

Los matemáticos de 3º

Figuras y cuerpos geométricos



Figuras y cuerpos geométricos

I. Aspectos centrales del tratamiento de los contenidos propuestos

En el capítulo dedicado a figuras, y en el que se aborda también el trabajo con cuerpos geométricos, se propone inicialmente un juego que apunta a que los alumnos exploren algunas características de las figuras (los lados, los vértices y las diagonales dibujadas) y de los cuerpos (los vértices, las aristas y las caras). Por ejemplo, establecer cuántos vértices tiene un prisma, qué figuras representan sus caras, o analizar que en un rectángulo hay dos pares de lados con la misma longitud son cuestiones importantes a identificar y que permiten distinguir una figura o un cuerpo entre otros.

Las primeras páginas del capítulo de figuras proponen un juego de cartas en el que debe compararse la cantidad de elementos de algunos dibujos de figuras geométricas.

El mazo de cartas está compuesto por algunas figuras que seguramente los niños no conozcan o no sepan sus nombres, como las siguientes:

<p>Nombre: _____</p> <p>Cantidad de lados Cantidad de lados iguales Cantidad de vértices Cantidad de diagonales dibujadas</p>	<p>Nombre: _____</p> <p>Cantidad de lados Cantidad de lados iguales Cantidad de vértices Cantidad de diagonales dibujadas</p>
<p>Nombre: _____</p> <p>Cantidad de lados Cantidad de lados iguales Cantidad de vértices Cantidad de diagonales dibujadas</p>	<p>Nombre: _____</p> <p>Cantidad de lados Cantidad de lados iguales Cantidad de vértices Cantidad de diagonales dibujadas</p>

FIGURAS GEOMÉTRICAS

PARA HACER TODOS JUNTOS

Reglas del juego

- Se juega de a dos.
- Cada participante coloca sus tarjetas con figuras en un sobre y sus preguntas boca abajo sobre la mesa.
- Por turnos, un jugador toma una de sus preguntas, la lee en voz alta y la deja a la vista sobre la mesa.
- Cada jugador toma, sin elegirla, una de las figuras de su sobre y responde la pregunta.
- El jugador que responda con el número más alto (por ejemplo: "tiene 6 lados") y cuya respuesta sea correcta gana un punto.
- Si empatan, ambos obtienen un punto.
- Luego de tres rondas, gana el jugador con más puntos.

PARA LEER TODOS JUNTOS

PARA PENSAR TODOS JUNTOS

Pregunta: **¿Cuántos lados iguales tiene?**

Nombre: **Augusto**

Cantidad de lados
Cantidad de lados iguales
Cantidad de vértices
Cantidad de diagonales dibujadas

Nombre: **Ana**

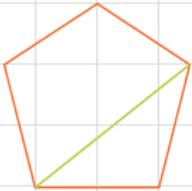
Cantidad de lados
Cantidad de lados iguales
Cantidad de vértices
Cantidad de diagonales dibujadas

¿Quién ganó esa ronda?

Para el desarrollo de la actividad no es un requisito que los alumnos tengan esta información, en todo caso podría brindarla el docente si la solicitaran.

En las páginas 68 y 69 se plantean problemas que retoman la situación de juego inicial y que luego descontextualizan la propuesta para centrarse en el estudio de algunas características de ciertas figuras, como ocurre, por ejemplo, en los problemas 5 y 6.

 **5** Tracen dos diagonales más a esta figura.



6 ¿Cuántas diagonales es posible dibujarle a cada una de estas figuras?



Estas actividades pueden extenderse al estudio de otras figuras que el docente considere oportuno.

En las páginas 70 y 71 se presentan problemas que proponen a los alumnos copiar ciertas figuras. Se trata –también aquí– de problemas que buscan avanzar en la identificación de algunas características de las figuras en juego. Esta actividad requiere un espacio posterior a la realización de la copia en el que puedan analizarse las similitudes y las diferencias entre el original y la reproducción.

