Los matemáticos de 6.°

Proporcionalidad

SANTILLANA

Proporcionalidad

I. Aspectos centrales del tratamiento de los contenidos propuestos

Las relaciones numéricas y las propiedades específicas de la proporcionalidad se tratan en el capítulo 9.

La situación presentada en la portada propone retomar el concepto de proporcionalidad a través del cálculo de puntajes en un juego de tiro al blanco. Es posible que los niños vinculen estos primeros problemas de proporcionalidad incluidos en el juego con los de multiplicación y división que han trabajado hasta ahora y que recuperen los conocimientos en torno a la proporcionalidad directa que probablemente hayan comenzado a construir en años anteriores. En esta primera situación es importante que los alumnos exploren diferentes cálculos para completar las columnas de la tabla de puntajes –cálculo de dobles, triples, o bien, sumas y restas de valores entre columnas–, procedimientos que aparecerán en forma explícita en problemas de páginas siguientes.

Las páginas 110 a 112 ofrecen la oportunidad de resolver otros problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa. En ellos se promueven discusiones que permiten identificar que al duplicar, triplicar, calcular la mitad o el tercio de la cantidad de una de las magnitudes, también se duplica, triplica, calcula la mitad o el tercio de la otra, o bien, que a la suma de dos valores de una de las magnitudes le corresponde la suma de los valores correspondientes a cada uno de la otra magnitud.

2. Todos los domingos, Dante sale a pasear en bicicleta. El domingo pasado recorrió 4 km en media hora, yendo siempre a la misma velocidad.

a) ¿Cuánto tardará en recorrer 8 km a esa misma velocidad? ¿Y 12 km? ¿Y 10 km?

b) El domingo anterior anduvo en bicicleta 2 horas y cuarto a esa misma velocidad. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido?

El campo numérico que se incluye en los problemas de proporcionalidad de este capítulo abarca tanto números naturales como números racionales. No se espera que, para resolverlos, los niños usen el algoritmo de la multiplicación o la división entre fracciones y decimales, sino que reutilicen las propiedades de la proporcionalidad que analizaron hasta ahora y las relaciones y los cálculos con fracciones y con decimales trabajados en los capítulos 6 y 8. Por ejemplo, para resolver el siguiente problema se requiere realizar cálculos que involucran tanto expresiones fraccionarias como decimales:

Para hacer de a dos

1. Estas tablas representan relaciones de proporcionalidad directa.

Longitud (cm)	10	25		0,25		
Longitud (m)	0,1		25		0,45	1,45

Cable (metros)	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$		0,1	$2\frac{1}{2}$	
Precio ($)		7,50	60			82,50

a) Complétenlas.

Después de resolver algunos problemas se propone la lectura colectiva del siguiente cartel “Para leer juntos” (página 111), en el que se sistematizan las propiedades de la proporcionalidad que pudieron haberse identificado en el momento de resolución y reflexión sobre lo realizado. La intención de esta sistematización es que los alumnos puedan reutilizar estas propiedades de manera más explícita en problemas siguientes:

Para leer juntos

- Cuando en un problema sucede que al doble, al triple, al cuádruple, a la mitad, a un tercio, a un cuarto, etc., de una magnitud le corresponde el doble, el triple, el cuádruple, la mitad, un tercio, un cuarto, etc., de la otra, decimos que la relación entre esas magnitudes es de **proporcionalidad directa**.
- En las relaciones de proporcionalidad directa también se cumple que a la suma de dos valores de una de las magnitudes le corresponde la suma de los valores correspondientes de la otra magnitud.
- El valor que toma una de las magnitudes cuando la otra vale 1 se denomina **constante de proporcionalidad**. Al multiplicar los valores de una de las magnitudes por la constante de proporcionalidad, se obtienen los valores correspondientes de la otra magnitud.

