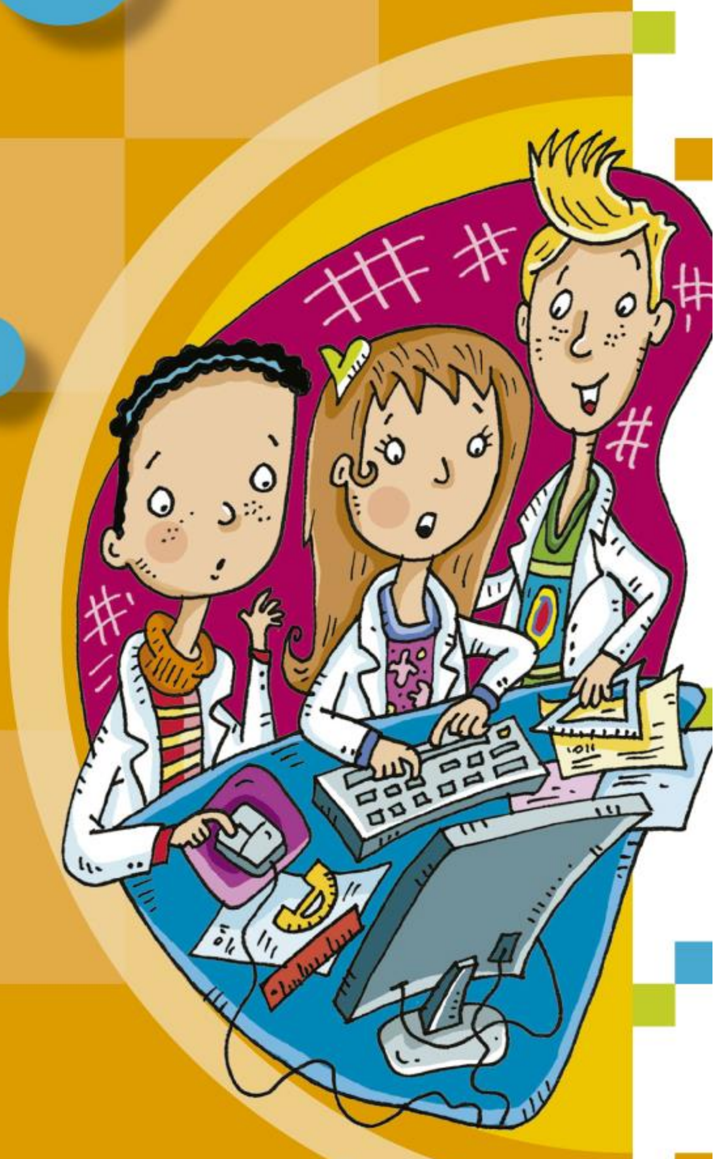
Los matemáticos de 6.°

Fracciones y decimales



SANTILLANA

Fracciones y decimales

I. Aspectos centrales del tratamiento de los contenidos propuestos

En este libro se propone el estudio de las fracciones y los decimales en los capítulos 6, 8 y 11.

Los conocimientos en torno a las fracciones y a los decimales que los niños han comenzado a construir en 4.° y 5.°, y que ampliarán y profundizarán en 6.°, se apoyan en sus saberes acerca de los números naturales y confrontan con ellos. Durante las primeras interacciones con las fracciones y los decimales han debido enfrentar importantes rupturas en relación con ellos, que es posible que aún no estén completamente saldadas y continúen siendo motivo de trabajo en el aula. Entre otras, que no todas las situaciones pueden resolverse usando los números naturales; que a pesar de que 3 es menor que 4, el número $\frac{1}{3}$ es mayor que $\frac{1}{4}$; que la escritura de un número puede ser más larga que la de otro y, sin embargo, ser menor –1,85 es menor que 2–. A lo largo de los capítulos se abordarán situaciones en las que se intentará poner en primer plano tanto el sentido de estos números para resolver problemas que sin ellos no tendrían solución, como algunas diferencias que sus características suponen con lo que se sabe sobre los naturales.

La portada del capítulo 6, "Fracciones", propone situaciones colectivas para buscar números entre otros dos dados, y también para explorar intervalos en los que pueda incluirse un número determinado que se brinda. Estas se retomarán más adelante cuando se proponga el estudio de la propiedad de densidad en el campo de los números racionales.

A continuación se presentan problemas de reparto equitativo en los que el resto se puede seguir repartiendo. Se plantean, por un lado, para recordar uno de los sentidos de las fracciones en la resolución de este tipo de problemas, cuestión que podría haberse estudiado en los años anteriores. Por otro lado, se intenta vincular los elementos de la cuenta de dividir con el resultado del reparto.

En esta página también se proponen situaciones para trabajar con la idea de repartos equivalentes (si se duplica, triplica, cuadruplica, etc., la cantidad de personas entre las que se realiza el reparto pero también se duplica, triplica, cuadruplica, etc., aquello que se reparte, la cantidad que le corresponde a cada uno se mantiene). Estas situaciones se vinculan con la idea de fracciones equivalentes, y se analizan distintas expresiones fraccionarias que permiten representarlas. Por ejemplo, en el problema 3 de la página 68.

3. Decidí en cuál o cuáles de estos casos se obtiene un reparto equivalente al de 56 chocolates iguales entre 6 personas, realizado de manera que a cada una le corresponde la misma cantidad y no sobra nada.

a) 28 chocolates entre 3 personas.

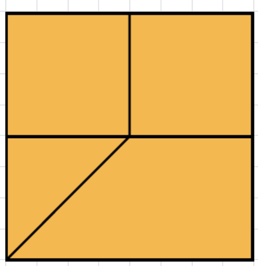
b) 84 chocolates entre 9 personas.

c) 112 chocolates entre 12 personas.