Plegar un papel es también una oportunidad para indagar las características de ciertas figuras geométricas. Se plantea, en este caso, analizar qué figuras quedan marcadas en un papel cuadrado o rectangular al realizar pliegues. Las actividades de las páginas 72 y 73 apuntan a desarrollar un trabajo exploratorio entre los pliegues producidos en un papel y las figuras que se forman. También, se intenta que el avance sobre esas actividades permita realizar

progresivamente anticipaciones sobre las acciones necesarias para obtener cierta forma. En síntesis, la intención es que los alumnos se introduzcan en un juego de exploración, anticipación y comprobación de esas anticipaciones, recurriendo a los conocimientos que van elaborando.

Algunas actividades, como las que se proponen en las páginas 76 y 77 demandan que los alumnos describan, interpreten o completen la descripción de una figura determinada. Estas propuestas tienen el propósito de avanzar en las posibilidades de identificar algunas propiedades y elementos de las figuras en juego.

A su vez, en el capítulo dedicado a cuerpos geométricos se proponen actividades que apuntan a la exploración con la intención de que, de manera progresiva, los niños puedan anticipar determinadas relaciones.

Luego, esas relaciones pueden comprobarse recurriendo a los cuerpos geométricos en juego.

Por ejemplo, en las páginas 136 y 137 se plantean actividades que proponen analizar, de manera guiada, algunas de las características de ciertos cuerpos geométricos, como ocurre con el siguiente problema.

INVESTIGAR CUERPOS GEOMÉTRICOS

PARA HACER DE A DOS

1 ¿Cuál de estos cuerpos es el que tiene más caras?

esfera cubo prisma de base pentagonal prisma de base cuadrada prisma de base triangular

pirámide de base pentagonal pirámide de base cuadrada pirámide de base triangular cono cilindro

PARA HACER DE A DOS

2 ¿Hay cuerpos que tienen todas sus aristas del mismo largo?

PARA HACER DE A DOS

3 ¿Cuáles de los cuerpos tienen caras que son rectángulos?

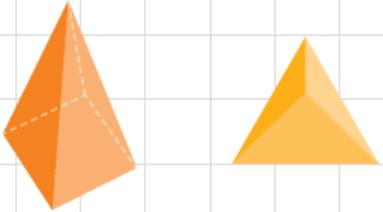
PARA HACER DE A DOS

4 ¿Hay cuerpos que tengan ocho vértices en total?

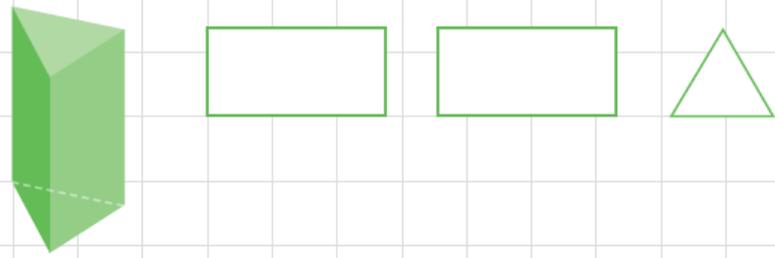
Esta actividad –y las que componen las páginas mencionadas– tienen como propósito no solo indagar la cantidad de aristas, vértices y caras que componen estos cuerpos, sino también, en un plano más general, identificar que esas son las características geométricas que se considerarán en este libro al estudiar un cuerpo.

El estudio de las características de las caras de los cuerpos se profundiza en las páginas 138 y 139. Allí se proponen actividades en las que los alumnos deben indagar qué figuras geométricas se obtienen a partir de apoyar alguna de sus caras sobre una hoja y luego trazar su contorno. Esta indagación no solo apunta a estudiar la forma, sino también la cantidad de caras que componen un cuerpo, como en los problemas 4 y 5 de la página 139.

4 Si se apoyan todas las caras de estas dos pirámides, ¿con cuál de ellas se obtienen más triángulos dibujados?

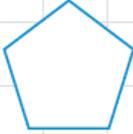


5 Se apoyaron algunas caras de este prisma y se obtuvieron estas figuras dibujadas. ¿Es posible saber qué caras falta dibujar?