Paquetes	2	6	8	12
Latas de gaseosa	12	36	48	72

× 3 × 2 + = : 6 × 6 la sexta parte

Algunos problemas introducen otro sentido de las relaciones de proporcionalidad directa, la noción de proporción como relación entre partes (página 112). Este tipo de problemas requiere un trabajo de comparación de razones que puede vincularse con lo estudiado a propósito de las fracciones equivalentes en el capítulo 6 y, a la vez, permite pensar los problemas de porcentaje.

Para hacer de a dos

3. a) En una ruta, de cada 4 vehículos que pasan, en promedio, 3 son autos y 1 es una camioneta. Si en una hora pasaron 12 vehículos, ¿cuántos habrán sido autos y cuántos habrán sido camionetas?

b) En otra ruta, 2 de cada 3 vehículos que pasan, en promedio, son autos. Antonio dice que en esta ruta la proporción de autos que pasa es mayor que en la ruta del problema a). ¿Tiene razón?

La noción de porcentaje se presenta en las páginas 113 y 114 como una relación de proporcionalidad en la que la cantidad de referencia es 100. Se proponen problemas en los que es posible que los niños reutilicen las propiedades estudiadas en páginas anteriores desplegando estrategias aditivas y multiplicativas. Por ejemplo:

1. Para el día del niño, una juguetería hace descuentos en diferentes artículos. Completá las tablas.

a) Descuento del 15% sobre las compras de rodados.

Monto de la compra de rodados ($)	100	50	250		10	
Descuento del 15% ($)	15			45		6

b) Descuento del 30% sobre las compras de juegos de mesa.

Monto de la compra de juegos de mesa ($)	100	50	250		10	
Descuento del 30% ($)				45		6

En algunos problemas se propone el uso de la calculadora para obtener porcentajes. Posiblemente sea necesario habilitar un espacio para explorar el uso de la tecla que tiene esta función específica antes de resolver estas situaciones, dado que no en todas las calculadoras se utiliza del mismo modo:

8. Encontrá estos porcentajes con la calculadora.

a) 10% de 2.450.

b) 0,5% de 2.450.

c) 19% de 2.450.

d) 82,5% de 1.376.

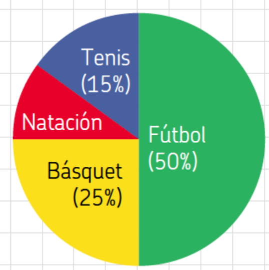
Para la resolución de algunos problemas de las páginas 115 y 116, dedicadas a las representaciones gráficas, se requieren los conocimientos sobre la relación de porcentaje. Una de las representaciones que se propone estudiar son los gráficos circulares que permiten representar porcentajes y tener una mirada global sobre las cantidades en juego. Esta idea se podrá asociar a la lectura del cartel "Para leer juntos":

Para leer juntos

En los **gráficos circulares**, cada porción del círculo corresponde a una parte de la cantidad total en la situación que se está representando. Para asignar la amplitud angular a cada sector, se considera que el total del círculo (100%) corresponde a un ángulo de 360°.

Considerando esta información, los alumnos pueden vincular el ángulo central de cada categoría con el porcentaje que le corresponde, por ejemplo, para resolver el siguiente problema:

1. En la escuela se hizo una encuesta para averiguar qué deporte prefieren los alumnos. Cada uno eligió un deporte y las respuestas se representaron en el siguiente gráfico.



a) ¿Qué porcentaje corresponde a la categoría "Natación"?

b) Sin medir, calculá la amplitud del ángulo que le corresponde a cada una de las categorías en el gráfico.

Fútbol:

Básquet:

Tenis:

Natación:

Otra representación de las relaciones de proporcionalidad directa que se propone estudiar en este apartado es el gráfico en ejes cartesianos. En el cartel “Para leer juntos”, se ofrece información sobre algunas características de los sistemas de coordenadas cartesianas:

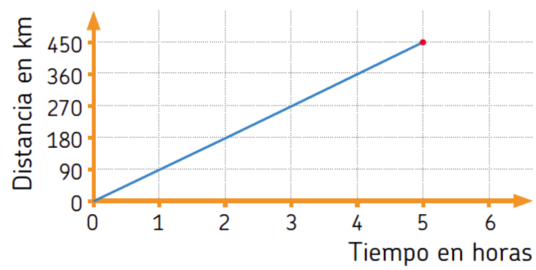
Para leer juntos

Los **sistemas de coordenadas cartesianas** permiten dar la ubicación precisa de un punto cualquiera sobre el plano. Estos sistemas están formados por dos rectas perpendiculares, llamadas ejes, que se cortan en un punto llamado origen, ubicado en la posición (0,0), es decir, el punto que le corresponde al valor 0 de cada coordenada. Desde el origen se hacen marcas a la misma distancia una de la otra sobre ambos ejes y se les asignan números ordenados.

El gráfico correspondiente a una relación de proporcionalidad directa es una línea recta que pasa por el punto de origen (0,0) de un sistema de coordenadas cartesianas.

Para que los alumnos se familiaricen con este tipo de representación, se plantean problemas en los que se requiere interpretar información. Es importante que los niños noten que algunos datos pueden leerse directamente del gráfico y otros solo pueden deducirse a partir del análisis de lo que es esperable para la relación de proporcionalidad en cuestión. Por ejemplo:

5. Este gráfico representa la distancia que recorre un auto en función del tiempo que transcurre, viajando siempre a la misma velocidad.



a) ¿Es cierto que en 3 horas recorre 270 km? ¿En qué parte del gráfico encontrás esa información?

b) ¿Qué distancia recorre en 2 horas? Marcá el punto del gráfico que da esta información.

c) ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 360 km? Marcá el punto del gráfico que da esta información.

d) ¿Qué información puede leerse a partir del punto rojo?

e) Completá la tabla con datos del gráfico y con otros que podés calcular a partir de ellos, suponiendo que el auto sigue viajando a la misma velocidad.

Distancia (km)				45	540	
Tiempo (horas)	1	3	5			$6\frac{1}{2}$

En este capítulo también se analizan problemas en los que hay dos magnitudes que aumentan pero no lo hacen en forma proporcional (páginas 117 y 118). La intención es que los niños se pregunten cuáles son las características que determinan si una relación entre magnitudes es de proporcionalidad directa o no, cuáles de ellas son necesarias pero no alcanzan para estar seguros y cuáles son suficientes. Por ejemplo, en problemas como el siguiente:

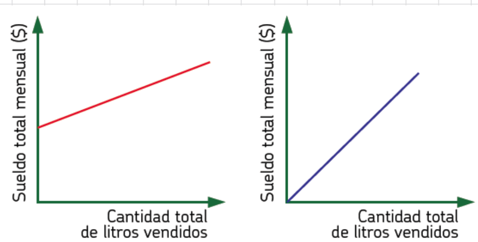
1. Alma fue a la carnicería a comprar carne para un asado. ¿Es proporcional la relación entre los kilos de carne y los precios?

Algunos de estos problemas involucran magnitudes que no se relacionan proporcionalmente aunque tienen una "parte proporcional" que es la que no incluye una cantidad fija dada. En estos casos se propone hacer un análisis gráfico y numérico:

3. Sofía trabaja en una fábrica de helado. Cobra un sueldo fijo de $3.500 más una comisión de $150 por cada litro que vende.

a) ¿Cuánto cobrará en un mes en el que vende 10 litros? ¿Y si vendiera 5 litros? ¿Y 20 litros? ¿Y 15?

b) ¿Cuál de estos gráficos podría representar la relación entre la cantidad de litros que vende Sofía por mes y el sueldo que cobra? ¿Por qué?



El análisis de los límites del modelo de proporcionalidad favorece que los alumnos sistematicen las características que lo definen y puedan decidir cuándo una relación es de proporcionalidad directa, poniendo en juego las propiedades que vienen trabajando.

Finalmente, se presentan situaciones sencillas que ponen en juego relaciones de proporcionalidad inversa (páginas 119 y 120). Luego de un trabajo más exploratorio, se propone analizar y explicitar algunas de sus propiedades mediante la lectura y el análisis de la sección "Para leer juntos":

Para leer juntos

Cuando dos magnitudes se relacionan de manera que al doble de una cantidad le corresponde la mitad de la otra, al triple de una cantidad le corresponde la tercera parte de la otra, etc., decimos que la relación entre estas magnitudes es de proporcionalidad inversa.