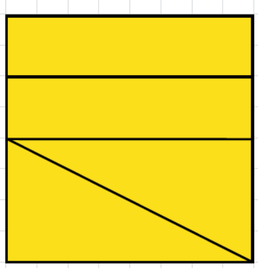
En las páginas 69 y 70 se aborda otro tipo de situación que permite otorgar un sentido diferente a las fracciones: los problemas de medida. En los primeros problemas se discute acerca de la independencia de la forma de las partes en que se dividió el entero y la fracción del entero que estas representan. Por ejemplo:

1. Estos cuadrados son iguales y cada uno se dividió en 4 partes. ¿Será cierto que cada una de esas partes representa $\frac{1}{4}$ del cuadrado? Explicá cómo te diste cuenta.

a)



b)



Los problemas de estas páginas buscan explicitar y usar relaciones de doble-mitad entre fracciones expresadas con medios, cuartos y octavos; tercios y sextos; quintos y décimos. La propuesta se completa con problemas en los que hay que construir un entero a partir de conocer una de sus partes. En algunas de estas situaciones, a diferencia de las primeras, el entero puede tomar distintas formas según la ubicación de las partes, pero estas deben ser todas iguales.

Los problemas de las páginas 71 y 72 exigen comparar y ordenar números. En algunos casos, las situaciones se presentan en el contexto de la recta numérica. Se apunta a que los alumnos analicen relaciones entre las marcas que representan fracciones conocidas por ellos –medios, cuartos, octavos; tercios y sextos–, produzcan nuevas marcas sobre la base de estas relaciones, y que también utilicen ciertas convenciones de esta manera de representar los números –distancia entre unidades; escala; crecimiento hacia la derecha–. Por ejemplo, en el problema 3 de la página 71, en el que la anticipación acerca de la condición de mayor o menor respecto de una fracción de referencia permite, a su vez, anticipar si la marca que representa a estos números estará a la derecha o a la izquierda de la marca de referencia:

3. En la siguiente recta numérica ubicá, aproximadamente, los números 1, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{6}$ y $1\frac{1}{3}$. Antes de hacerlo, decidí si son mayores o menores que $\frac{1}{3}$.

Otros problemas retoman las discusiones que se iniciaron en la portada en torno a ubicar números entre otros dos dados. Se avanza en el análisis de cantidad de soluciones y la exploración de la noción de densidad.

En las páginas 73 y 74 se proponen problemas de multiplicación de una fracción por un número natural. Se inicia con situaciones planteadas en contextos que pueden servir de apoyo para recuperar la idea de multiplicación como sumas sucesivas. Por ejemplo:

2. En la preparación de néctar para colibríes la cantidad de azúcar que se agrega depende de la cantidad de agua que se utilice. Completá esta tabla teniendo en cuenta que para 2 tazas de agua se necesita $\frac{1}{2}$ taza de azúcar.

Tazas de agua	2	4	1	3			24
Tazas de azúcar	$\frac{1}{2}$				$2\frac{1}{2}$	$\frac{9}{4}$	

Se avanza luego con problemas puramente numéricos, en los que se recuperan relaciones de dobles, triples, etc., y se discuten maneras posibles de buscar el resultado de ciertas multiplicaciones, de averiguar uno de los factores desconocidos de una multiplicación y de analizar multiplicaciones que cumplan ciertas condiciones.

En las páginas 75 y 76 se avanza en el estudio de la multiplicación, abordando en este caso situaciones en las que se multiplican dos fracciones. Se retoma un tipo de problema que los alumnos han estudiado a propósito del trabajo con números naturales: los problemas de organizaciones rectangulares. Por ejemplo:

Para hacer de a dos

1. a) Dibujen un rectángulo que tenga $4\frac{1}{2}$ cuadraditos de largo y $3\frac{1}{2}$ de ancho. ¿Qué cantidad de cuadraditos tiene en total este rectángulo?

b) ¿Y si el ancho fuera de $5\frac{1}{4}$?

c) ¿Será cierto que si un rectángulo tuviera $8\frac{1}{2}$ cuadraditos de largo y $7\frac{3}{4}$ de ancho se puede estar seguros de que va a tener por lo menos 56 cuadraditos enteros?

En las páginas 77 y 78 se propone recuperar y avanzar en el estudio de ciertas estrategias de cálculo mental de suma, resta, multiplicación y división con fracciones. Se trata de explorar distintas maneras de resolver teniendo en cuenta los números en juego y utilizando relaciones conocidas, por ejemplo, dobles, mitades, triples, etc.; fracciones equivalentes; distancia al entero más cercano. Este estudio se profundiza en las páginas 79 y 80, en las que se plantean problemas en contextos diversos que involucran el uso de algunas de estas estrategias para resolverlos.

En el capítulo 8, "Fracciones y decimales I", se propicia un recorrido para el estudio de los números decimales y ciertas relaciones con algunas fracciones, que se ampliará en el capítulo 11.

Las situaciones de la portada proponen un trabajo exploratorio con la calculadora: se trata de inventar cálculos que cumplan determinadas condiciones vinculadas al valor de la posición de las cifras de ciertas escrituras decimales, conocimientos que podrían recuperarse de años anteriores, o bien que se comenzarán a discutir a partir de estos problemas.

