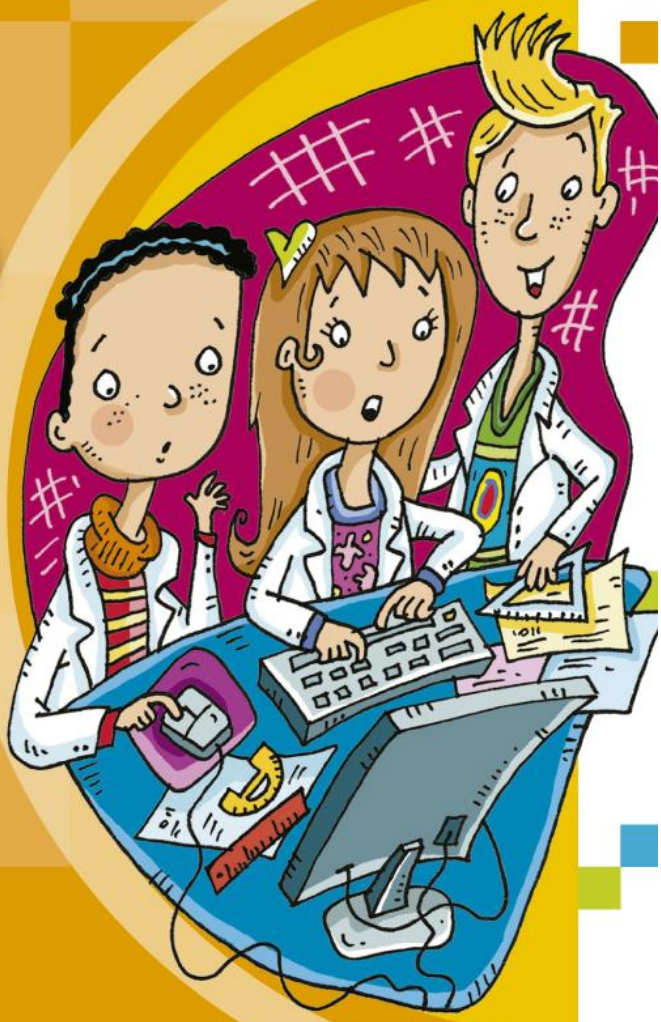
Los matemáticos de 6.º



Geometría

SANTILLANA

Geometría

I. Aspectos centrales del tratamiento de los contenidos propuestos

Capítulo 4

En este libro el capítulo 4 está dedicado al trabajo en torno a las figuras geométricas. Se inicia con una situación colectiva en la que se propone una actividad para explorar algunas características de los lados y ángulos de un conjunto de cuadriláteros. La intención es que esa indagación permita que los niños avancen en la identificación de propiedades que luego se abordan en el capítulo.

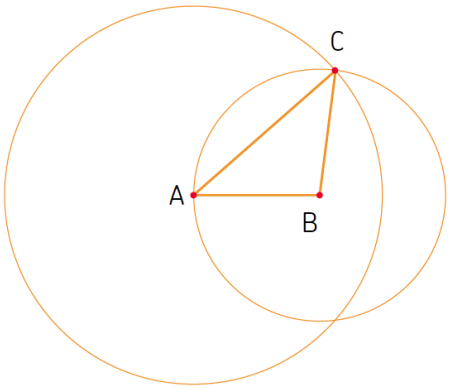
En las primeras páginas se propone un conjunto de problemas en los que deben reproducirse o construirse figuras circulares con regla y compás a partir de ciertas indicaciones. El propósito de estas actividades es que los alumnos exploren y se familiaricen con el uso del compás, y recuperen –si es que ya lo han hecho– el trabajo realizado en el grado anterior. Copiar una figura habilita a explorar sus propiedades. Algunas de ellas no son evidentes y los alumnos podrían encontrar ciertos inconvenientes para realizar la tarea propuesta. Será justamente el análisis de estas dificultades lo que permitirá estudiarlas.

El capítulo avanza con algunas propuestas, como la siguiente, que apuntan a las posibles relaciones entre circunferencias y triángulos.

2. En la figura de la derecha se tienen estos datos:

- Radio de la circunferencia de centro A: 3 cm.
- Radio de la circunferencia de centro B: 2 cm.

Averiguá, sin medir, la longitud de los tres lados del triángulo ABC.



Es esperable que este vínculo no resulte evidente para los niños, ya que existe un salto entre pensar que un conjunto de puntos se encuentra a cierta distancia de un centro y concebir que esa distancia representa la longitud del lado de un triángulo que se extiende desde ese centro hasta la circunferencia.

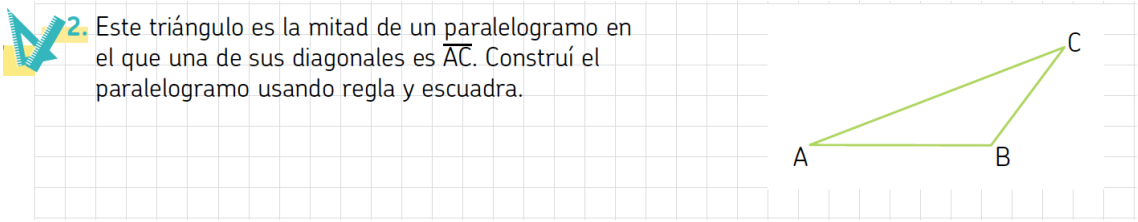
Algunas de las construcciones involucran, además de la longitud de los lados de triángulos, sus ángulos interiores. Esto da lugar, en algunos casos, a un análisis de la cantidad de soluciones, un quehacer inherente a la actividad geométrica que se pretende instalar a partir de estas actividades.

Tres conceptos están en juego en el conjunto de problemas de las páginas 41 y 42 con las que se inicia este capítulo: el vínculo entre circunferencias y triángulos, la propiedad triangular y la suma de los ángulos interiores de los triángulos.

Las páginas 43 y 44 reúnen actividades cuyo objetivo es que los alumnos exploren las alturas de triángulos y puedan analizar algunos casos particulares, como el del triángulo rectángulo. En varios de esos casos se trata de que los niños establezcan una conjetura, probablemente a partir de realizar ensayos con dibujos (por ejemplo, la cantidad de triángulos que se pueden realizar conociendo un lado y la altura correspondiente a ese lado). Es importante tener en cuenta que no puede establecerse una ley general a partir de constatar con algunos ejemplos. Se espera que sea el docente quien ayude a "redondear" esta exploración presentando una explicación o construyéndola con sus alumnos.

El trabajo de construcción de cuadriláteros que se plantea desde la página 45 hasta la 48 intenta recuperar los conocimientos sobre triángulos y colaborar en la explicitación de relaciones entre triángulos y cuadriláteros. Resaltar este vínculo es interesante porque permite utilizar los conocimientos disponibles para una figura estudiada en una "nueva" figura objeto de trabajo.

Por ejemplo, en la página 45 se plantea la siguiente situación:



Como ya se planteó, las construcciones constituyen una oportunidad potente para indagar propiedades de las figuras, analizar la cantidad de soluciones según los datos que se tienen y buscar argumentos basados en las características conocidas que permitan determinar que la figura cumple con ciertas propiedades.

