendada

Autores varios. (2006): Enseñar matemática - Formación Docente. Buenos Aires. Tinta Fresca.

Barallobres, G. (2000): "Algunos elementos de Didáctica del álgebra", en *Estrategias de Enseñanza de la Matemática*, Universidad Virtual de Quilmes.

Berté, A. (2005): *Matemática dinámica*. Buenos Aires, A-Z editora.

Broitman, C. (2005): *Estrategias de cálculo con números naturales. Segundo ciclo EGB*. Buenos Aires. Santillana.

Broitman, C. e Itzcovich, H. (2008): "La Geometría como medio para entrar en la racionalidad. Una secuencia para la enseñanza de los triángulos en la escuela primaria". En: Enseñar Matemática. Nivel Inicial y Primario N.° 4. Buenos Aires, 12ntes.

Broitman, G.; Itzcovich, H., y Quaranta, M.E. (2003): "La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad". RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Publicación oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 6 N.° 1. Marzo, 2003, pp. 5-26 Disponible en *www.clame.org.mx/relime.htm.*

Brousseau, G. (2007): *Iniciación al estudio de la Teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Cambriglia, V. (2008): "El carácter local de las expresiones literales en un aula de 7.° grado". *Educación Matemática, Vol. 20.1*, ISSN 1665-5826, pág. 5 a 30.

Centeno Pérez, J. (1988): *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?*, Madrid, Ed. Síntesis.

Chevallard, Y.; Bosch, M.; Gascón, J. (1997): *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Barcelona, Horsori Editorial.

Consejo Provincial de Educación de Río Negro (1997): La medida: un cambio de enfoque. Documento de la Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática, disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar.

Dantzig, T. (1971): *El número, lenguaje de la ciencia*, Buenos Aires, Hobbs Sudamericana.

DINIECE, Ministerio de Educación (2005): "Las letras, las ecuaciones y las funciones. Reflexiones sobre su enseñanza y análisis del trabajo de los estudiantes en las evaluaciones nacionales". Disponible en: *http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/evaluacioneducativa/las_letras_las_ecuaciones_y_las_funciones_one2005.pdf.*

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Dirección de Currícula. Ministerio de Educación GCBA. (2000): *La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática. Documento de apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio.* Disponible en: *http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/d2web01.pdf.*

Dirección de Educación General Básica. Pcia. de Bs. As. (2001): "Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB", disponible en www.abc.gov.ar.

Dirección General de Cultura y Educación. Pcia. de Bs. As. (2008): Diseño Curricular para la Educación Primaria Segundo ciclo. Disponible en *www.abc.gov.ar.*

Dirección de Educación General Básica. Pcia. de Buenos Aires (2001): "Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora en los tres ciclos de la EGB". Gabinete Pedagógico Curricular –Matemática–. Disponible en *www.abc.gov.ar.*

Dirección de Educación General Básica. Pcia. de Buenos Aires (2001): "Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la Multiplicación en los tres ciclos de la EGB". Disponible en *www.abc.gov.ar.*

Dirección de Educación General Básica. Pcia. de Buenos Aires (2001): "Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la División en los tres ciclos de la EGB". Disponible en www.abc.gov.ar

Dirección General de Cultura y Educación. Pcia. de Buenos Aires (2007): "División en 5.° y 6.° año de la escuela primaria. Una propuesta para el estudio de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto". Disponible en *www.abc.gov.ar.*

Douady, R. y Perrin Glorian, M.J. (1992): "Investigaciones en didáctica de matemática. Áreas de superficies planas en cm y en 6.°", 1.ª parte. Revista Hacer Escuela N.° 9.