Los problemas de la página 96, así como algunos de la página 97, son situaciones contextualizadas –problemas con dinero o de medida– en los que tiene sentido la aparición de fracciones y expresiones decimales. Estos contextos colaboran en que los niños controlen el significado y el uso de estos números, así como sus notaciones, y permiten dotar de significado a cada una de las cifras de la escritura, a la vez que se estudia el valor de la posición. Estos primeros problemas involucran cantidades y escrituras con características que no comparten con todos los números decimales. Por ejemplo, los problemas con dinero introducen notaciones usando la coma decimal en las que el precio $1,25 es el "siguiente" de $1,24, si consideramos que la moneda de menor denominación es la de un centavo. Esta característica, que un número tiene un siguiente, no es propia de los números decimales: si los consideramos en un contexto meramente numérico, entre 1,24 y 1,25 hay otros números, como 1,241; 1,242; etc., mientras que en el contexto del dinero, estas notaciones podrían carecer de sentido, por no haber monedas que permitan formar esas cantidades.[1] En el caso de las medidas de longitud, el contexto brinda elementos que permiten averiguar las cantidades desconocidas apelando a equivalencias entre metros y centímetros.

En la página 98 se proponen situaciones en contextos puramente matemáticos que permiten ampliar los significados construidos a propósito de ciertas escrituras particulares de las páginas anteriores, avanzando en el análisis de escrituras con mayor cantidad de cifras decimales, en su comparación y discusión sobre maneras de ordenarlas. Se retoman, en este caso para escrituras decimales, algunas de las discusiones que se abordaron en el capítulo de fracciones. Por ejemplo:

5. Escribí en cada caso tres números que estén entre los números dados.

a) 2 y 3.

b) 4,3 y 4,5.

c) 4,25 y 4,26.

En el problema de la sección "Para hacer todos juntos" de esta página se propone un trabajo sobre los nombres de los números decimales, cuestión que permite vincularlos con las fracciones decimales:

Para hacer todos juntos

- ¿Cuál de estos números está más cerca de 10?

  a) Nueve enteros y noventa y cinco centésimos.

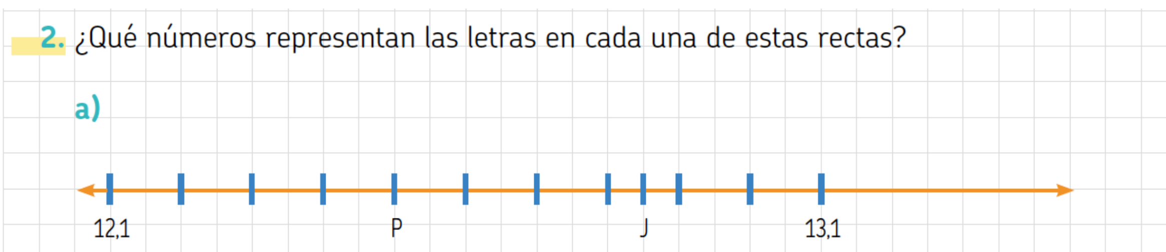
  b) Diez enteros y tres centésimos.

  c) Diez enteros y un décimo.

- Mijal dice que la distancia que separa 7,95 de 8 es la misma que la distancia que separa 8 de 8,5. ¿Tiene razón?

[1] Si bien en algunos casos, como en la venta de combustible, se utilizan notaciones con tres decimales a pesar de que no hay monedas que permitan pagar el milésimo de peso ($0,001), en esta propuesta nos enfocamos en la posibilidad de usar monedas de $1, 10 centavos y 1 centavo –que tomamos como monedas de existencia efectiva– para formar las cantidades de dinero que se proponen.

Las páginas 99 y 100 proponen situaciones para ubicar fracciones y decimales en rectas numéricas, cuestión inserta en el orden de estos números. Excepto en el problema de la sección “Para hacer todos juntos” –en la que se ofrece una recta sobre fondo liso, de manera de “forzar” a los alumnos a que utilicen la regla para dar cuenta de las subdivisiones necesarias para resolver–, las rectas se proponen sobre fondos cuadriculados, que permiten que los niños se apoyen en el conteo de cuadraditos para ubicar los números solicitados. Por ejemplo, en el problema 2a), deberán reconocer que al ser 12,1 y 13,1 los extremos del intervalo de referencia, las marcas ubicadas cada dos cuadraditos hacia la derecha de 12,1 representan, sucesivamente, 12,2; 12,3; 12,4; etc. Pero la marca identificada con la letra J deberá analizarse de otras maneras, que pueden requerir la relación doble-mitad entre $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{20}$, así como la idea de que el punto medio entre 12,8 y 12,9 –o sus equivalentes, 12,80 y 12,90– representaría el número 12,85.



Las páginas 101 y 102 proponen una colección de problemas para componer y descomponer números decimales, retomando algunas discusiones abordadas en la portada acerca del valor posicional en las escrituras decimales. La calculadora estará al servicio de posibilitar la exploración, la elaboración de conjeturas y su puesta a prueba.

En las páginas 103 y 104 se retoma de manera más sistemática el estudio de las relaciones entre las expresiones decimales y las fracciones decimales. Se analizan maneras equivalentes de escribir una misma cantidad y se discute un tipo de error que suelen cometer los alumnos en torno a estas equivalencias.

El capítulo finaliza con dos páginas en las que se propone el inicio de un recorrido de estudio acerca de las fracciones como razones y la idea de proporción. El análisis de esta noción es complejo y requerirá varios años de estudio; sin embargo, este primer acercamiento se retoma en las primeras páginas del capítulo 11, y se complementa con ciertos problemas que se abordan en el capítulo de Proporcionalidad.