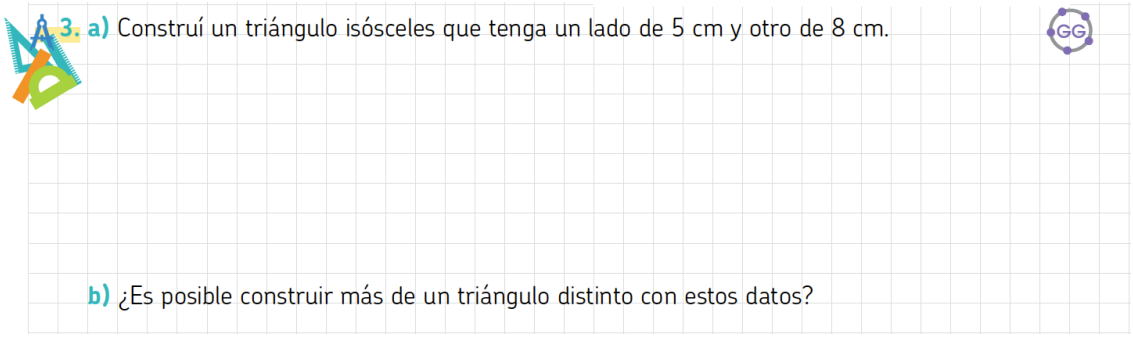
Las actividades de este libro propician que los alumnos puedan –en algunos casos incluso con ayuda del docente– explorar y analizar los resultados de sus decisiones. Es decir que no se busca que aprendan un único procedimiento de construcción, ni que el procedimiento sea presentado de antemano de manera que la actividad del alumno se reduzca a aplicar una secuencia de pasos ya conocida y memorizada.

En varias de estas construcciones se indica qué instrumentos deben utilizarse. Esta restricción obedece a la intención de poner de relieve ciertas propiedades por sobre otras. Así, en términos generales, los problemas en los que están habilitadas la regla y la escuadra usualmente permiten resaltar cierta relación de paralelismo –por ejemplo, entre los lados del paralelogramo– o de perpendicularidad –como entre los lados de un rectángulo–. En cambio, cuando la escuadra no puede utilizarse y está habilitado el compás, las longitudes son las que se colocan en primer plano. Retomaremos esta cuestión más adelante, en la sección "III. ¿Cómo modificar la complejidad de los problemas?".

El capítulo concluye con un grupo de problemas que apunta a la utilización y el análisis de la suma de los ángulos interiores de los paralelogramos. Se ofrece allí, además de actividades donde deben ponerse en juego las relaciones entre las amplitudes de los ángulos interiores, una demostración de las relaciones entre los ángulos interiores consecutivos y entre los opuestos. La propuesta es que ese texto se aborde en un trabajo de lectura compartida con los alumnos que les permita acercarse también a las maneras de establecer certezas en geometría y no solo accedan a los resultados ya producidos. Se espera que los alumnos puedan comprender esa demostración a partir de comentarla de manera colectiva y con el docente sin que sean ellos quienes la produzcan o la reproduzcan posteriormente.

II. ¿Qué se espera que los alumnos aprendan?

A partir del trabajo con el capítulo 4 se espera que los alumnos puedan resolver problemas en los que se relacionen circunferencias y triángulos, y se utilicen propiedades de los triángulos, como la suma de sus ángulos interiores y la propiedad triangular. Por ejemplo, en situaciones como la siguiente:



Como se señaló en la sección anterior, uno de los objetivos del trabajo geométrico que se propone en este libro es que los alumnos puedan relacionar unas figuras con otras y, por lo tanto, aplicar los conocimientos ya elaborados sobre ellas a las nuevas figuras que deben estudiar. En este capítulo esa idea se pone en juego al ofrecer situaciones que vinculan circunferencias y triángulos, y también triángulos con paralelogramos. En el caso de los triángulos, se trata de que los alumnos puedan reinvertir sus conocimientos sobre circunferencias al realizar construcciones o al decidir sobre la posibilidad de que los lados de los triángulos tengan, o no, ciertas longitudes. A su vez, al abordar los paralelogramos, se trata de que los alumnos puedan identificar que sus conocimientos sobre los triángulos constituyen un buen

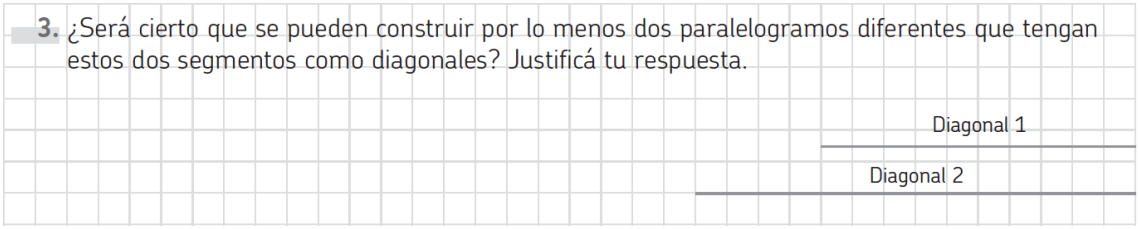
punto de apoyo al enfrentar situaciones donde intervienen estas figuras (ya que un paralelogramo puede pensarse compuesto por dos triángulos iguales).

También se espera que los niños se acerquen a la idea de que los triángulos, al tener tres lados, tienen tres alturas, y que exploren las relaciones entre la longitud de las alturas y los lados correspondientes para decidir si es posible construir uno, ninguno o más de un cuadrilátero que cumpla determinada característica (la longitud de la altura de un lado no puede ser mayor que la longitud del lado consecutivo de un cuadrilátero). Y, asimismo, que analicen que, en el triángulo rectángulo, dos de las alturas coinciden con los lados, ya que estos son perpendiculares, como se propone en el problema 1 del ejemplo de evaluación.

Al finalizar el capítulo se pretende que los alumnos comprendan que en un paralelogramo los ángulos consecutivos suman 180° y los ángulos opuestos son iguales, y que puedan utilizar estas propiedades para averiguar la amplitud de uno o más ángulos de una figura.

No se pretende que ellos produzcan una demostración sobre esta propiedad ni que recuerden la que se ofrece en este capítulo, sino que puedan interpretar la que se plantea para analizarla de manera colectiva. La inclusión de este tipo de demostraciones apunta tanto a que los alumnos conozcan esta propiedad como a que se acerquen a un modo de hacer geométrico. En este caso particular, que progresivamente tomen contacto con las formas de demostrar en geometría.

Los problemas de construcciones de paralelogramos tienen como propósito que los alumnos puedan analizar las propiedades de lados, ángulos y diagonales de estas figuras geométricas. Se apunta, además, a que analicen la cantidad de soluciones que una construcción habilita, como en este problema del ejemplo de evaluación:



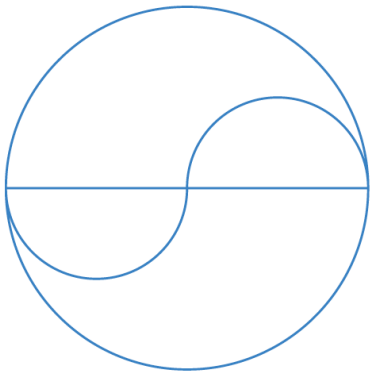
III. ¿Cómo modificar la complejidad de los problemas?

En el capítulo 4 es posible tomar ciertas decisiones sobre algunas características de los problemas que podrían transformarlos en situaciones más sencillas o más complejas. En esta sección haremos referencia a algunas de estas posibles variaciones, que permitirán al docente acercar el problema a los alumnos que presenten algunas dificultades para abordarlo, o bien proponer nuevos desafíos a aquellos que estén en condiciones de profundizar un poco más sobre algunas de las relaciones que se intentan poner en juego. También es posible considerar los criterios que acá se desarrollan para organizar el trabajo con toda la clase.

Algunos problemas de copiado pueden hacerse más sencillos si la figura en juego tiene una menor cantidad de elementos. En efecto, no es lo mismo copiar una circunferencia que contiene un diámetro que, por ejemplo, dos circunferencias de radios distintos y que se intersecan en algún punto. De esta manera, el docente podrá, a partir de cualquier problema de copiado, agregar o quitar elementos que las caracterizan para aumentar o disminuir la complejidad de las relaciones involucradas en los copiados.

