

Los matemáticos de 2º

Figuras y cuerpos geométricos



Figuras y cuerpos geométricos

I. Aspectos centrales del tratamiento de los contenidos propuestos

En el capítulo dedicado a figuras y en el que se aborda el trabajo con cuerpos geométricos, se propone inicialmente un juego que apunta a que los alumnos exploren algunas características de estos objetos: en el caso de las figuras, los lados, los vértices y las diagonales dibujadas, y en el de los cuerpos, los vértices, las aristas y las caras.

Por ejemplo, establecer cuántos vértices tiene un prisma, qué figuras forman sus caras, o analizar que en un rectángulo hay dos pares de lados con la misma longitud, son cuestiones importantes a identificar y que permiten distinguir una figura o un cuerpo entre otros.

Las primeras páginas del capítulo Figuras Geométricas proponen una exploración en el contexto de un juego de cartas en el que debe seleccionarse una de las cuatro informaciones que se ofrece para cada figura, la que se considere que pueda tener una cantidad de elementos de ese tipo mayor a la carta que haya levantado el otro jugador.

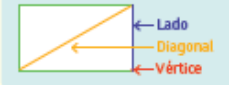
FIGURAS GEOMÉTRICAS

PARA HACER TODOS JUNTOS

Reglas del juego

- Se juega de a dos. Antes de comenzar, cada participante recorta y escribe su nombre en todas sus cartas.
- Cada jugador coloca su mazo boca abajo y levanta la carta de arriba. El jugador que comienza el juego elige una característica de la figura y lee en voz alta cuántos de esos elementos encuentra en su carta. Por ejemplo: cantidad de vértices 5. El otro jugador tiene que decir cuántos elementos de esa misma característica encuentra en la suya. Por ejemplo, cantidad de vértices 4.
- Los dos jugadores se muestran sus cartas y comprueban que lo que dijeron es correcto. El que tiene el número mayor gana esa mano, se lleva las cartas y comienza una nueva ronda. Si las cartas tienen la misma cantidad de elementos, se dejan en la mesa y se juega con las dos cartas siguientes. El que gana esa ronda se lleva las cuatro cartas.
- Luego de varias rondas, el jugador que tiene más cartas gana el partido.


PARA LEER TODOS JUNTOS



Participar con los recortables de la página 179

PARA P

Nombre: *Nicolás*




Cantidad de lados

Cantidad de lados iguales

Cantidad de vértices

Cantidad de diagonales dibujadas

Nombre: *Juana*




Cantidad de lados

Cantidad de lados iguales

Cantidad de vértices



Cantidad de diagonales dibujadas

¿Es cierto que gana Nicolás si elige la cantidad de vértices? ¿Es cierto que Nicolás pierde si elige la cantidad de diagonales dibujadas?



61

El mazo de cartas está compuesto por algunas figuras que seguramente los niños no conozcan o no sepan sus nombres como las siguientes.

Nombre:	Nombre:
	
Cantidad de lados	Cantidad de lados
Cantidad de lados iguales	Cantidad de lados iguales
Cantidad de vértices	Cantidad de vértices
Cantidad de diagonales dibujadas	Cantidad de diagonales dibujadas

Para el desarrollo de la actividad no es un requisito que los alumnos tengan esta información que podría ser brindada por el docente, si la solicitaran.


En las páginas 64 y 65 se plantean problemas en los que los alumnos deben copiar ciertas figuras. Se trata de problemas que permiten avanzar en la identificación de algunas características de las figuras en juego. Esta actividad requiere un momento posterior a la realización de la copia en el que puedan analizarse las similitudes y diferencias entre el original y la reproducción.

Plegar un papel es también una oportunidad para indagar las características de ciertas figuras geométricas. Se trata, en este caso, de considerar qué figuras quedan marcadas en un papel cuadrado o rectangular al realizar pliegues. Las actividades de las páginas 66 y 67 apuntan a que los alumnos puedan desarrollar un trabajo exploratorio entre los pliegues que producen y las figuras que se forman. También se espera que el avance sobre esas actividades les permita realizar progresivamente anticipaciones sobre las acciones necesarias para obtener cierta forma. En síntesis, la intención es que los alumnos se introduzcan en un juego de exploración, anticipación y comprobación de esas anticipaciones recurriendo a los conocimientos que van elaborando.