En el capítulo 11, luego de una portada en la que se exploran, mediante el uso de la calculadora, algunas relaciones entre cálculos “cercanos”, y una página en la que se retoman algunas discusiones sobre la idea de fracción como proporción, se avanza en el estudio de sumas y restas que involucran fracciones y decimales. Se busca apelar a la elaboración de estrategias de cálculo estimativo y mental que permitan poner en funcionamiento relaciones y propiedades que se estudiaron a lo largo de los capítulos –cálculos cercanos; equivalencias; composiciones y descomposiciones; valor posicional–. Por ejemplo:

Para hacer de a dos

5. ¿Son correctas estas formas de resolver la suma 7,8 + 11,5?

$$\begin{array}{rl} & 7 + 0{,}8 \\ + & 11 + 0{,}5 \\ \hline & 18 + 1{,}3 = 19{,}3 \end{array}$$

$$\frac{78}{10} + \frac{115}{10} = \frac{193}{10} = 19{,}3$$

$$7 + \frac{8}{10} + 11 + \frac{5}{10} = 18 + \frac{13}{10} = 18 + 1{,}3 = 19{,}3$$

Las páginas 141 y 142 proponen el abordaje de problemas de multiplicación y división de expresiones decimales por la unidad seguida de ceros, que abonan al estudio del valor posicional del sistema de escritura. El análisis de regularidades, del efecto de estos cálculos en las escrituras junto con los conocimientos acerca del valor posicional podrán dotar de sentido a mecanismos que suelen circular en las escuelas, como “se corre la coma”, “se agregan o quitan ceros”.

En las páginas 143 y 144 se propone el estudio de ciertas estrategias de cálculo de multiplicaciones y divisiones que involucran expresiones decimales. Algunos problemas apelan a la reutilización de relaciones conocidas y de propiedades –dobles, mitades, etc.; multiplicación y división por la unidad seguida de ceros; composiciones y descomposiciones; propiedad distributiva; propiedad asociativa–. Se promueven discusiones acerca de ciertas estimaciones que pueden realizarse para anticipar resultados y controlarlos.

Las páginas finales del capítulo avanzan en el estudio de divisiones que involucran números decimales. Se analizan estrategias de cálculo que recuperan relaciones estudiadas a lo largo de los capítulos de fracciones y decimales. Por ejemplo:

Para hacer de a dos

5. a) Las divisiones 21 : 7 y 10,5 : 3,5 dan el mismo resultado. Intenten explicar por qué.

b) ¿Será cierto que las divisiones 748 : 22 y 74,8 : 2,2 dan el mismo resultado?

En este caso, se recupera la idea de que al multiplicar dividendo y divisor por el mismo número, el cociente se mantiene. Esta cuestión se abordó en el capítulo 6 a propósito de repartos equivalentes, y es la misma que permite hallar fracciones equivalentes al multiplicar o dividir numerador y denominador por el mismo número. La posibilidad de analizar estas ideas permite dotar de sentido a técnicas en las que se "tachan" o "corren" comas, se "agregan ceros", etcétera.

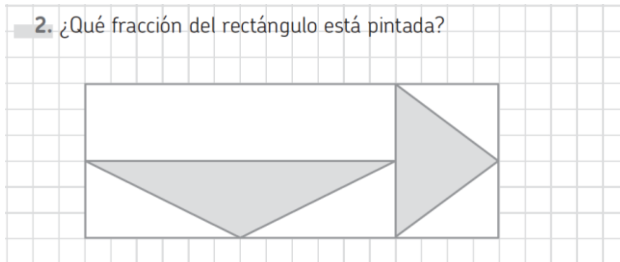
II. ¿Qué se espera que los alumnos aprendan?

A través del recorrido que se propone en el capítulo 6, se espera que los alumnos utilicen las fracciones para expresar los resultados de repartos equitativos, que interpreten y produzcan distintas escrituras que los representan, que reconozcan la equivalencia o no de ciertos modos de repartir, y que puedan utilizar la información que se obtiene a partir del uso de la cuenta de dividir para establecer el resultado del reparto. El problema 1 del ejemplo de evaluación del capítulo 6 es un tipo de actividad que se espera que puedan resolver utilizando fracciones:

1. Para resolver un reparto de chocolates iguales, de manera que a cada persona le corresponda la misma cantidad y no sobre nada, se hizo esta cuenta. Encontrá dos repartos diferentes en el que a cada persona le toque la misma cantidad que en este.

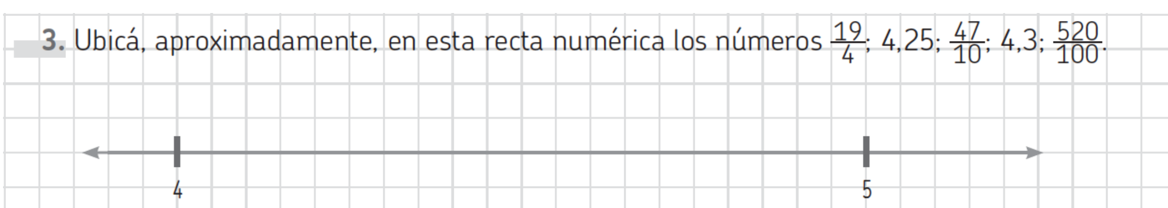
$$\begin{array}{r|l} 30 & 7 \\ \hline \cancel{2} & 4 \end{array}$$

Los problemas de medida son otro tipo de situación que se pretende que los alumnos aborden, utilizando relaciones entre el entero y las partes, así como entre las partes entre sí. Se espera que los alumnos puedan concebir a la fracción $\frac{1}{n}$ como la cantidad que repetida n veces forma un entero, en términos como: "es un cuarto porque entra cuatro veces en el entero". En particular, se espera que puedan reconocer la fracción del entero que representa una cierta parte, independientemente de la forma de esa parte. En el ejemplo de evaluación del capítulo 6, problema 2, se propone un problema de este tipo:



Tanto para los problemas de reparto como para los de medida se espera que los alumnos puedan abordarlos en términos de las relaciones que vinculan a grupos de fracciones: medios, cuartos y octavos; tercios y sextos; quintos y décimos, etc., apelando a ideas como: “con dos de un cuarto se forma medio”; “con dos de medio se forma un entero”; “con dos de un octavo se forma un cuarto”, “con dos de un sexto se forma un tercio”, etcétera.