Por ejemplo, en esta propuesta de la página 41.

1. Copiá esta figura.

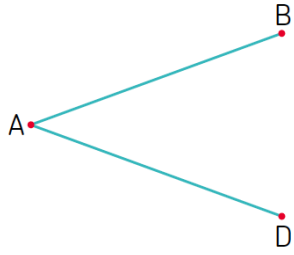


Para copiar esta figura es necesario considerar dónde debe pincharse con el compás, es decir, se debe establecer el centro de cada circunferencia. Por otro lado, también es preciso determinar los radios. En este caso, hay un radio que corresponde a la circunferencia mayor y otro que es el mismo en las dos semicircunferencias interiores y es la mitad del anterior.

La situación se simplifica si los centros de las semicircunferencias están indicados o bien si hay una sola semicircunferencia, o si, en este último caso, el centro de la semicircunferencia coincide con el de la circunferencia.

En las actividades en las que deben realizarse construcciones de triángulos y paralelogramos es posible tener en cuenta qué datos se ofrecen y la manera de presentarlos como una variable del problema, ya que estas características permiten hacer más compleja o más sencilla la situación, y también pueden reducir o ampliar la tarea a realizar. Por ejemplo, el problema 3 de la página 45.

3. Estos son los lados de un rombo. Construilo usando los instrumentos que necesites.



En este caso una parte del rombo ya aparece dibujada y, por lo tanto, uno de sus ángulos ya es un dato del problema. No tiene sentido, entonces, plantear un trabajo de cantidad de soluciones, porque en este caso hay una sola.

La situación es distinta cuando el problema se plantea como un enunciado donde aparecen solo las medidas de los lados:

"*Construí un rombo que tenga lados de 5 cm*".

O bien como un enunciado acompañado por el dibujo de los segmentos que componen los lados sin el ángulo que forman, como en este caso:

"*Los siguientes son los lados de un paralelogramo. Realizá la construcción*".

En estos dos últimos casos es interesante plantear la pregunta por la cantidad de soluciones, ya que deben ser los alumnos quienes asignen el ángulo que forman los lados consecutivos. Resulta más complejo asignar diferentes amplitudes a ese ángulo –ya que hay más de una solución posible– que solo completar el rombo con dos de sus lados ya dibujados.

A su vez, una modificación en la habilitación de los instrumentos puede cambiar el problema y volverlo más complejo o más sencillo, como también promover el uso de una propiedad por sobre otras de una misma figura. Por ejemplo, en el problema donde debe construirse el rombo no hay ninguna restricción sobre los instrumentos. Consideremos las siguientes modificaciones:

a) "*Estos son los lados de un rombo, construilo utilizando regla no graduada y escuadra*".

En este caso los instrumentos permiten poner en primer plano el paralelismo de los lados de esta figura, ya que, seguramente, el trazado de paralelas sea el procedimiento de resolución empleado.

b) "*Estos son los lados de un rombo, construilo utilizando regla no graduada y compás*".

En cambio, en este caso no es posible trazar paralelas con los instrumentos habilitados, el compás permite transportar la longitud de los lados y esa será entonces la propiedad que esta construcción permite resaltar. Algo similar ocurriría si los instrumentos permitidos fueran la regla no graduada y el transportador. En ese caso se podría colocar en primer plano las amplitudes de los ángulos del rombo.

c) "*Estos son los lados de un rombo, construilo utilizando regla graduada*".

En este caso el cambio de instrumento ya no pone en juego los lados, sino las diagonales. Para construir el rombo es necesario dibujar dos triángulos iguales. Para ello se debe completar con el lado que falta del primer triángulo y trazar su altura. La prolongación de esta altura es la diagonal del rombo. Como puede verse, esta versión del problema es bastante más compleja, porque demanda tener disponible cierta relación entre la altura y la diagonal. En síntesis, entonces, la modificación de los instrumentos es

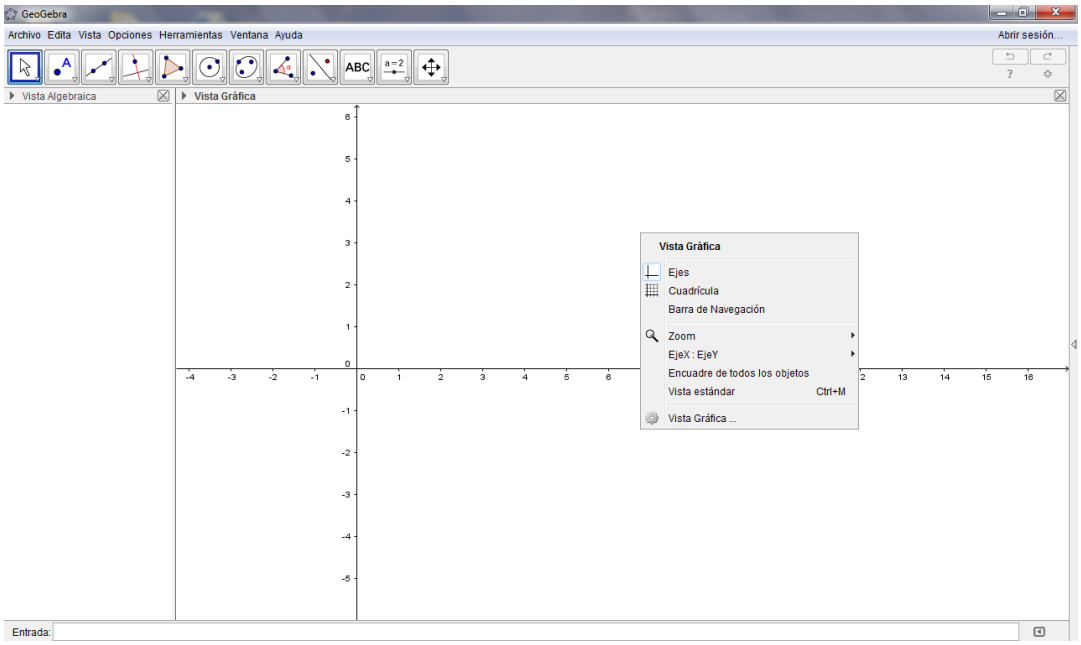
una variable del problema que no solo permite resaltar una propiedad u otra, sino que también puede modificar los conocimientos que la tarea demanda.

IV. Uso del programa GeoGebra

En el libro *Los matemáticos de 6.°* optamos por habilitar la resolución de algunos de los problemas recurriendo al programa GeoGebra cuando se transita el capítulo 4, que corresponde a Geometría. Estos problemas se identifican con el ícono . El programa se puede descargar de manera gratuita de la página *www.geogebra.org*.

Es muy probable que muchos niños aún no conozcan este programa, por lo tanto, creemos que resultará necesario promover una primera instancia de exploración sobre algunas de sus particularidades. Si los alumnos ya dominaran el GeoGebra, se podrá pasar directamente a algunos de los problemas del libro, que se analizan a partir de la página 3 de este texto, donde se comienza con los problemas 3 y 4 de las páginas 41 y 42 del libro del alumno.