El valor de la unidad se llama constante de **proporcionalidad inversa**. Siempre se cumple que si se multiplican los valores correspondientes de ambas magnitudes, se obtiene la constante de proporcionalidad. En este ejemplo, 100 × 4 = 200 × 2 = 50 × 8 = 400.

	× 2	: 2
Velocidad (km/h)	100	200	50
Tiempo (horas)	4	2	8
	: 2	× 2	
=	400	400	400

En estos problemas se apunta a que los niños utilicen el cálculo mental para resolver y expliciten algunas de las propiedades de esta relación, distinguiéndola tanto de las relaciones de proporcionalidad directa como de las que no involucran proporcionalidad. Por ejemplo, en el siguiente:

Para hacer de a dos

5. Decidan si cada una de estas tablas representa una relación de proporcionalidad directa, inversa o ninguna de las dos. Expliquen cómo hacen para darse cuenta.

a)

4	10	14	18
7	13	17	24

b)

6	12	18	24
9	18	27	36

c)

10	5	2	1,5
12	24	60	80

II. ¿Qué se espera que los alumnos aprendan?

A través del recorrido por el capítulo 9 se espera que los alumnos puedan resolver problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa con números naturales y racionales. Se intenta que establezcan relaciones entre lo que han estudiado sobre multiplicación y división al abordar situaciones de series proporcionales o al analizar las relaciones numéricas en la tabla pitagórica, para profundizar las relaciones y propiedades específicas del modelo proporcional, en situaciones como la siguiente, extraída del ejemplo de evaluación del capítulo:

1. Completá la siguiente tabla, que representa una relación de proporcionalidad directa entre el tiempo de viaje y la distancia que recorre un auto que viaja siempre a la misma velocidad.

Tiempo (en horas)	4	8	$\frac{1}{2}$	
Distancia (en km)	360			270

También se aspira a que los niños puedan distinguir las relaciones de proporcionalidad de otras en las que ambas magnitudes crecen pero no lo hacen en forma proporcional, en problemas como el que sigue (página 121):

2. ¿Cuál o cuáles de estas tablas representan relaciones de proporcionalidad directa?

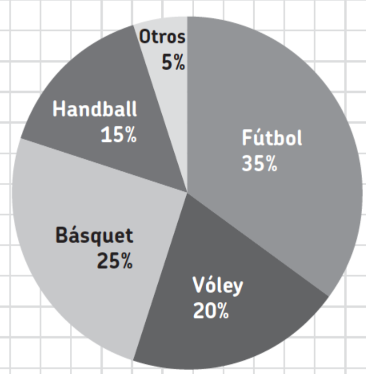
Tiempo de viaje (horas)	2	3	$\frac{1}{2}$	0,25
Distancia (km)	2,4	3,6	0,6	0,3

Distancia (km)	0	2	4	10
Total a pagar ($)	3,80	5,8	7,80	13,80

Cantidad de helados	2	3	4	5
Precio ($)	3,50	5,25	7	8,75

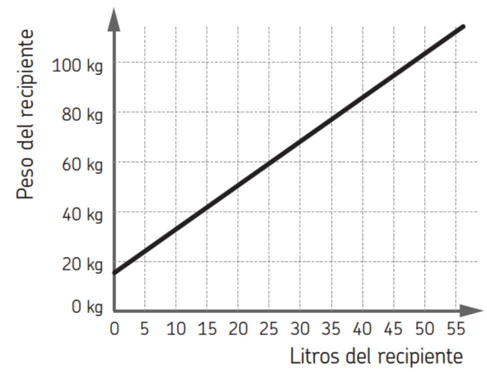
Por otra parte, se apunta a que los alumnos identifiquen la noción de porcentaje como una relación de proporcionalidad en la que la cantidad de referencia es 100, y a que puedan producir e interpretar gráficos circulares, como en este problema del ejemplo de evaluación:

2. El siguiente gráfico representa el porcentaje de alumnos que practica cada uno de los deportes que se detallan. Si el total de alumnos es 120, determiná cuántos practican cada uno de los deportes.