Un aspecto a considerar es la utilización de los cuerpos geométricos durante la clase. En algunos casos, los niños pueden recurrir a ellos para dirimir alguna cuestión sobre la que no se ponen de acuerdo y que han evaluado previamente. En otros, es posible que los cuerpos les permitan explorar alguna propiedad y, en algunas situaciones, es factible también que la utilización del cuerpo permita validar alguna anticipación realizada, como en el problema 2 de la página 138. En este caso puede alentarse a los alumnos a que elaboren una respuesta al problema y luego utilicen los cuerpos para comprobar sus anticipaciones.

2 Estos cuerpos son prismas diferentes.

			
prisma de base pentagonal	prisma de base cuadrada	prisma de base triangular	
a) ¿Cuál de ellos se puede elegir para dibujar la siguiente figura apoyando una de sus caras?			
b) ¿Y para dibujar la siguiente figura?			

La indagación sobre las características de las caras de algunos prismas y de algunas pirámides se amplía al estudio de los vértices y las aristas en las páginas 140 y 141. En un primer momento, las actividades se organizan alrededor de una situación de construcción con varillas y bolitas de plastilina. Luego, se intenta que de manera gradual pueda abandonarse ese contexto material en un intento de conceptualización de algunas relaciones.

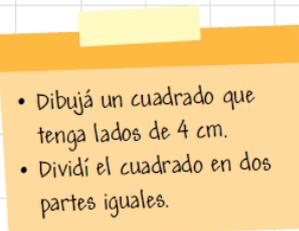
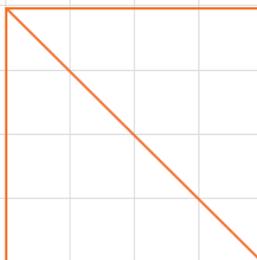
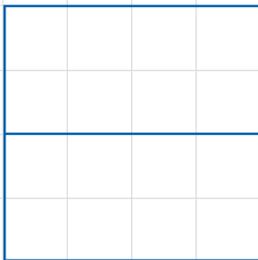
Finalmente, en las páginas 142 a 144 se plantean actividades en torno al desarrollo plano de prismas y pirámides. Estas propuestas retoman el trabajo realizado en las páginas 138 y 139 a propósito de la relación entre las caras que componen un cuerpo y las figuras geométricas que forman esas caras. Se trata, en esta última parte del capítulo, de afianzar esas nociones y de avanzar con la idea de que esas caras deben tener alguna disposición ordenada para construir el cuerpo, asimismo, que un cuerpo admite más de un desarrollo posible.

II. Qué se espera que los alumnos aprendan

Por medio del recorrido propuesto en ambos capítulos se espera que los alumnos aprendan ciertas propiedades de algunas figuras y de algunos cuerpos geométricos. También, que tengan la posibilidad de sumergirse de manera progresiva en un tipo de quehacer particular, propio de la actividad matemática. En efecto, si bien las propuestas tienen un carácter fuertemente exploratorio, el tipo de gestión que se propone apunta al avance paulatino en las posibilidades de formular razones que sostengan las respuestas que producen y en elaborar ciertas generalizaciones que permitan trascender la consideración exclusiva del cuerpo o la figura con la que en ese momento se trabaja.

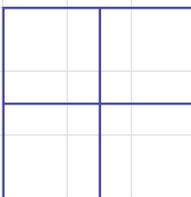
Por ejemplo, en la página 74 se proponen los siguientes problemas que permiten analizar las relaciones entre la longitud de los lados del rectángulo y del cuadrado.

- 2 a) ¿Es cierto que con este instructivo es posible dibujar cualquiera de estas dos figuras?



- b) ¿Cómo escribirías las instrucciones para que solo pueda dibujarse la figura de la derecha?

- 3 Escribí instrucciones para que una persona pueda construir esta figura sin ver el dibujo.