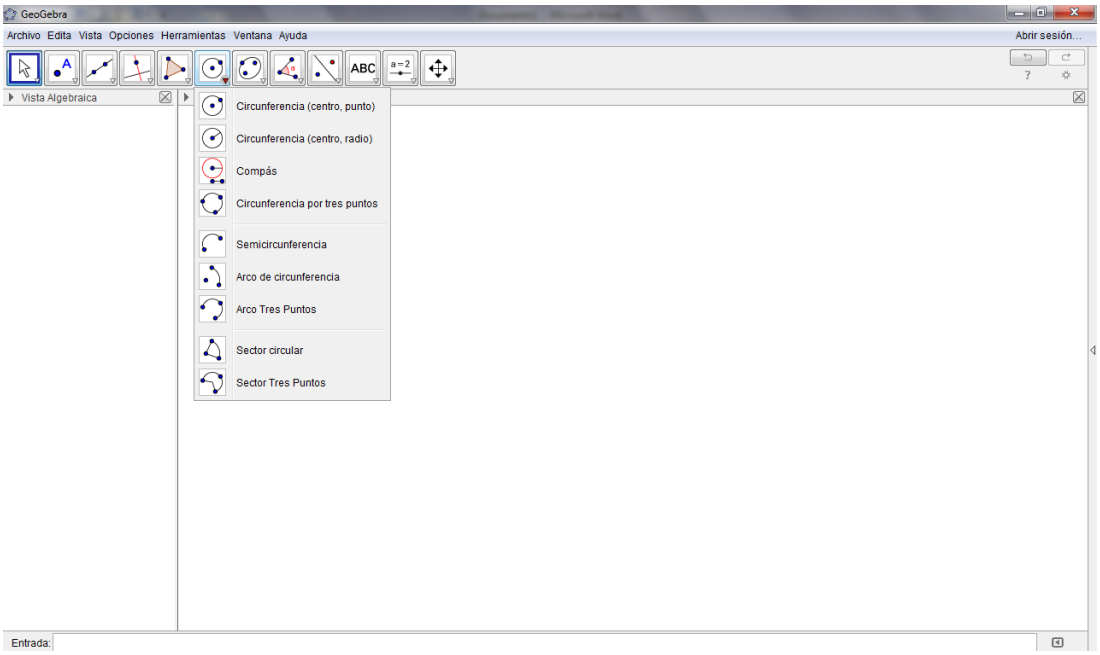
Para comenzar a trabajar con el programa es conveniente solicitar a los alumnos que escondan los ejes haciendo clic sobre el botón derecho y seleccionando la opción *Ejes*[1] para tener a la vista una "hoja en blanco", como se muestra en la siguiente captura:



Luego se podrá solicitar que indaguen sobre las herramientas que presenta y los dibujos que se pueden realizar. Se trata de una primera instancia de contacto con la posibilidad de trazar segmentos, rectas, circunferencias, polígonos, etc., sin abonar aún a una reflexión sobre las características específicas

[1] Este modo de ocultar los ejes depende de la versión de GeoGebra que se utilice.

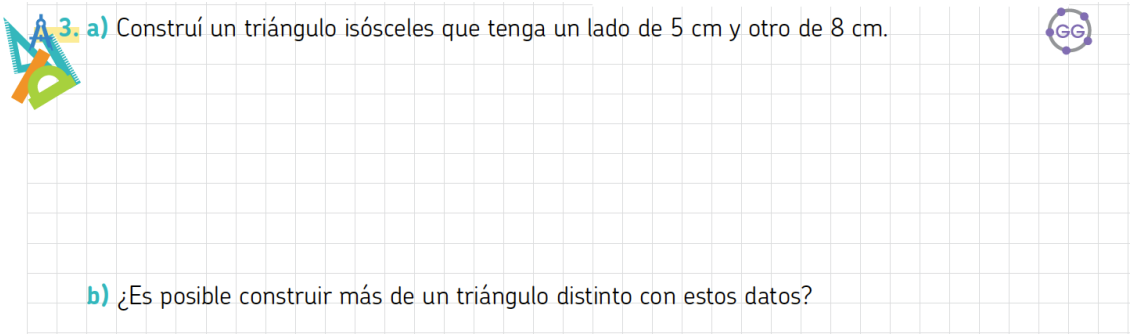
del programa. Para esta cuestión se podrá proponer, en una segunda instancia, la exploración del modo de construir un objeto determinado, recurriendo a diferentes herramientas que provee el programa. Por ejemplo, circunferencias, con tres de las herramientas: *Circunferencia con centro y punto*; *Circunferencia con centro y radio* y *Compás*, que se muestran en la captura de pantalla siguiente:

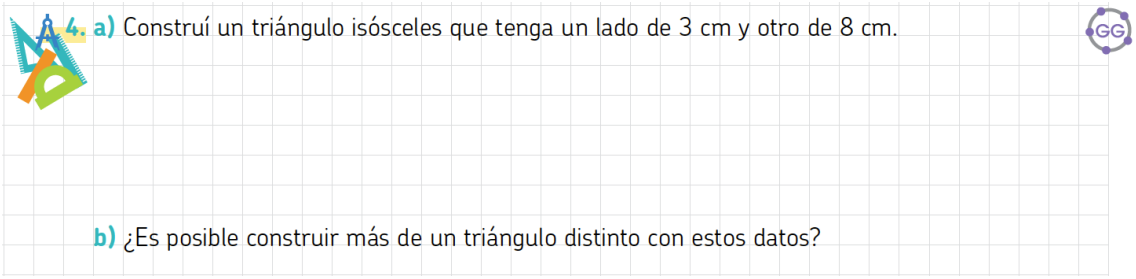


Un debate a propiciar y que abona a involucrarse con las primeras características del programa, a raíz de las construcciones de circunferencias, resulta de explorar los movimientos que se le pueden impregnar a cada figura, en función de las herramientas usadas para dibujarlas. De esta manera es posible identificar la idea de centro, la noción de radio en términos de distancia entre el centro y cualquier punto de la circunferencia y un aspecto fundamental: al cambiar la longitud del radio, se modifica "el tamaño" de la circunferencia. Esta relación es clave a la hora de trabajar con el programa GeoGebra: hay objetos que se pueden mover y otros que no. Y al mover los llamados "objetos libres", se mueve la figura construida a partir de esos objetos, en función de las herramientas utilizadas.

Otro asunto para explorar con los alumnos al inicio del trabajo se relaciona con la construcción de rectas paralelas y perpendiculares. En este punto también se presenta el desafío de establecer que dos rectas serán paralelas (o perpendiculares) si al mover una de ellas la otra también se mueve, preservando el paralelismo (o la perpendicularidad). Se pone de manifiesto en este punto una de las características primordiales del programa: una construcción se asumirá como correcta si al mover cualquiera de sus elementos, la figura sigue siendo lo que se quiso construir, es decir que se preservan las propiedades que la definen, y que se usaron al recurrir a las herramientas que permitieron su construcción. Esta "convención" deberá ser presentada por el docente.

Luego de algunas instancias de trabajo como las propuestas en torno a la exploración inicial del programa, los alumnos podrán resolver los problemas que se presentan en el libro. Nos detendremos ahora en el análisis acerca del tratamiento de los problemas 3 y 4 de las páginas 41 y 42.