Asimismo, se espera que al comparar fracciones, puedan identificar y utilizar relaciones de doble-mitad; considerar la “distancia” en relación con el entero, el tamaño de las partes en relación con el entero, la “ubicación” de la fracción respecto del entero; etc. También, que aprendan a utilizar la recta numérica para ubicar números teniendo algunos otros como referencia, identificando en qué parte, respecto de esas referencias, se encontrarán, así como las distancias que los separarán, relaciones basadas en sus conocimientos acerca de las fracciones en juego. En este mismo sentido, el trabajo con números decimales y sus equivalencias respecto de las fracciones los pondrán en buenas condiciones para resolver problemas como el 3 del ejemplo de evaluación del capítulo 8:



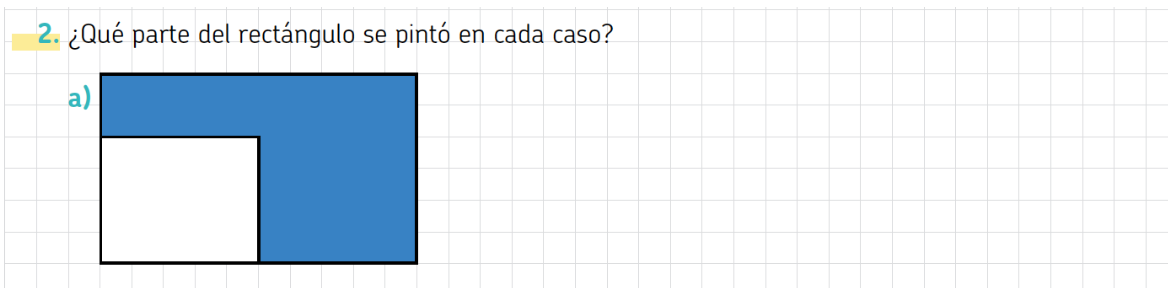
Al momento de operar con fracciones y decimales, es esperable que puedan desplegar recursos como equivalencias, utilizar resultados conocidos y apelar a relaciones diversas entre los números involucrados.

III. ¿Cómo modificar la complejidad de los problemas?

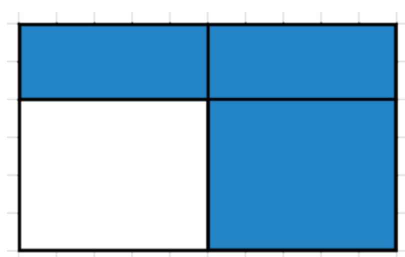
A lo largo de los capítulos de fracciones y decimales se podrían tomar ciertas decisiones sobre algunas características de los problemas que los transformen en más sencillos o más complejos. En esta sección haremos referencia a algunas de estas posibles variaciones, que permitirán que el docente acerque el problema a los alumnos que presenten algunas dificultades para abordarlo, o bien proponer nuevos desafíos a aquellos que estén en condiciones de profundizar un poco más sobre algunas de las relaciones que se intentan poner en juego. También es posible considerar algunos de los criterios que aquí se desarrollan para organizar el trabajo con toda la clase.

Problemas de medida

En las situaciones de medida en las que hay que decidir si una cierta área sombreada de un entero representa o no una fracción determinada, es posible variar la complejidad de diversas maneras. Una primera cuestión es si se incluyen, o no, todas las líneas que dividen al entero. Por ejemplo, en problemas como el 2a) de la página 69:



Ante esta situación, los niños deberán tomar decisiones respecto de qué marcas trazar para dividir el entero en una cierta cantidad desconocida de partes iguales. En cambio, si se presentara el dibujo con algunas subdivisiones trazadas, el problema sería más sencillo puesto que solo se trataría de identificar por dónde trazar las demás subdivisiones y contar. Por ejemplo:

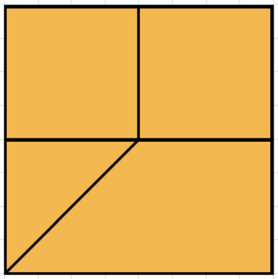


Y si se proponen todas las subdivisiones ya trazadas, el problema es más sencillo aún, puesto que la tarea se reduce a la identificación de la cantidad total de partes en que está dividido el entero vía un conteo sobre el dibujo.