Algunas actividades, como las que se presentan en las páginas 68 y 69, demandan que los alumnos describan, interpreten o completen la descripción de una figura determinada. Estas propuestas tienen el propósito de que los niños puedan avanzar en sus posibilidades de identificar algunas propiedades y elementos de las figuras en juego.

A su vez, en el capítulo dedicado a cuerpos geométricos se proponen actividades que también apuntan a cierta exploración con la intención de que, progresivamente, los niños puedan anticipar determinadas relaciones y luego comprobarlas a partir de recurrir a los cuerpos geométricos en juego.

En las páginas 122 y 123 se plantean actividades que tienen como objetivo que los niños examinen de manera guiada las características de algunos cuerpos geométricos. Por ejemplo, el siguiente es el problema 6 de la página 123.

6	Marquen cuáles de estas características corresponden a este cuerpo.	
•	Tiene 7 caras.	
•	Tiene caras que son triángulos.	
•	Tiene 10 vértices.	
•	Las caras son todas iguales.	
•	Tiene 5 caras que son rectángulos.	

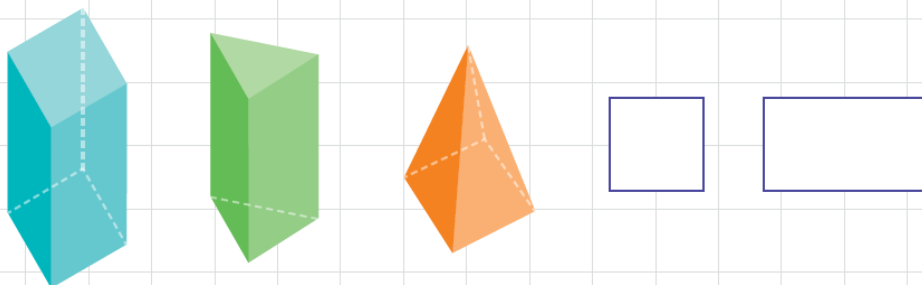
Esta actividad –y las que componen las páginas mencionadas– tienen como propósito no solo que los alumnos indaguen la cantidad de aristas, vértices y caras que componen este prisma, sino que también, en un plano más general, identifiquen que esas son las características geométricas que deben considerarse al estudiar un cuerpo.

En las páginas 124 y 125 se proponen actividades para que los niños analicen las relaciones entre las caras de los cuerpos y de las figuras geométricas. En particular se ofrecen situaciones en las que los alumnos deben analizar las figuras que componen las caras de los prismas y las pirámides.

Un aspecto a considerar es la utilización que puede hacerse de una colección de cuerpos geométricos de madera o de acrílico. En algunos casos, es posible que los niños los consulten para dirimir alguna cuestión sobre la que no se ponen de acuerdo y que han evaluado previamente. En otros, es posible que los cuerpos les permitan explorar alguna propiedad y, en algunas situaciones, es factible, también, que la utilización del cuerpo permita validar alguna anticipación realizada, como en el problema 5 de la página 125. En este caso, se puede alentar a los niños a que elaboren una respuesta al problema y, luego, utilicen los cuerpos para comprobar sus anticipaciones.

PARA HACER TODOS JUNTOS

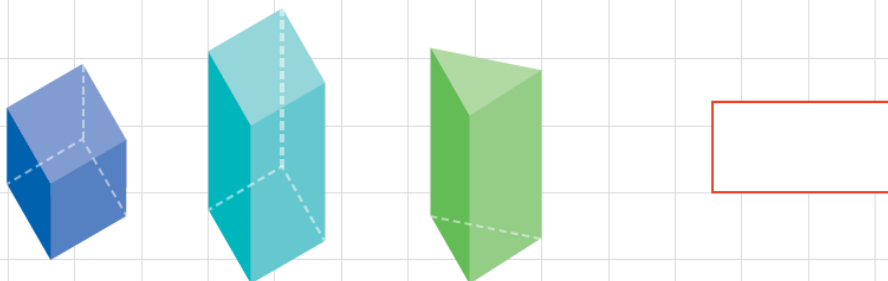
5 a) ¿Cuál de estos cuerpos se puede cubrir usando solo figuras como estas?



b) ¿Cuántas figuras de cada una se necesitan para cubrir ese cuerpo?

El estudio de las relaciones entre las caras y las figuras geométricas también se aborda en este capítulo. En efecto, una idea importante que se presenta, a propósito de la realización de algunas de las actividades, es que cuerpos distintos pueden tener caras con la misma forma. Esta cuestión se trata, por ejemplo, en el problema 2 de la página 124.