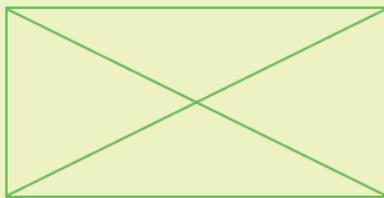
En el problema 3 hay dos maneras posibles de formar el rectángulo: apoyándose en los lados cortos o en los lados largos de la figura. En cambio, en el problema 2 hay una sola manera posible debido a que los lados del cuadrado son todos iguales. Es importante, entonces, que en algún momento de trabajo colectivo se contrasten estas dos actividades, ya

que permiten comparar los lados de ambas figuras, y se intente extender estas consideraciones a otros casos más generales. En efecto, si se utilizan cuadrados de cualquier tamaño, siempre va a ser posible dibujar nada más que un rectángulo, en cambio, si se utilizan rectángulos (como el del problema 3 u otros de tamaños diferentes), solo se puede dibujar dos rectángulos.

También se intenta que los alumnos avancen en sus posibilidades de explorar, reconocer y usar características de las figuras para distinguir unas de otras. Para ello, en algunos casos, se proponen problemas que demandan la descripción de una figura a partir de sus elementos y propiedades, la construcción de una figura a partir de ciertas informaciones o el reconocimiento de la información que resulta redundante para identificar una figura, como en el problema de la sección “Para pensar todos juntos” de la página 77.

PARA PENSAR TODOS JUNTOS

- ¿Cuáles de las informaciones de este instructivo son innecesarias para dibujar esta figura?

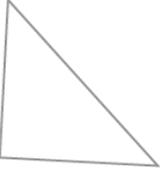


- * Dibujen un rectángulo que tenga cuatro lados y cuatro vértices.
- * Dos lados del rectángulo miden 5 cm y los otros dos miden 3 cm.
- * Tracen las dos diagonales que vayan desde un vértice hasta el otro.

En esta actividad se intenta que los alumnos analicen que hay cierta información implícita. Por ejemplo, al escribir “rectángulo” se sobreentiende que es una figura de cuatro lados, por lo que no es necesario aclarar “que tenga cuatro lados”. Del mismo modo, quizás no sea evidente para los niños que, si el rectángulo tiene cuatro lados, también tiene cuatro vértices.

Una completa consideración del capítulo sobre figuras permite apreciar que las actividades tienen también el propósito de que los niños conozcan y utilicen algunas de sus características para explorar otras, identificarlas o comparar unas con otras. En particular los ejercicios de las páginas 68 y 69, que se inician en el contexto de un juego de cartas, permiten apreciar ese objetivo. El siguiente problema de la página 63 enfrenta a los alumnos con esa comparación.

3 Lorena y Francisco tienen estas figuras y ganó Lorena. ¿Qué pregunta habrá sacado?

<p>Nombre: <i>Lorena</i></p>  <ul style="list-style-type: none"> Cantidad de lados Cantidad de lados iguales Cantidad de vértices Cantidad de diagonales dibujadas 	<p>Nombre: <i>Francisco</i></p>  <ul style="list-style-type: none"> Cantidad de lados Cantidad de lados iguales Cantidad de vértices Cantidad de diagonales dibujadas
---	--

Respecto de los aprendizajes vinculados a los cuerpos geométricos, se intenta que –al igual que con las figuras– los alumnos puedan explorar, reconocer y utilizar sus características (como cantidad y formas de las caras, cantidad de vértices y aristas) para distinguir unos de otros y, también, que puedan avanzar en sus posibilidades de establecer relaciones entre cuerpos y figuras geométricas. Por ejemplo, algunas actividades, como las siguientes, tienen como objetivo que los niños aborden algunas de estas relaciones.

INVESTIGAR CUERPOS GEOMÉTRICOS

PARA HACER DE A DOS

1 ¿Cuál de estos cuerpos es el que tiene más caras?



esfera



cubo



prisma de base pentagonal



prisma de base cuadrada



prisma de base triangular



pirámide de base pentagonal



pirámide de base cuadrada



pirámide de base triangular



cono



cilindro

PARA HACER DE A DOS

2 ¿Hay cuerpos que tienen todas sus aristas del mismo largo?