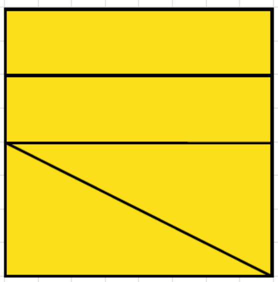
Una discusión que se plantea en los primeros problemas de la página 69 es acerca de la posibilidad de que dos partes de un mismo entero tengan formas diferentes pero representen la misma fracción de ese entero. Esta cuestión suele ser dificultosa para los alumnos. Analicemos, por ejemplo, el problema 1b):

1. Estos cuadrados son iguales y cada uno se dividió en 4 partes. ¿Será cierto que cada una de esas partes representa $\frac{1}{4}$ del cuadrado? Explicá cómo te diste cuenta.

a)



b)

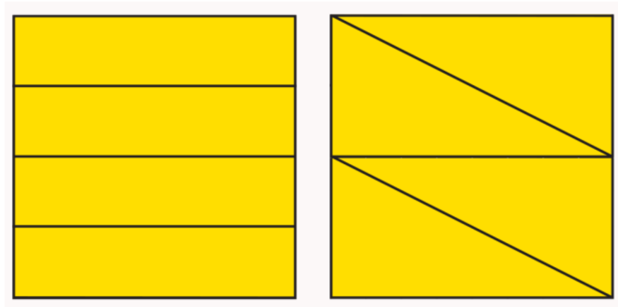


Frente a un problema como este es posible anticipar dos tipos de respuestas por parte de los alumnos:

- “Sí, porque son 4 partes”.
- “No, porque no son todas iguales”.

En la primera respuesta la justificación que se propone no es suficiente para establecer que cada parte representa $\frac{1}{4}$ del rectángulo. La segunda respuesta es incorrecta, ya que no toma en consideración la cuestión de que “iguales” en este contexto no se refiere a la forma de la parte sino a la superficie del entero que cubre.

Es posible “bajar” el nivel de dificultad provisoriamente ofreciéndoles a los alumnos dos cuadrados como los que siguen, cuyas partes han sido recortadas, de modo que los niños puedan armar cuadrados del mismo tamaño pero con partes distintas: por ejemplo, uno que esté formado solo por triángulos y otro, solo por rectángulos. De este modo, se podría propiciar la discusión respecto de que los dos rectángulos son iguales, que con los triángulos se puede formar una mitad y que se puede intercambiar con la otra mitad formada por rectángulos. La discusión podría orientarse hacia la reflexión de que dos rectángulos equivalen –ocupan el mismo espacio– a dos triángulos.



En relación con aquellos problemas en los que se ofrece una parte y se propone componer el entero, también puede variarse el nivel de dificultad. Por ejemplo, consideremos el problema 3a) de la página 70:

3. a) Este rectángulo representa $\frac{1}{6}$ de una figura. Dibujá cómo podría ser la figura completa.

En este caso, basta con que los niños repliquen la figura cinco veces más para componer el entero. Pero si el mismo rectángulo representara $\frac{5}{6}$ de un entero, el problema sería más complejo, puesto que deberán identificar, por ejemplo, que la figura debe dividirse en 5 partes para conocer la que representa $\frac{1}{6}$, y, por lo tanto, al rectángulo que está dibujado habría que agregarle esa parte. En general, los problemas en los que en lugar de ofrecerse una figura que representa la fracción $\frac{1}{n}$ se brinde una figura que representa fracciones como $\frac{2}{n}$, $\frac{3}{n}$, $\frac{4}{n}$, etc., son más complejos, puesto que inicialmente se deberá descomponer el dibujo en varias partes para conocer la que podría representar $\frac{1}{n}$, o elaborar alguna otra estrategia que, tomando en cuenta ciertas relaciones entre el entero y la parte ofrecida, permita reconstruir el entero. El problema se complejiza aún más si la parte que se ofrece representa una cantidad mayor que el entero de referencia, puesto que en este caso habrá que poner en juego otras relaciones. Esto es lo que ocurre con el problema de la sección "Para hacer todos juntos" de la página 70, en el que se ofrece un segmento que representa $\frac{7}{5}$ de un entero que hay que identificar:

Para hacer todos juntos

Este segmento representa $\frac{7}{5}$ de una unidad. ¿Será cierto que el segmento que representa la unidad medirá menos que este? ¿Por qué?

Esta complejidad justifica que en este libro se lo haya propuesto para discutir entre todos. Sin embargo, también es posible ofrecer situaciones de este tipo a aquellos alumnos que están en condiciones de abordar problemas más desafiantes.

Comparación y orden de fracciones

En los problemas vinculados a la comparación de fracciones, es posible variar el nivel de dificultad considerando ciertas relaciones entre las fracciones en juego. Si se propusieran, por ejemplo, fracciones relacionadas, como $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{6}$, dado que los niños ya han estudiado esta relación en algunos problemas anteriores, es factible que la situación presente baja dificultad. Podrían elaborarse a partir de allí algunas ideas interesantes y que serán de utilidad para abordar posteriormente problemas del mismo tipo pero de mayor dificultad. En este caso, no importa que el 6 sea más grande que el 3; la fracción $\frac{1}{3}$ es más grande que $\frac{1}{6}$ porque se necesitan dos de $\frac{1}{6}$ para formar $\frac{1}{3}$. Esta idea podría explorarse a propósito de otros pares de fracciones relacionadas –$\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{10}$, y con un grado mayor de dificultad, $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{10}$–, para luego proponer el análisis para fracciones que no están relacionadas entre sí, como $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$, o $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{6}$.

Situaciones un poco más complejas, a pesar de que son del mismo tipo que las anteriores, son aquellas en las que los numeradores son iguales pero distintos de 1. Por ejemplo, si se trata de comparar $\frac{3}{4}$ y $\frac{3}{5}$ es posible considerar la comparación del tamaño relativo de $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{5}$ –puesto que $\frac{3}{4}$ es 3 veces $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{5}$ es 3 veces $\frac{1}{5}$–. En esta situación la dificultad es mayor que en la anterior, pero es menor que al comparar fracciones que no están relacionadas y en las que numerador y denominador son diferentes, como en $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{5}$.