2 ¿Cuál de estos cuerpos pueden elegir si quieren dibujar esta figura apoyando una de sus caras?



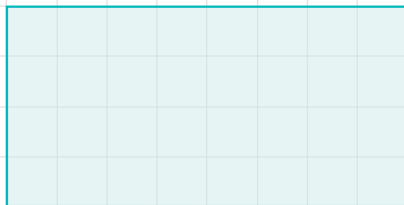
La indagación sobre las características de las caras de los prismas y las pirámides se amplía al estudio de los vértices y aristas en las páginas 126 y 127. Las actividades allí planteadas se organizan inicialmente en torno a una situación de construcción con varillas y bolitas de plastilina para gradualmente abandonar ese contexto.

II. Qué se espera que los alumnos aprendan

A través del recorrido que se propone en ambos capítulos se espera que los alumnos aprendan ciertas propiedades de las figuras y de los cuerpos geométricos y también que tengan la posibilidad de sumergirse progresivamente en un tipo de quehacer particular, propio de la actividad matemática. En efecto, si bien los problemas tienen un carácter fuertemente exploratorio, el tipo de gestión que se propone apunta a que los alumnos avancen de manera paulatina en sus posibilidades de formular razones que sostengan las respuestas que producen y en elaborar ciertas generalizaciones que les permitan trascender la consideración exclusiva del cuerpo o la figura con la que están trabajando en ese momento.

Por ejemplo, en la página 67 se plantean dos problemas que permiten analizar las relaciones entre la longitud de los lados del rectángulo y del cuadrado, en particular en qué condiciones es posible dividir un rectángulo en cuadrados iguales. (En este ciclo de la escolaridad proponemos su tratamiento como figuras diferentes, si bien en el segundo ciclo será preciso analizar que los cuadrados son un caso particular de rectángulos).

- 4 a) Marquen por dónde se podría plegar este rectángulo para que queden marcados dos cuadrados iguales.



- b) ¿Será cierto que al plegar este rectángulo una sola vez por la mitad se pueden armar dos cuadrados?



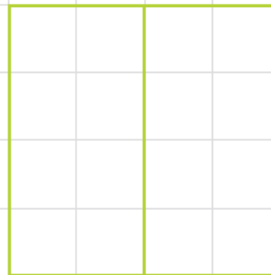
El problema 4 a) y b) hace referencia a un rectángulo en particular (el que se muestra en cada caso en esas situaciones), pero las reflexiones a las que se aspiran intentan dirigirse hacia cierto nivel de generalización.

Por ejemplo, en términos de los niños: “para que sea posible obtener cuadrados se necesita que los lados cortos entren justo dos veces en el lado largo”, o bien, “los lados largos tienen que ser el doble que los cortos”.

Se apunta también a que los alumnos avancen en sus posibilidades de explorar, reconocer y usar características de las figuras para distinguir unas de otras. Para ello, en algunos casos, se proponen problemas que demandan la descripción de una figura a partir de sus elementos y propiedades, la construcción de una figura a partir de ciertas informaciones o el reconocimiento de la información que resulta redundante para identificar una figura, como en el problema 3 de la página 69.

3 Marquen la información que sobra en la descripción de esta figura.

- Es un cuadrado.
- Tiene cuatro lados.
- Los lados miden 4 cuadraditos de largo.
- Los lados son todos iguales.
- Tiene una línea que va desde la mitad de un lado hasta la mitad del otro.
- Tiene cuatro vértices.



En esta actividad se intenta que los alumnos analicen que hay información implícita en algunas palabras específicas. Por ejemplo, al escribir “cuadrado” se sobreentiende que todos los lados tienen la misma longitud. Del mismo modo, quizás no sea evidente para los niños que, si el cuadrado tiene cuatro lados, también tiene cuatro vértices.

Una consideración de conjunto de todo el capítulo sobre figuras permite apreciar que las actividades tienen también como propósito que los niños conozcan y utilicen sus características para explorarlas, identificarlas o comparar unas con otras.

3 Augusto y Juan tienen estas cartas.

a) ¿Es verdad que la figura de Augusto tiene más lados iguales que la de Juan?

b) ¿Cuál de las dos figuras tiene más vértices?

c) ¿Cuál de las dos figuras tiene más lados?