PARA HACER DE A DOS

3 ¿Cuáles de los cuerpos tienen caras que son rectángulos?

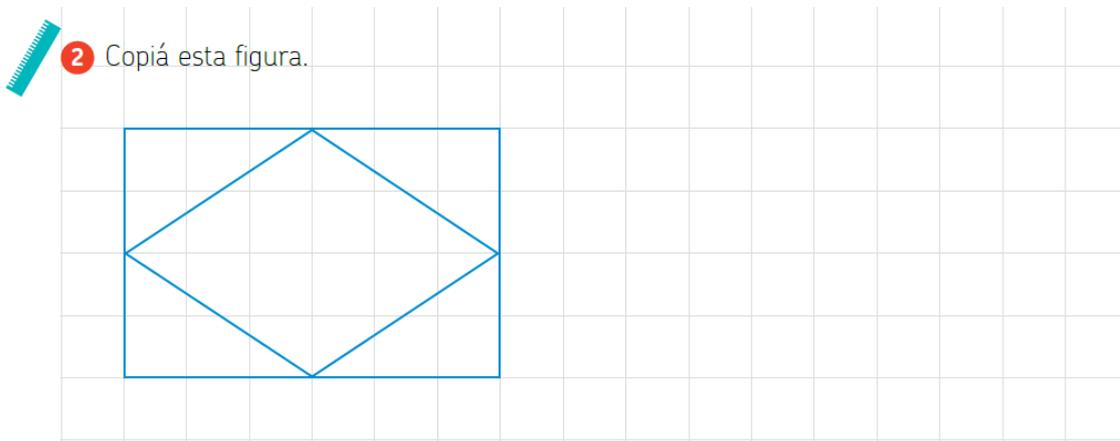
PARA HACER DE A DOS

4 ¿Hay cuerpos que tengan ocho vértices en total?

III. Cómo modificar la complejidad de los problemas

A lo largo de las actividades referidas a figuras y cuerpos geométricos es posible tomar ciertas decisiones sobre algunas características de los problemas que los podrían transformar en más sencillos o más complejos. En esta sección haremos referencia a algunas de estas posibles variaciones, que permitirán que el docente acerque el problema a los alumnos que presenten algunas dificultades para abordarlo, o bien proponer nuevos desafíos a aquellos que estén en condiciones de profundizar un poco más sobre algunas de las relaciones que se intentan poner en juego. También es posible considerar ciertos criterios que se desarrollan aquí para organizar el trabajo con toda la clase.

Algunos problemas, como los de copiado, pueden hacerse más sencillos en función de las líneas que componen el dibujo. No solo la cantidad de líneas, sino también su posición respecto del cuadrículado. Así, por ejemplo, en el problema 2 de la página 70, es posible que los niños encuentren más sencillo trazar los lados del rectángulo, ya que se encuentran dibujados sobre las líneas de la cuadrícula, que las líneas que unen los puntos medios de los lados.



En efecto, los lados que se apoyan sobre la traza de la cuadrícula admiten ciertas formas de control que no es posible desplegar cuando las líneas siguen otras direcciones. En las situaciones de copiado no se espera que los alumnos realicen correctamente las reproducciones en el primer intento. El análisis de la figura original y los resultados obtenidos en la copia será una buena oportunidad para identificar algunas de las características en juego.

Ajustar las actividades para que mejore el desempeño de los alumnos implica también que tengan nuevas oportunidades de copiar figuras a partir del análisis que se realizó en la clase donde se identificaron tanto las propiedades de las figuras en juego como algunos mecanismos de control sobre la propia producción para copiar el modelo propuesto (por

ejemplo, cómo contar los cuadraditos, usar la regla, hacer marcas donde comienza y termina cada línea, etcétera).

Como señalamos, algunos de los problemas que se plantean para analizar características de las figuras proponen el plegado de papeles cuadrados y rectangulares. En estas propuestas la cantidad de pliegues es una variable a considerar, ya que al aumentar o disminuir demandan mayor o menor nivel de anticipación sobre el resultado de esa acción. Por ejemplo, la siguiente actividad está formulada para realizarse inicialmente con tres pliegues.