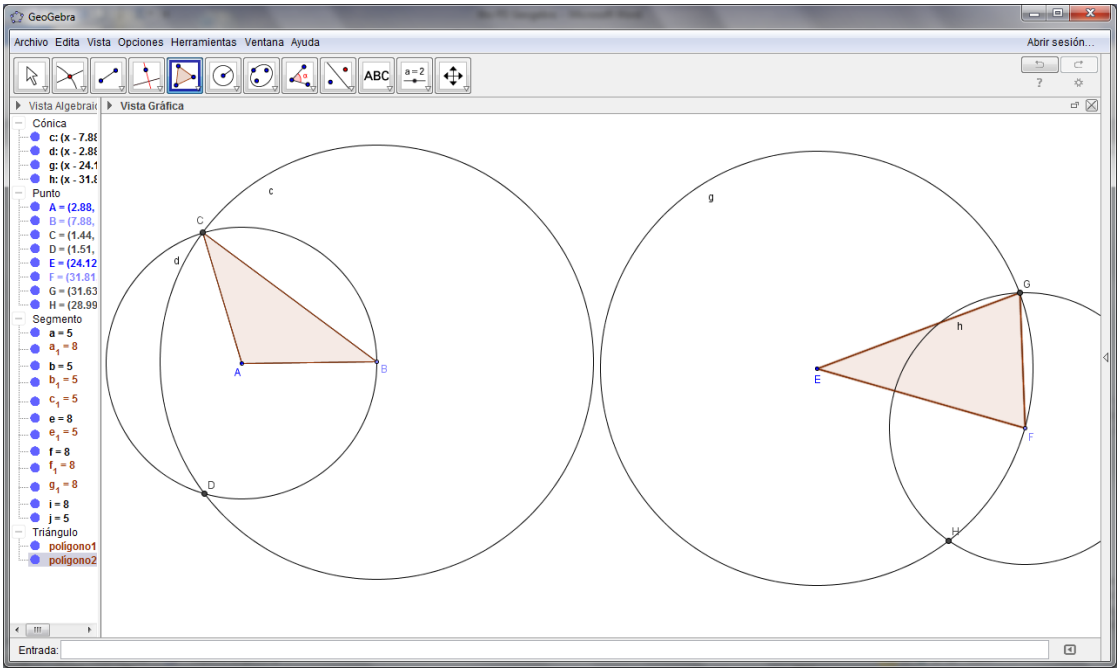




Hemos decidido tratar estos dos problemas en simultáneo ya que, muy probablemente, a primera vista, y para los alumnos, no tienen diferencias.

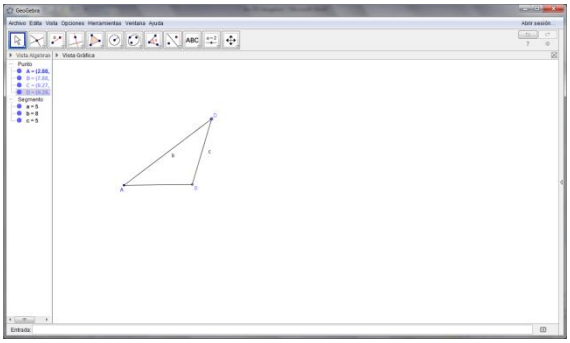
Para construir el triángulo del problema 3, se necesitará recurrir a la herramienta *Segmento de longitud dada* y, a partir de allí, dibujar los lados de los triángulos. Pero para preservar la relación entre ellos, se deberá apelar a la circunferencia para garantizar que se cumplan todas las condiciones relacionadas con las longitudes de los lados de manera simultánea, como se presenta en la captura de pantalla siguiente:[2]

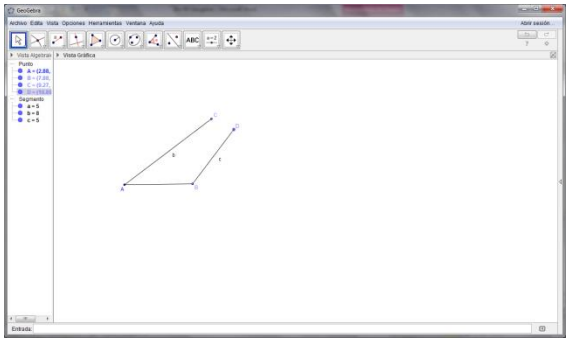
[2] Otra opción sería iniciar la construcción a partir de una circunferencia de 5 cm de radio, marcar un punto sobre ella y con este como centro trazar otra de 8 cm de radio, para obtener el segmento de 3 cm y luego continuar con los otros elementos.



El segmento AB es el de 5 cm. Cada circunferencia permitirá construir los otros dos lados, garantizando que se cumplan las condiciones del problema: $\overline{AC}$ también medirá 5 cm (por ser radio de la misma circunferencia) y $\overline{BC}$ medirá 8 cm. Pero hay otro triángulo posible, aquel que tiene los dos lados iguales de 8 cm, y el tercer lado de 5 cm. Al mover cualquiera de los elementos que forman los triángulos que admiten transformación, se podrá comprobar que no se deforman.

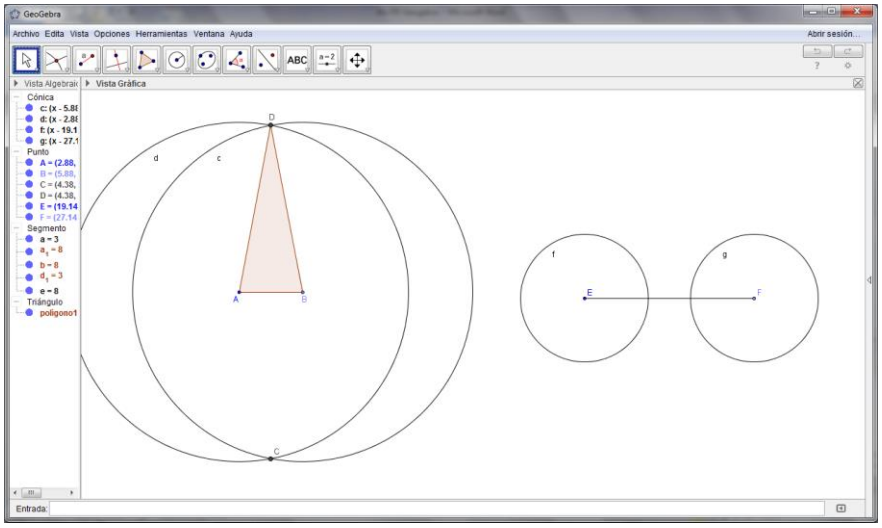
Es probable que algunos alumnos no recurran a las circunferencias, y en consecuencia, los triángulos se desarmen y pierdan algunas de las características que los definen. Es una excelente oportunidad para analizar con los niños qué relaciones no se han podido considerar al apelar a las herramientas con las que realizaron la construcción. Por ejemplo, si dibujaron los tres segmentos y luego los ubicaron para obtener el triángulo, a primera vista podría imaginarse que la construcción es pertinente. No obstante, al mover un vértice, se podrá identificar que el triángulo "se desarma", como se ve en la siguiente secuencia de capturas de pantalla:





Al no definir uno de los vértices como intersección de las circunferencias, el triángulo "deja de serlo".

El problema 4 plantea el mismo tipo de desafío, pero al intentar construir otro triángulo diferente, se podría poner en juego la propiedad triangular –o ser un motor para indagar por qué no se puede construir el triángulo–, como se presenta en la siguiente captura de pantalla:



Si ambos lados iguales son los de 8 cm, es posible construir el triángulo. Si se decide que los lados iguales sean los de 3 cm, el trazo de las circunferencias permite poner de manifiesto la inexistencia de un punto de intersección, de allí que resulte imposible determinar el tercer vértice. Es decir, no se verifica que la suma de dos de los lados sea mayor que el tercero, por lo tanto, no hay ningún triángulo que cumpla con esas medidas para sus lados.

Comparar las resoluciones de los problemas 3 y 4 de las páginas 43 y 44 brinda la oportunidad de hacer explícita la condición que plantea la propiedad triangular.