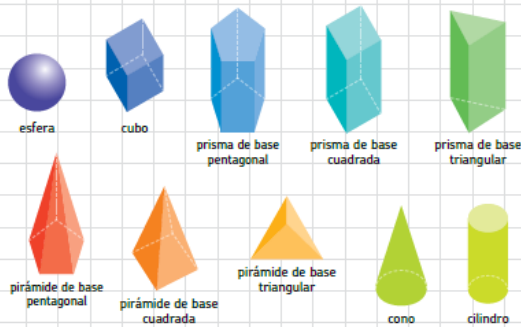


En particular las actividades de las páginas 62 y 63 que se despliegan en el contexto de un juego de cartas permiten apreciar ese objetivo. El siguiente problema de la página 63 enfrenta a los alumnos a esa comparación.

Respecto de los aprendizajes vinculados a los cuerpos geométricos, se intenta que –al igual que con las figuras– los alumnos puedan explorar, reconocer y utilizar sus características (como cantidad y formas de las caras, cantidad de vértices y aristas) para distinguir unos de otros. Asimismo, se espera que puedan avanzar en sus posibilidades de establecer relaciones entre cuerpos y figuras geométricas. Por ejemplo, algunas actividades como las siguientes tienen como objetivo que los niños aborden algunas de estas relaciones.

INVESTIGAR CUERPOS GEOMÉTRICOS

PARA HACER DE A DOS



1 ¿Qué cuerpos tienen alguna cara cuadrada?

2 ¿Hay algún cuerpo que solo tenga caras triangulares?

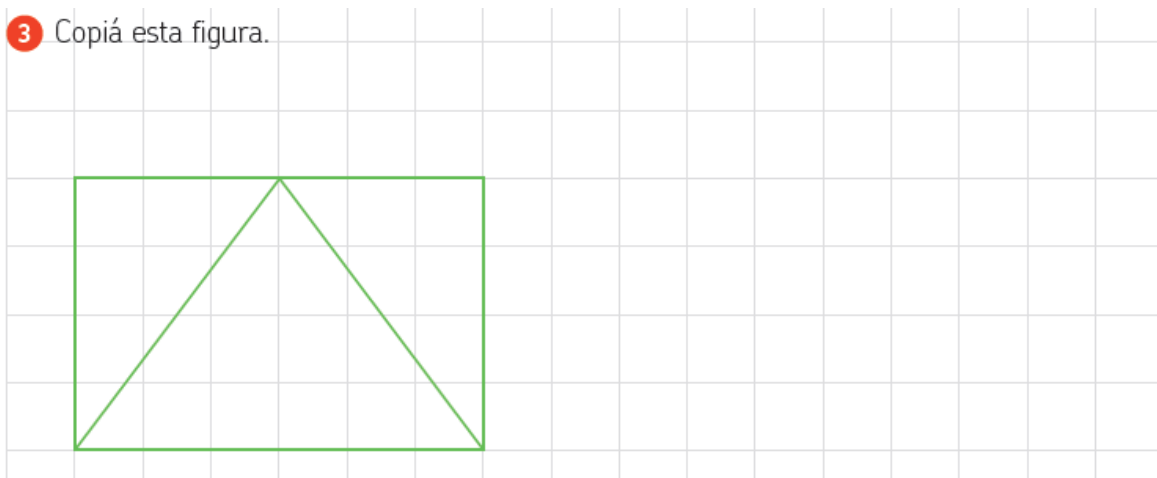
3 ¿Hay alguna pirámide que tenga todas sus caras cuadradas?

III. Cómo modificar la complejidad de los problemas

A lo largo de las actividades referidas a figuras y cuerpos geométricos es posible tomar ciertas decisiones sobre algunas características de los problemas que los podrían transformar en más sencillos o más complejos. En esta sección haremos referencia a algunas de estas posibles variaciones que permitirán al docente acercar el problema a los alumnos que presenten algunas dificultades para abordarlo, o bien proponer nuevos desafíos a aquellos que estén en condiciones de profundizar un poco más sobre algunas de las relaciones que se intenta poner en juego. También es posible considerar algunos de los criterios que se desarrollan aquí para organizar el trabajo con toda la clase.

Ciertos problemas, como los de copiado, pueden simplificarse en función de la cantidad de líneas que componen el dibujo y de su posición respecto del cuadrículado. Así, por ejemplo, en el problema 3 de la página 64, es posible que los niños encuentren más sencillo trazar los lados del rectángulo, ya que se encuentran dibujados sobre las líneas de la cuadrícula, que las líneas que unen los vértices con el punto medio de uno de los lados.