Douady, R. y Perrin Glorian, M.J. (1992): "Investigaciones en didáctica de matemática. Áreas de superficies planas en cm y en 6.°", 2.ª parte. Revista Hacer Escuela N.° 11.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2004): Diseño Curricular para el Segundo Ciclo de la Escuela Primaria. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar.*

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (1998): La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo, Documento de actualización curricular N.° 5. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar.*

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (1997): Documento de actualización curricular N.° 4. Matemática. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar.*

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2006): Cálculo Mental con Números Naturales. Apuntes para la enseñanza. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar.*

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. Aportes para el desarrollo Curricular (2001). Matemática: "Acerca de los números decimales: una secuencia posible". Disponible en *www.buenosaires.gov.ar.*

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2006): Fracciones y Números decimales. Apuntes para la enseñanza de 4.° a 7.°. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar.*

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2006): Cálculo Mental con Números Racionales. Apuntes para la enseñanza. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar.*

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2006): Matemática. Números Racionales. Aportes para la enseñanza. Nivel Medio. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar.*

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2002): Programas de Matemática para 1.° y 2.° años de Nivel Medio. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar.*

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2000): Documento de Actualización Curricular para 7.° grado. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar.*

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2007): Aportes para la enseñanza. Nivel medio. Matemática. Geometría. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar.*

Grimaldi, V.; Itzcovich, H. (2013): "Tensiones en el paso de la escuela primaria a la escuela media. Algunas reflexiones en el área de Matemática". En: Broitman, C. (comp.) *Matemáticas en la escuela primaria II. Saberes y conocimientos de niños y docentes*. Buenos Aires. Paidós.

Itzcovich, H. (coord.) (2007): *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires, Aique.

Itzcovich, H. (2005): *Iniciación al estudio didáctico de la geometría*. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Kieran, C; Filloy Yague, E. (1989): "El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica", *Enseñanza de las Ciencias, Vol. 7.3*. pp. 229-240. Barcelona.

Ministerio de Educación de la Nación. (2010): Entre Nivel Primario y Nivel secundario. Una propuesta de articulación. Disponible en: *http://portal.educacion.gov.ar/primaria/recursos-didacticos-y-publicaciones/.*

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Ministerio de Educación de la Nación. (2007): "Leer, escribir, argumentar". Serie Cuadernos Para el Aula, para el último grado de la escuela primaria/primer año de la secundaria. Disponible en: *http://portal.educacion.gov.ar/primaria/recursos-didacticos-y-publicaciones/.*

Ministerio de Educación de la Nación. (2011): Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. 7.° año de Educación Primaria/1.° año de Educación Secundaria. Disponible en: *http://portal.educacion.gov.ar/primaria/recursos-didacticos-y-publicaciones/.*

Panizza, M. (2005): *Razonar y conocer. Aportes a la comprensión de la racionalidad matemática de los alumnos.* Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Panizza, M.; Sadovsky, P.: *El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos*, FLACSO y Ministerio de Educación de la Pcia de Santa Fe.

Parra, C. (1994): "Cálculo mental en la escuela primaria", en Parra y Saiz (comp.): Didáctica de las matemáticas, Buenos Aires, Paidós.

Ponce, H. (2000): *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo.* Buenos Aires. Editorial Novedades Educativas.

Quaranta, M.E.; Wolman, S. (2002): "Discusiones en la clase de matemática. Qué, para qué y cómo se discute". En: Panizza (comp.). Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB: Análisis y Propuestas. Buenos Aires, Paidós.

Sadovsky, P. (2005): "La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática". En: Alagia, H; Bressan, A, y Sadovsky, P. Reflexiones teóricas para la Educación Matemática. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Sadovsky, P. (2005): Enseñar Matemática hoy. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Sadovsky, P.; Sessa, C., y Panizza, M. (1999): La ecuación lineal con dos variables: entre la unicidad y el infinito. En: Revista Enseñanza de las Ciencias N.° 17/3, disponible en http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21603/21437.

Sessa, C. (2005): Iniciación al estudio didáctico del álgebra. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Vergnaud, G. (1991): *El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las matemáticas en la escuela.* México, Trillas.

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

ISBN 978-950-46-3866-7

9 789504 638667

SANTILLANA