Para hacer de a dos

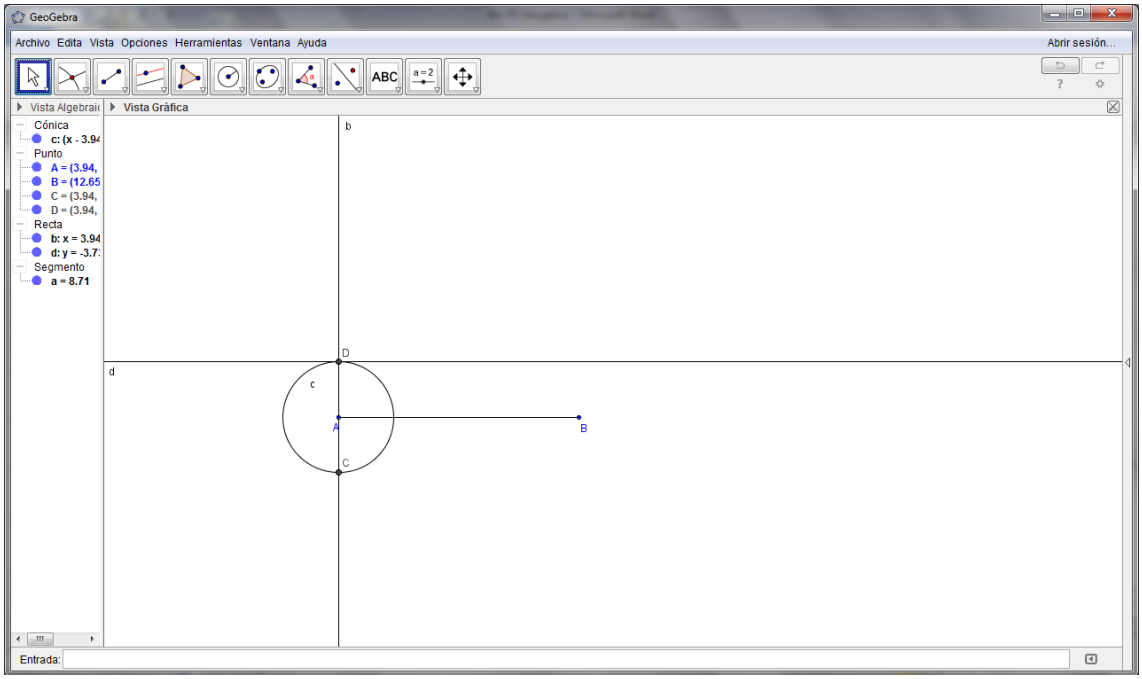
4. **a)** Construyan un triángulo que tenga un lado igual al segmento AB, en el que la altura correspondiente a ese lado sea de 2 cm.

b) ¿Cuántos triángulos distintos podrían construir con las condiciones anteriores?

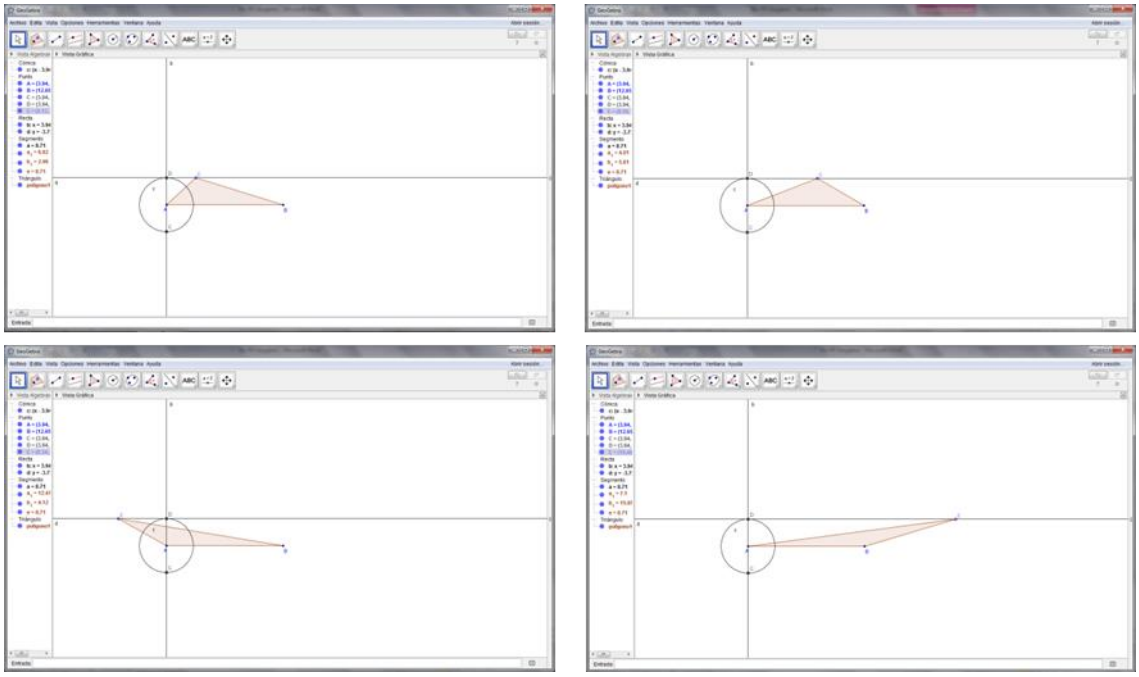
A B

Si bien este problema propone como dato partir de un segmento determinado, un asunto interesante para analizar con los alumnos, al tratar con GeoGebra, es la posibilidad de que el segmento de partida no sea de una longitud fija. Es decir, en lugar de medir el segmento dato y reproducirlo apelando a la herramienta *Segmento dada su longitud*, comenzar la construcción con un segmento cualquiera. Analicemos el problema bajo este nuevo supuesto y preservando que su altura mida 2 cm. Para ello se puede dibujar un primer lado y anticipar qué otros elementos serán necesarios para obtener un triángulo de 2 cm de altura con respecto al segmento de partida. Se trata, pues, de determinar la ubicación del

tercer vértice, que deberá situarse en algún lugar a 2 cm del segmento original. Esta idea permite sospechar que esa ubicación no será única. Efectivamente, es posible construir una paralela al lado ya dibujado y que esté a 2 cm de distancia, como se muestra en la siguiente captura de pantalla:



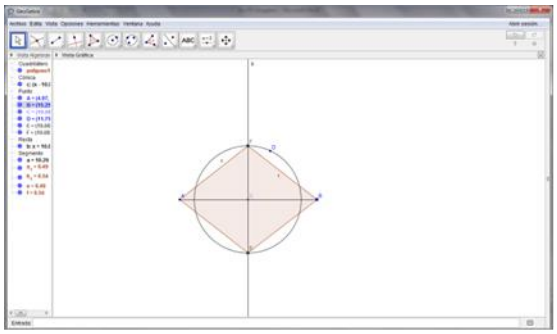
El segmento AB es nuestro dato. La perpendicular que pasa por A y la circunferencia de centro en A y 2 cm de radio nos permiten trazar una recta (d) paralela al segmento, a 2 cm de distancia. Por lo tanto, cualquier punto de esta recta puede ser el vértice que nos falta para construir el triángulo. Al seleccionar un punto en esa recta, podremos desplazarlo y obtener "todos" los triángulos que cumplen con la condición solicitada, como se presenta en las siguientes capturas de pantalla:

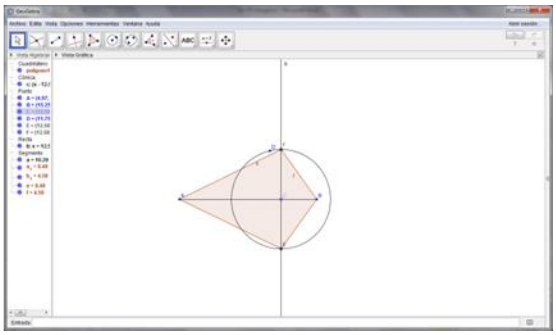


3. Usando los instrumentos que necesites construí un rombo que tenga estas dos diagonales.

En este problema también es posible suponer que las longitudes de las diagonales pueden ser las que vienen como datos o bien se podría plantear de manera general, pidiendo a los alumnos que construyan un rombo dadas sus dos diagonales. De esta última manera lo trataremos, es decir, como si las medidas fueran variables.