3 Copiá esta figura.



En efecto, los lados que se apoyan sobre la traza de la cuadrícula admiten ciertas formas de control que no es posible desplegar cuando las líneas tienen otras direcciones.

En las situaciones de copiado no se espera que los alumnos realicen correctamente las reproducciones en el primer intento. El análisis de la figura original y los resultados obtenidos en la copia serán una buena oportunidad para identificar algunas de las características en juego.

Ajustar las actividades para que mejore el desempeño de los alumnos implica también que los niños tengan nuevas oportunidades de copiar figuras a partir del análisis que se haya realizado en la clase, donde se identificaron tanto las propiedades de las figuras en juego como algunos mecanismos de control sobre la propia producción para copiar el modelo propuesto (como contar los cuadraditos, usar la regla, hacer marcas donde comienza y termina cada línea, etcétera).

Como señalamos, algunos de los problemas que se plantean para analizar características de las figuras proponen el plegado de papeles cuadrados y rectangulares. En estas actividades la cantidad de pliegues es una variable a considerar, ya que, al aumentar, demandan mayor nivel de anticipación sobre el resultado de esa acción. Por ejemplo, la siguiente situación está formulada para realizarse inicialmente con un solo pliegue.

- | | |
|---|--|
| 3 | a) ¿Por dónde se podría plegar una sola vez un papel cuadrado para que queden marcados dos triángulos iguales? |
| | b) Plieguen un papel cuadrado dos veces para que, al desplegarlo, queden marcados cuatro triángulos iguales. |

El punto b) resulta más complejo y eventualmente podría eliminarse o reemplazarse por otra propuesta donde también debe plegarse un papel cuadrado una sola vez para obtener, por ejemplo, un rectángulo.

El tipo de tarea que se proponga es también un aspecto a tener en cuenta al analizar la complejidad de los problemas. Por ejemplo, en las páginas 62 y 63, a propósito del juego de cartas, se propone en algunos casos identificar ciertas propiedades en una figura determinada, como en la siguiente actividad.


2 Ana tiene esta carta.

a) ¿Qué cantidad de vértices tiene esta figura?

b) ¿Cuántos lados iguales tiene la figura?

c) Agreguen algunas diagonales más a la figura.

Nombre: *Ana*



Cantidad de lados	
Cantidad de lados iguales	
Cantidad de vértices	
Cantidad de diagonales dibujadas	

Esta tarea resulta más sencilla que producir una figura que cumpla con determinadas características, como en el siguiente problema:

PARA PENSAR TODOS JUNTOS

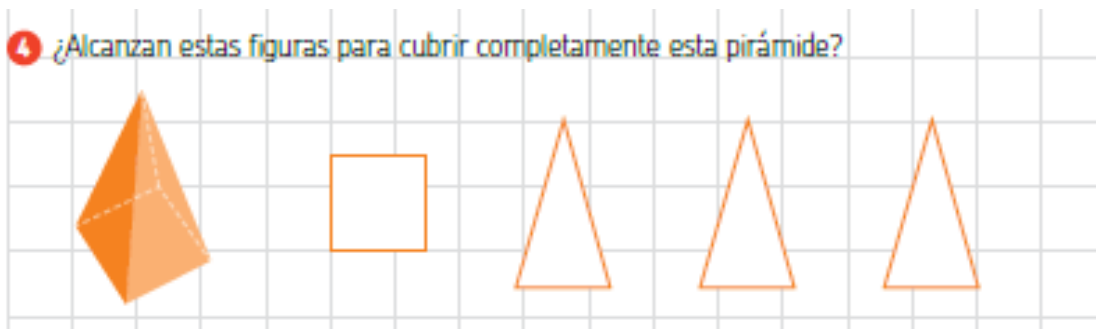
- ¿Qué figuras nuevas podrían ir en la carta teniendo en cuenta sus características?
- ¿Es posible dibujar más de una figura distinta?

Nombre:

Cantidad de lados	5
Cantidad de lados iguales	0
Cantidad de vértices	5
Cantidad de diagonales dibujadas	3

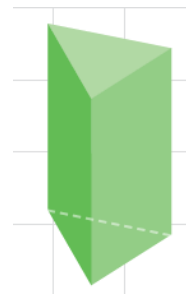
Dibujar la figura es más complejo porque demanda la consideración simultánea de todas las características señaladas en la carta y, además, porque es posible dibujar más de una figura que cumpla con las condiciones dadas. Resulta entonces, que aun en el mismo contexto de juego, una modificación en el tipo de trabajo que se le demanda a los niños puede variar el nivel de complejidad al que deben enfrentarse.