Asimismo, se espera que los niños reconozcan las relaciones de proporcionalidad directa en representaciones gráficas realizadas en ejes cartesianos y las distingan de aquellas gráficas en las que no se cumplen las propiedades requeridas.

3. El siguiente gráfico representa la relación entre la cantidad de kilos que pesa un recipiente de pintura y la cantidad de litros de pintura que contiene. Decidí si puede ser de proporcionalidad directa y explicá por qué.



Por último se espera que los niños utilicen el cálculo mental para resolver y expliciten algunas de las propiedades de la relación de proporcionalidad inversa, para distinguirla tanto de las relaciones de proporcionalidad directa como de las que no involucran proporcionalidad. Con estos conocimientos los alumnos podrán, por ejemplo, proponer números que cumplan la condición que pide el siguiente problema del ejemplo de evaluación del capítulo:

4. Completá esta tabla de modo que represente una relación de proporcionalidad inversa.

2	4	8

III. ¿Cómo modificar la complejidad de los problemas?

A lo largo del capítulo de proporcionalidad se podrían tomar ciertas decisiones sobre algunas características de los problemas para simplificarlos o bien para aumentar su complejidad. En esta sección haremos referencia a algunas de estas eventuales variaciones, que permitirán al docente acercar el problema a los alumnos o grupos que presenten algunas dificultades para abordarlo, o bien proponer nuevos desafíos a aquellos niños que estén en condiciones de profundizar un poco más sobre las relaciones que se intenta poner en juego. Algunos de los criterios que acá se desarrollan permitirían también reorganizar el trabajo con toda la clase según los niveles de profundización que se consideran posibles para cada grupo.

Un modo de simplificar la tarea de los alumnos frente a los problemas de proporcionalidad es incluir solo números naturales y considerar las cantidades desde dos puntos de vista: el tamaño y la “redondez” de los números. Veamos un ejemplo de un problema que exige, sin duda, poner en juego las propiedades de la proporcionalidad directa, pero que reduce notablemente la complejidad del tratamiento numérico y de los cálculos:

Completá esta tabla que relaciona cantidad de cuadernos y precios:

Cantidad de cuadernos	5	10	15
Precios (en $)	250		

En este mismo ejemplo, si se incluye el valor de la unidad como dato, disminuye la complejidad de la tarea, porque este puede usarse para multiplicar por cada uno de los valores para obtener los correspondientes de la otra magnitud. También el orden ascendente de una de las magnitudes ayuda a los alumnos a establecer relaciones, anticipar resultados y ordenar los valores que van obteniendo.

Notemos que al completar estas tablas se pone en juego la relación entre los valores a completar. En la tabla, los números 5, 10 y 15 pueden completarse usando relaciones de dobles y triples, o de suma de los valores correspondientes a 5 y 10 para obtener el correspondiente a 15. Cualquiera de las tablas propuestas en el capítulo también puede hacerse más accesible poniendo valores que permitan su tratamiento con estas propiedades, en términos de dobles, triples, mitades, etcétera.

Por ejemplo, en el capítulo se presenta este problema:

3. a) Completá la tabla de precios de la carnicería Don Simón, teniendo en cuenta que el precio del kilo no varía.

Carne (kg)	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$		2	$2\frac{1}{2}$		5	$7\frac{1}{2}$		15
Precio ($)	20		100			320			800	

Si aplicamos a esta tabla algunos de los criterios recién mencionados, podría quedar planteada del siguiente modo:

Carne (kg)	1	2		4		10
Precio ($)	80		240		400	

Destaquemos ahora algunos criterios que permitirían complejizar los problemas del capítulo. Por ejemplo, en esta tabla que representa una relación de proporcionalidad directa entre la cantidad de cajas y la cantidad de saquitos de té que contienen, puede darse como dato el valor de la unidad o constante, 25, y proponerse el completamiento de valores sucesivos de esa magnitud. Los niños pueden averiguar los valores faltantes sumando sucesivamente el valor de la constante o multiplicando por ella cada uno de los valores dados.