Para comenzar la construcción, es necesario anticipar cuál es la relación que hay entre las dos diagonales de un rombo. Algunos alumnos podrán sospechar que se cruzan en su punto medio, asimismo, al intentar "cruzarlas" es probable que se interroguen sobre el ángulo que deben formar para lograr obtener el rombo. ¿Qué herramientas de las que ofrece el programa permitirían preservar estas condiciones al construirlo? La perpendicularidad será una de ellas, pero aparece también la noción de punto medio que los alumnos tal vez no tengan disponible y efectúen su ubicación "a ojo". Bajo estas condiciones, el rombo será susceptible de deformarse, como se muestra en la siguiente secuencia de capturas de pantalla:



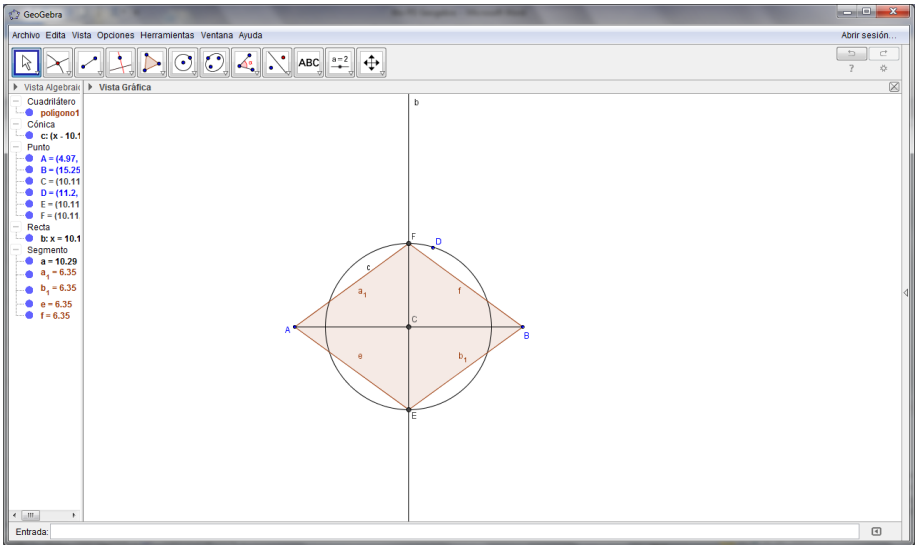


Al no definir el punto de intersección de las diagonales como punto medio de ambos segmentos, ese punto –centro de la circunferencia– puede desplazarse y, en consecuencia, transformar el rombo en otra figura.

El dibujo podrá sufrir diferentes deformaciones si no se seleccionan las herramientas del programa que permiten garantizar las propiedades que deben cumplir las diagonales del rombo.

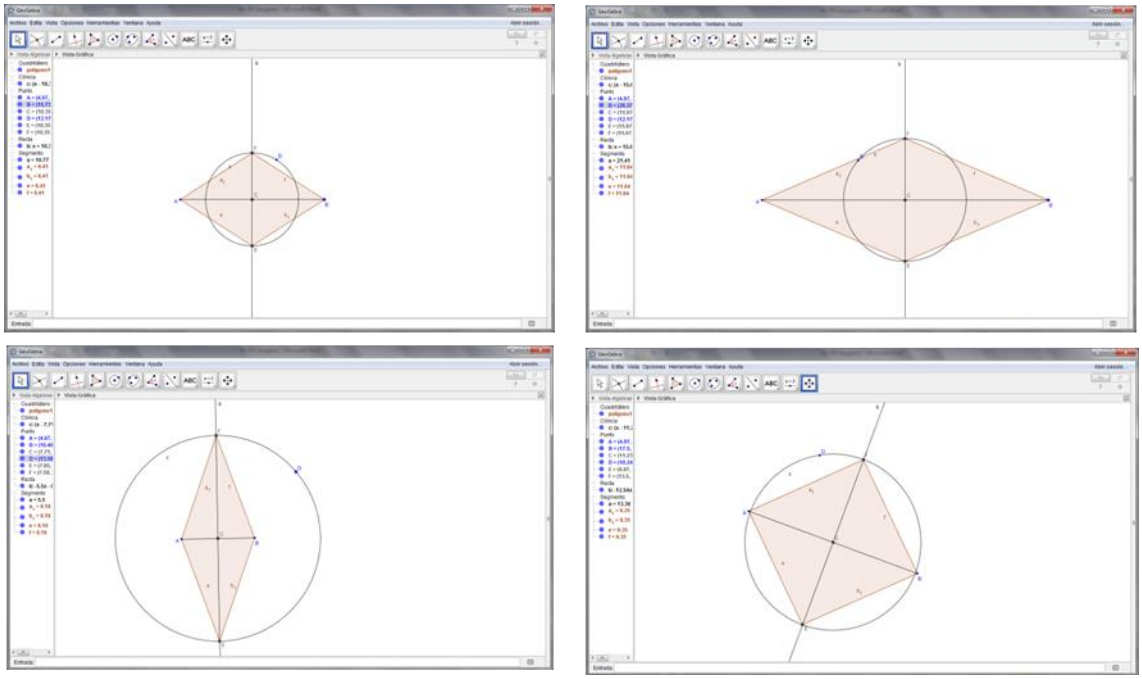
Nos resulta sumamente interesante este juego entre los ensayos que efectúan los alumnos al dibujar y los efectos de las decisiones que toman. El intento de comprender los motivos por los que el dibujo deja de ser lo que en un principio se pensaba que era resulta un potente motor para el estudio de las propiedades de las figuras, en tanto y en cuanto la selección de las herramientas, las relaciones que se ponen en juego y el dibujo obtenido vehiculizan el análisis de las propiedades de la figura que se pretenden poner en juego. No se espera que a los alumnos los dibujos les “salgan bien” de entrada; se trata de analizar con ellos este entramado de relaciones.

Finalmente, si las longitudes de las diagonales están fijas, si se logra que se crucen de manera perpendicular y en el punto medio de ambas, la construcción del rombo que se obtiene es única, como se presenta en la siguiente captura de pantalla:

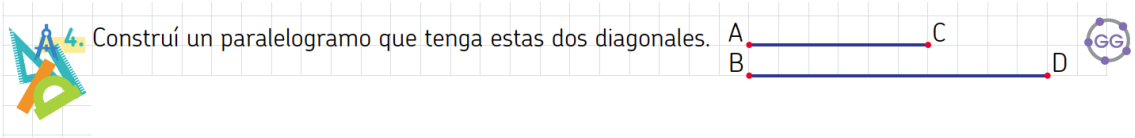


El segmento AB es uno de los datos. El punto medio del segmento permite trazar la perpendicular. La circunferencia garantiza que la segunda diagonal –diámetro de la circunferencia– y perpendicular a la primera diagonal, también se cruce en su punto medio. De allí que resulta imposible "deformar" este rombo.