La relación respecto de 1 entero también puede ser una variable que se modifique para cambiar el nivel de dificultad de los problemas. Si ambas fracciones son menores que 1 o ambas son mayores que 1, las estrategias que los alumnos deberán movilizar se vinculan en mayor medida con el "tamaño" relativo de las partes; en cambio, si se propone una fracción menor que 1 y otra mayor que 1, podrían recurrir a esta relación respecto del entero. Por ejemplo, $\frac{1}{2}$ es menor que $\frac{3}{2}$, pues $\frac{1}{2}$ es más chico que 1, en cambio, $\frac{3}{2}$ es más grande –o bien, $\frac{1}{2}$ es la mitad de un entero y $\frac{3}{2}$ es un entero y medio–.

Todas estas relaciones son de utilidad al momento de ordenar fracciones en el contexto de la recta numérica. Por ejemplo, en el problema 3 de la página 71:

3. En la siguiente recta numérica ubicá, aproximadamente, los números 1, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{6}$ y $1\frac{1}{3}$. Antes de hacerlo, decidí si son mayores o menores que $\frac{1}{3}$.

En este caso, los números elegidos favorecen la reutilización de relaciones entre tercios y sextos: $\frac{1}{6}$ es la mitad de $\frac{1}{3}$, así que estará a la izquierda de la marca de $\frac{1}{3}$, justo en el medio entre 0 y $\frac{1}{3}$; $\frac{7}{6}$ es 7 veces $\frac{1}{6}$, por lo que hay que replicar 7 veces hacia la derecha la distancia entre las marcas 0 y $\frac{1}{6}$. La situación sería más sencilla si se propusiera ubicar $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{3}$, etc. Sería más compleja si se pidiera ubicar una fracción no vinculada con $\frac{1}{3}$, por ejemplo $\frac{1}{5}$ o $\frac{1}{4}$, para lo cual es posible que los alumnos deban reconstruir 1 entero y luego subdividir en quintos o en cuartos. Si bien es factible abordar todas estas relaciones, el grado de dificultad que implican es diferente, ya que exigen diseñar planes de acción distintos en cada caso, algunos más cortos –debido a las relaciones entre las fracciones en juego– y otros más largos.

Otra cuestión importante en relación con el trabajo sobre la recta numérica lo constituye el tipo de hoja en el que se presente la actividad. Los fondos cuadriculados, sobre los cuales los alumnos pueden contar y tomar decisiones sobre la base de ese conteo, en general son de menor complejidad que las situaciones sobre fondo liso, en las cuales se "fuerza" a utilizar otras estrategias para medir y producir las marcas, por ejemplo, el uso de la regla.

Otras relaciones entre fracciones

A partir del abordaje de situaciones en las que se ponen en juego relaciones de doble-mitad entre medios, cuartos y octavos, tercios y sextos, quintos y décimos, es posible proponer problemas que plantean el estudio de otras relaciones. Por ejemplo, analizar la relación de $\frac{1}{12}$ respecto de los sextos, los tercios, los cuartos y los medios: $\frac{1}{12}$ es la mitad de $\frac{1}{6}$; con cuatro de $\frac{1}{12}$ se forma $\frac{1}{3}$; con tres de $\frac{1}{12}$ se forma $\frac{1}{4}$; se necesitan 6 de $\frac{1}{12}$ para formar $\frac{1}{2}$. Estas situaciones podrían proponerse con el objetivo de ampliar el campo de relaciones estudiadas y profundizar los vínculos entre ciertas fracciones conocidas. Para los alumnos más avanzados podría proponerse la exploración de ideas más generales vinculadas con las características de escrituras fraccionarias que representan dobles o mitades de otras.

Los números en juego y el rol de los contextos

En muchos problemas del capítulo 11 se proponen situaciones de comparación y cálculo que involucran el trabajo con expresiones decimales y fracciones decimales en contextos puramente matemáticos. En estos casos es posible bajar el nivel de dificultad de los problemas si se propone un primer momento de trabajo, pensando en un contexto como el del dinero. Se trata de acercarles el problema a situaciones en las que los alumnos cuenten con conocimientos y recursos que les sirvan como puntos de apoyo para comenzar a resolver. Por ejemplo, para el problema 1 de la página 143:

1. Calculá mentalmente.

a) El doble de 0,70.

b) El triple de 2,6.

c) El cuádruple de 5,75.

Pensar en duplicar, triplicar, cuadruplicar cantidades decimales cuando se piensa en dinero podría habilitar el uso de billetes y monedas, formando efectivamente el doble de estas cantidades para realizar el cálculo o bien para verificar ciertas anticipaciones que se puedan hacer.

El problema se complejiza si se agregan cifras decimales para las cuales los contextos estudiados no aportan significados que los niños puedan controlar, y, por lo tanto, deberán apoyarse con firmeza en aspectos puramente matemáticos vinculados al valor de la posición de las cifras. De esta manera, podría bajarse la dificultad de un problema como el 2 de la página 143, si se proponen números con dos cifras decimales que aludan a contextos como el dinero o la medida:

2. Sin hacer la cuenta en cada caso, decidí si estos cálculos darán resultados mayores o menores que 20.

a) 4,003 × 6

b) 2 × 10,797

c) 9 × 1,989

En problemas que implican multiplicaciones de fracciones o de decimales por un número natural, la inclusión de dibujos que representen la situación podría facilitar que algunos niños resuelvan utilizando sumas sucesivas. Por ejemplo, en el problema 1 de la página 141:

1. a) El espesor de una revista es de aproximadamente 0,65 cm.
¿Cuál será la altura de una pila de 10 revistas como esa?

b) ¿Y si la pila fuera de 100 revistas? ¿Y de 1.000?