4. ¿Cuál de estos instructivos permite describir solo a esta figura?

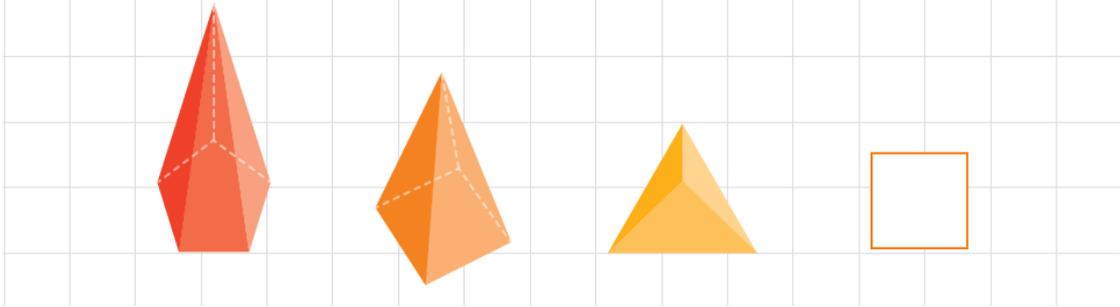
The image shows three sticky notes on a grid background, each with a different colored header and a list of instructions. Below the notes is a diagram of a rectangle with a diagonal line drawn from the bottom-left corner to the top-right corner.

- Instructivo 1** (orange header):
 - Dibujar un rectángulo con lados de 6 cm y 3 cm.
 - Trazar una línea que vaya desde uno de los vértices hasta uno de los lados.
- Instructivo 2** (green header):
 - Dibujar un rectángulo que tenga lados de 6 cm y 3 cm.
 - Trazar una de sus diagonales para que quede dibujado un triángulo.
- Instructivo 3** (blue header):
 - Dibujar un rectángulo que tenga lados de 6 cm y 3 cm.
 - Trazar una línea que vaya desde uno de sus vértices hasta la mitad del lado más largo.

Esta tarea resulta más sencilla que producir un mensaje para describir la figura en cuestión. En el primer caso, los niños pueden resolver el problema controlando si los mensajes dados definen a esa figura, debido a que las informaciones ya están seleccionadas. En la segunda versión son los alumnos los que deben decidir cuáles de las características de la figura deben incluirse en el mensaje para que pueda ser reproducida.

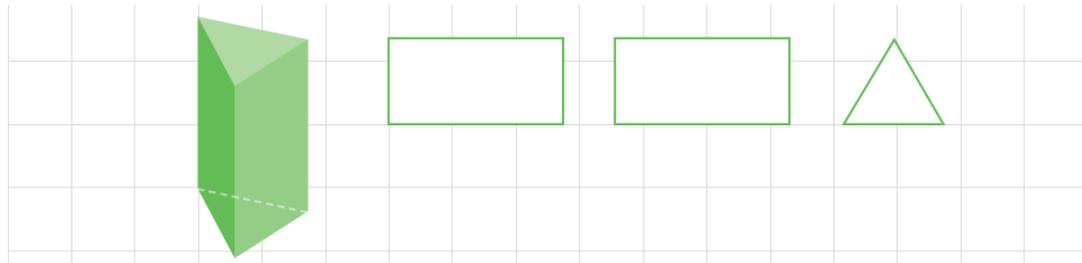
Esta distinción en el tipo de tarea también permite analizar las actividades con cuerpos geométricos a la hora de evaluar su nivel de complejidad. Por ejemplo, en el problema 3 de la página 138 es necesario saber cuál de las pirámides permite obtener una figura determinada al apoyar una de sus caras.