Esta distinción en el tipo de tarea también permite analizar las actividades con cuerpos geométricos a la hora de evaluar su nivel de complejidad. Por ejemplo, en el problema 4 de la página 125 es necesario identificar si son suficientes las siguientes figuras para cubrir completamente la pirámide.

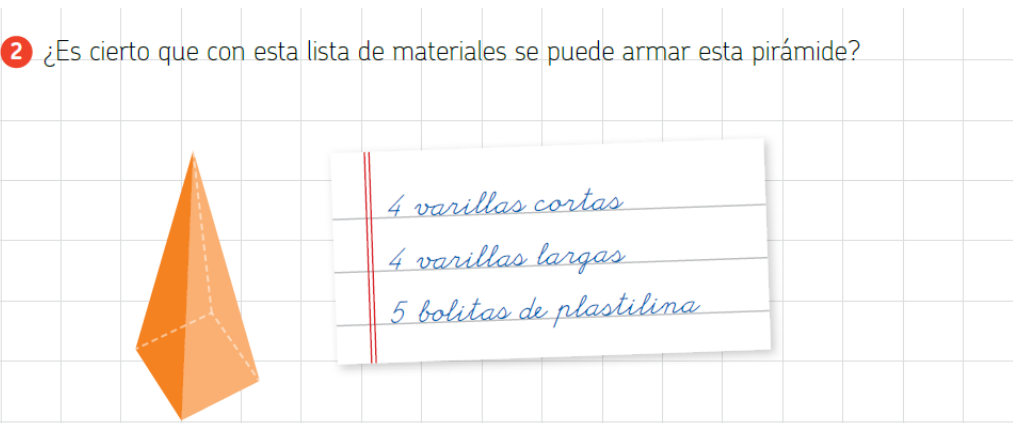


Una propuesta más difícil podría consistir en que, dado un cuerpo, sean los alumnos quienes deban establecer cuáles son todas las figuras que necesitan para cubrirlo por completo. Por ejemplo, de la siguiente manera:

- ¿Qué figuras se necesitan para cubrir este cuerpo?
- ¿Cuántas figuras de cada una son necesarias?



Finalmente, en algunos casos, la cantidad de cuerpos involucrados puede hacer más sencilla o más compleja la tarea. Por ejemplo, en el problema 2 de la página 126 la lista de materiales que se ofrece debe cotejarse con un cuerpo únicamente.



En cambio, en el problema 3 es algo más difícil porque debe realizarse con los tres cuerpos que se proponen.

3 ¿Cuál de estos cuerpos se puede armar con esta lista de materiales?

8 varillas cortas

4 varillas largas

8 bolitas de plastilina



IV. Bibliografía para el docente

Broitman, C.; Itzcovich, H. (2003). “Geometría en los primeros grados de la escuela primaria: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza”. En: Panizza (comp.). Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas. Buenos Aires. Paidós.

Castro, A. (2000). “Actividades de exploración con cuerpos geométricos. Análisis de una propuesta de trabajo para la sala de cinco”. En: Malajovich, A.(comp.). Recorridos didácticos en la educación Inicial. Buenos Aires. Paidós.

Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Buenos Aires. (2001). “Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB”. Disponible en: <http://abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/default.cfm>

Gálvez, G. (1994). “La Geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la Geometría en la escuela elemental”. En: Parra, C. y Saiz, I. (comp.). Didáctica de la Matemática, aportes y Reflexiones. Buenos Aires. Paidós.

Itzcovich, H. (coord.) (2007). Acerca de la enseñanza de la Geometría. En: La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula. Buenos Aires. Aique.

MECyT. (2006). Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza. 1º, 2º y 3º años. Educación Primaria.

Ponce, H. (2003). Enseñar Geometría en el primer y segundo ciclo. Diálogos de la capacitación. CePA. Ministerio de Educación. G.C.B.A. Disponible en: http://www.generacionba.gov.ar/areas/educacion/cepa/publicaciones.php?menu_id=20823

Quaranta, M. y Ressia de Moreno, B. (2004). “El copiado de figuras como un problema geométrico para los niños/as”. En: Colección 0 a 5. La educación en los primeros años, Tomo 56, “Enseñar matemática”. Buenos Aires. Novedades Educativas.

Saiz, I. (1996). “El aprendizaje de la geometría en la EGB”. En revista Novedades Educativas, N.º 71. Buenos Aires.