Si las longitudes no son fijas, es posible modificarlas y obtener diferentes rombos, como se identifica en la siguiente secuencia de capturas de pantalla:



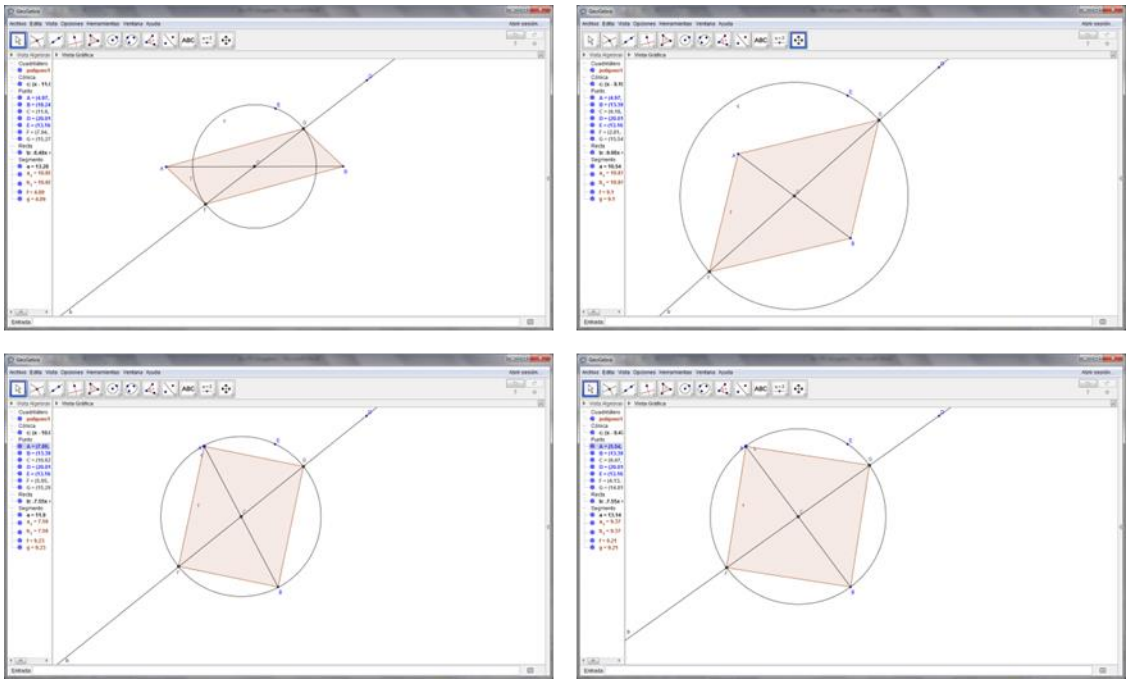
Un último aspecto que vale la pena destacar: comenzar la construcción con un segmento que no sea de longitud fija permite moverlo. Dentro de todas las transformaciones posibles que puede sufrir el rombo –y seguir siendo rombo– se encuentra ser un cuadrado. Es decir, también se puede estudiar con los alumnos las relaciones entre diferentes figuras a partir de los movimientos que se le pueden impregnar. En nuestro caso, el cuadrado es un caso particular de rombo, ya que también tiene sus diagonales perpendiculares, que se cortan en sus respectivos puntos medios. La relación "extra" que contiene el cuadrado, a diferencia de otros rombos, es que sus diagonales son iguales, relación que no se verifica en cualquier rombo. Analicemos el problema 4 de la página 48.



Este caso se emparenta con el anterior: las diagonales en el paralelogramo también se cortan en sus respectivos puntos medios. La diferencia ahora radica en el ángulo que se establece al cruzar las dos diagonales.

Si es posible modificar la primera diagonal que se dibuja, se podrá analizar qué ocurre al variar el ángulo que se forma entre las dos diagonales, de allí interpretar que existen infinitos paralelogramos con esas diagonales. Otra opción sería hacer la construcción partiendo de un segmento de medida fija, marcar el punto medio y dibujar una circunferencia con ese centro y cuyo radio sea la mitad de la otra diagonal. Después se marca un punto sobre la circunferencia, se traza la recta que pasa por él y el centro, y se construye el paralelogramo. Con este proceso de construcción también se puede analizar cómo varía al mover alguno de sus elementos.

Si el ángulo entre ellas resulta de 90°, ese paralelogramo no será otra cosa que un rombo. Si el movimiento permite obtener dos diagonales iguales que se cortan en su punto medio, el paralelogramo resultante será, entonces, un rectángulo. Y si se accede a que las diagonales se corten en sus respectivos puntos medios, sean perpendiculares y a su vez iguales, el paralelogramo que se obtenga será un cuadrado. Acá también el movimiento permitiría dar cuenta de ciertas relaciones entre cuadriláteros, a partir de las características de sus diagonales. En las siguientes capturas de pantalla se presentan estas cuestiones:



Aún quedan pendientes varias preguntas. Una de ellas es la siguiente: ¿por qué, si las diagonales son perpendiculares y se cruzan en su punto medio, el cuadrilátero que se obtiene es un rombo, es decir, tiene sus cuatro lados iguales?

Un modo de aproximación a una respuesta podría ser el siguiente: si las diagonales son perpendiculares y se cortan en sus respectivos puntos medios, se obtienen cuatro triángulos rectángulos y es posible identificar que son iguales entre sí a partir de la igualdad de sus ángulos rectos y de los respectivos catetos. Por lo tanto, los lados de los triángulos que conforman el rombo deben ser iguales entre sí. Esta racionalidad que permite atrapar o elaborar razones requiere un retorno al lápiz y al papel. Creemos que este tipo de trabajo también puede proponerse a los alumnos con la expectativa de que la producción de argumentos vaya creciendo con el correr de las actividades, las construcciones y los años.

Del mismo modo, uno podría interrogar los motivos por los cuales, bajo las otras condiciones planteadas, se obtiene un rectángulo o un cuadrado. Dejamos al lector esta tarea.

En este apartado hemos intentado explicitar algunas ideas acerca del trabajo que habilita el programa GeoGebra, el sentido que se le podría otorgar a ciertos problemas que se proponen en el libro y algunas de las dificultades que podrían surgir en el aula a raíz del trabajo que desplieguen los alumnos. A su vez, queremos destacar la necesidad de considerar que el trabajo con lápiz y papel, si bien puede resultar un insumo para entrar en la tarea con este programa, no se relaciona de manera directa con algunas de las condiciones que comandan el uso de este *software*. Sabemos también que puede resultar un trabajo novedoso para los niños –y los docentes– con todos los recaudos, temores y dudas que puede generar. Esperamos que estas líneas, aunque breves, resulten un insumo que ayude al docente a explorar el trabajo en el aula con esta nueva herramienta.

V. Bibliografía para el docente

- **Broitman, C.; Itzcovich, H.** (2003). "Geometría en los primeros grados de la escuela primaria: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza". En Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Buenos Aires. Paidós.
- **Broitman, C.; Itzcovich, H.** (2008): "La Geometría como un medio para 'entrar en la racionalidad'. Una secuencia para la enseñanza de los triángulos en la escuela primaria". Buenos Aires. *Revista 12ntes. Enseñar Matemática N.° 4*.
- **Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Buenos Aires** (2001). *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB.* Disponible en: *http://abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/default.cfm*.
- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula** (1998). *La enseñanza de la Geometría en el segundo ciclo, Documento de actualización curricular N.° 5. Matemática.* Disponible en: *http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/docum/matematica.php.*

- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula** (2007). *Matemática. Geometría. Aportes para la enseñanza.* Disponible en: *http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/media/matematica/geometria_media.pdf.*
- **Itzcovich, H.** (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría.* Buenos Aires. Ed. Libros del Zorzal.
- **Itzcovich, H.** (coord.) (2007). "Acerca de la enseñanza de la Geometría". En: *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires. Aique.
- **Martinez, R.** y **Porras, M.** (1998). "La Geometría del Plano en la Escolaridad Obligatoria". En: *Revista Novedades Educativas N.° 78*. Buenos Aires.
- **Ponce, H.** (2003). *Enseñar Geometría en el primer y segundo ciclo*. Diálogos de la capacitación. CePA. Ministerio de Educación. G.C.B.A. Disponible en: *http://www.generacionba.gov.ar/areas/educacion/cepa/publicaciones.php?menu_id=20823.*