Cajas	1	2	3	4
Saquitos de té	25			

El problema se complejiza si el valor de la unidad no está dado. En algunos casos no es necesario calcularlo y puede completarse la tabla obteniendo los dobles, las mitades, los triples, los tercios, etc., o por medio de sumas o restas de valores correspondientes. Por ejemplo, en esta tabla, a la mitad de 4, que es 2, corresponde la mitad de 100, que es 50, o bien, como 4 + 8 = 12, para obtener el valor correspondiente a 12 es posible sumar los valores correspondientes a 4 y a 8, 100 + 200 = 300.

Cajas	4	2	8	12
Saquitos de té	100			

O con estos datos, dado que 3 × 3 = 9, para calcular el valor correspondiente a 9, es posible triplicar el valor correspondiente a 3: 75 × 3 = 225.

Cajas	3	9		27
Saquitos de té	75		450	

En otros casos en los que no está dado el valor de la unidad, es posible obtenerlo dividiendo el valor de una magnitud por el otro. Por ejemplo, en la tabla que sigue, puede calcularse mediante las divisiones 500 : 20 o 525 : 21. También existe la posibilidad de calcularlo por diferencia de datos consecutivos y completar la tabla a través de cálculos aditivos: 525 – 500 = 25 → 525 + 25 = 550 es el valor correspondiente a 22, y 550 + 25 = 575 es el valor correspondiente a 23.

Cajas	20	21	22	23
Saquitos de té	500	525		

Frente a algunos problemas de mayor complejidad, como el siguiente, la única posibilidad para resolver el completamiento de la tabla es buscar el valor de la unidad dividiendo los datos correspondientes de las dos magnitudes, 375 : 15 = 25, y multiplicar la constante obtenida por los datos dados de una de las magnitudes; entonces, el valor que corresponde a 17 paquetes es 17 × 25 = 425.

Cajas	15	17	25	30
Saquitos de té	375			

Como se mencionó anteriormente, otro criterio para tener en cuenta y variar la complejidad de los problemas de proporcionalidad consiste en considerar el campo numérico que se propone como dato. Ofrecer números racionales como valores de la relación o como constante de proporcionalidad sin duda incrementa la complejidad de los problemas en relación con los que solo incluyen números naturales. Por ejemplo:

2. a) La ficha nutricional de un pan de manteca indica que una cucharada de 10 gramos contiene 5,1 gramos de grasas saturadas. ¿Qué cantidad de grasas saturadas tiene un pan de 200 gramos de manteca?

b) La misma porción de 10 gramos contiene 0,3 gramos de grasas *trans*. Calculá la cantidad de grasas *trans* en un pan de 100 gramos de manteca.

IV. Bibliografía para el docente

- **Bressan, A.M.; Costa de Bogisic, B.** (1996). *Una forma de uso de la proporcionalidad: las escalas*. Consejo Provincial de Educación de Río Negro, documento de la Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática. Disponible en *www.educacion.rionegro.gov.ar*.
- **DGCyE, Pcia. Bs. As., SSE. Dirección Provincial de Educación Primaria** (2008). *Diseño Curricular para la Educación Primaria*. *Segundo ciclo.* Disponible en *www.abc.gov.ar.*
- **MECyT** (2006). *Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza. 4.°, 5.° y 6.° años*. *Educación Primaria*.
- **Ministerio de Educación GCBA, Secretaría de Educación, Dirección de Currícula** (2004). *Diseño Curricular. Segundo Ciclo*. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar.*
- **Panizza, M.; Sadovsky, P.** *El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos*. FLACSO y Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe.
- **Ponce, H.** (2000). *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Buenos Aires. Editorial Novedades Educativas.
- **Vergnaud, G.** (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las matemáticas en la escuela*. México. Trillas.