3 Se apoyó un cuerpo y se obtuvo esta figura. ¿Cuál o cuáles de estas pirámides se puede haber usado?



Una propuesta más compleja podría consistir en que, dado un cuerpo, como puede ser un prisma, los alumnos deban dibujar la cara faltante. Por ejemplo:

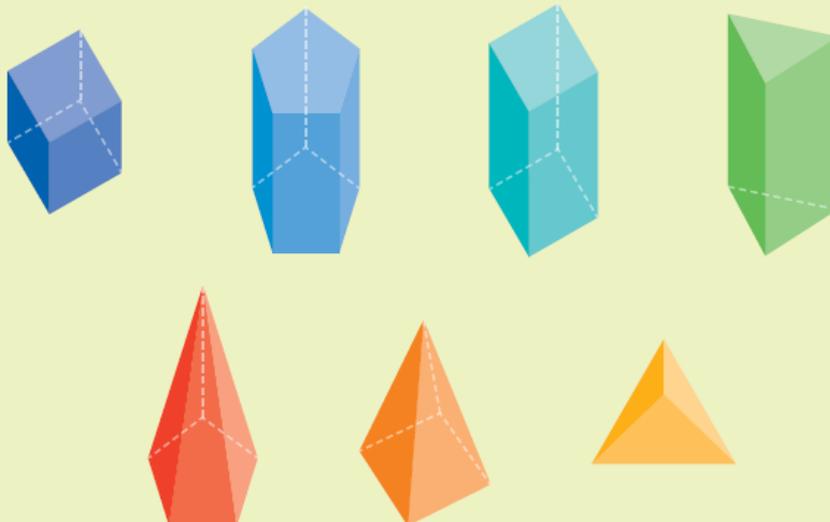
“Dibujá la cara que falta para cubrir completamente este prisma”



Finalmente, en algunos casos, la cantidad de cuerpos o cuáles son los cuerpos involucrados puede hacer más sencilla o más compleja la tarea. Por ejemplo, el siguiente es el problema de la sección “Para pensar todos juntos” de la página 139.

PARA PENSAR TODOS JUNTOS

- Al apoyar y dibujar todas las caras de estos cuerpos, ¿con cuál de ellos se obtiene la mayor cantidad de figuras iguales?



En el caso anterior es el cubo el que permite obtener la mayor cantidad de figuras iguales. Entonces, si la tarea resulta demasiado compleja, eliminar el prisma de base triangular y la pirámide de base cuadrada puede simplificar la situación sin alterar la propuesta original.

También es posible plantear la misma pregunta, pero orientando la exploración solamente hacia dos de los cuerpos, por ejemplo, el cubo y la pirámide de base triangular.

IV. Bibliografía para el docente

Broitman, C.; Itzcovich, H. (2003). "Geometría en los primeros grados de la escuela primaria: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza". En: Panizza (comp.). Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas. Buenos Aires. Paidós.

Castro, A. (2000). "Actividades de exploración con cuerpos geométricos. Análisis de una propuesta de trabajo para la sala de cinco". En: Malajovich, A.(comp.). Recorridos didácticos en la educación Inicial. Buenos Aires. Paidós.

Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Buenos Aires. (2001). "Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB". Disponible en: <http://abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/default.cfm>

Gálvez, G. (1994). "La Geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la Geometría en la escuela elemental". En: Parra, C. y Saiz, I. (comp.). Didáctica de la Matemática, aportes y reflexiones. Buenos Aires. Paidós.

Itzcovich, H. (coord.) (2007). Acerca de la enseñanza de la Geometría. En: La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula. Buenos Aires. Aique.

MECyT. (2006). Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza. 1º, 2º y 3º años. Educación Primaria.

Ponce, H. (2003). Enseñar Geometría en el primer y segundo ciclo. Diálogos de la capacitación. CePA. Ministerio de Educación. G.C.B.A. Disponible en: http://www.generacionba.gov.ar/areas/educacion/cepa/publicaciones.php?menu_id=20823

Quaranta, M. y Ressia de Moreno, B. (2004). "El copiado de figuras como un problema geométrico para los niños/as". En: Colección 0 a 5. La educación en los primeros años, Tomo 56, "Enseñar matemática". Buenos Aires. Novedades Educativas.

Saiz, I. (1996). "El aprendizaje de la geometría en la EGB". En revista Novedades Educativas, N.º 71. Buenos Aires.