La posibilidad de escribir 0,65 por cada revista que aparece en el dibujo permitiría que algunos alumnos puedan resolver o controlar la resolución de esta situación. Si el dibujo no se propone, el problema resulta más complejo, dado que esta acción de asignar un valor por cada revista y controlar que no falte ni sobre ninguno queda completamente a cargo del alumno.

Relaciones entre los números involucrados en los cálculos

En problemas de suma y resta entre fracciones, es posible comandar la dificultad de los cálculos modificando las relaciones entre las fracciones en juego. Por ejemplo, las sumas y restas que involucran operar con medios y octavos son más sencillas que las que proponen operar con medios y séptimos. Esto es así porque existe una relación entre los medios y los octavos –con 4 de $\frac{1}{8}$ se forma $\frac{1}{2}$–, pero no entre los medios y los séptimos –no es posible formar $\frac{1}{2}$ con una cantidad entera de séptimos–.

De la misma manera, cuando se trata de calcular mitades, terceras partes, etc., de una fracción, los números que se elijan resultan relevantes. Por ejemplo, en el problema 5 de la página 78:

5. a) ¿Cuánto es la mitad de $\frac{4}{7}$?

b) ¿Cuánto es la tercera parte de $\frac{12}{5}$?

c) ¿Cuánto es la cuarta parte de $\frac{1}{3}$?

Tomando como referencia el ítem a), la situación puede resolverse considerando la descomposición $\frac{4}{7}=\frac{2}{7}+\frac{2}{7}$, y, por lo tanto, la mitad de $\frac{4}{7}$ es $\frac{2}{7}$. Este cálculo resultaría más complejo si se tratara de calcular la mitad de $\frac{3}{7}$ o de $\frac{5}{7}$, puesto que implicaría la necesidad de operar con otras fracciones equivalentes a ella, que permitan utilizar la estrategia anterior. Por ejemplo, considerar que $\frac{3}{7}=\frac{6}{14}$ y la mitad de $\frac{6}{14}$ es $\frac{3}{14}$.

En el ítem c) se fuerza a los alumnos a considerar equivalencias o a planificar maneras de partir $\frac{1}{3}$ en cuatro partes. Esta situación sería más sencilla si se tratara de calcular, por ejemplo, la cuarta parte de $\frac{4}{3}$ o de $\frac{8}{3}$.

IV. Bibliografía para el docente

- **Alvarado, M.** (2013). "Representaciones notacionales decimales tempranas de números racionales en contexto de medición de peso". En: Broitman, C. (comp.). *Matemáticas en la escuela primaria I. Números naturales y decimales con niños y adultos*. Buenos Aires. Paidós.

- **Block, D.; Solares, D.** (2001). "Las fracciones y la división en la escuela primaria: análisis didáctico de un vínculo". *Educación Matemática*. Vol. 3 (2). México. Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 5-30.

- **Broitman, C.; Itzcovich, H.** y **Quaranta, M. E.** (2003). "La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad". *RELIME*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Publicación oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 6 N.° 1, marzo, pp. 5-26. Disponible en *http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo= 2092465.*

- **Centeno Pérez, J.** (1998): *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Madrid. Síntesis.

- **Dirección General de Cultura y Educación de la Pcia. de Bs. As. Dirección de Primaria** (2007). *Serie Curricular. Matemática N.° 4. Números racionales y geometría*. Disponible en: *http://servicios2.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/areascurriculares/matematica/matematica4numerosracionalesygeometria.pdf*.

- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula** (1997). *Documento de actualización curricular N.° 4. Matemática*. Disponible en: *www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/docum/matematica.php.*

- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula** (2001). *Aportes para el desarrollo Curricular. Matemática: Acerca de los números decimales: una secuencia posible*. Disponible en: *www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/primaria.php?menu_id=20709*.

- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección de Currícula** (2005). *Matemática: Fracciones y Decimales 4.°, 5.°, 6.° y 7.°. Páginas para el Docente. Plan Plurianual*. Disponible en: *www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula*.

- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección de Currícula** (2006). *Cálculo mental con números racionales. Apuntes para la enseñanza*. Disponible en: *www.buenos aires.gov.ar/areas/educacion/curricula/pluri_mate.php?menu_id=20709*.

- **Itzcovich, H.** (coord.) (2007). "El trabajo escolar en torno a las fracciones". En: *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires. Aique.

- **MECyT** (2006). *Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza. 4.°, 5.° y 6.° años. Educación Primaria*.

- **MECyT** (2004). *Juegos en Matemática. EGB2.* Disponible en: *www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/ EL001220.pdf*.

- **Ponce, H.** (2000): *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Buenos Aires. Editorial Novedades Educativas.

- **Ponce, H.; Quaranta, M. E.** (2007). "Fracciones y decimales". En: *Enseñar Matemática en la escuela primaria*. Serie Respuestas. Buenos Aires. Tinta Fresca.

- **Quaranta, M. E.** (2008). "Conocimientos infantiles acerca de las escrituras decimales". En: *Revista 12(ntes). Enseñar matemática. Nivel Inicial y primario* N.° 05. Buenos Aires. 12(ntes).

- **Quaranta, M. E.; Tarasow, P.; Becerril, M. M.** (2013). "Notaciones decimales: conceptualizaciones infantiles a propósito de la resolución de problemas en el contexto del dinero y de las medidas de longitud". En: Broitman, C. (comp.). *Matemáticas en la escuela primaria I. Números naturales y decimales con niños y adultos*. Buenos Aires. Paidós.