

I. Enfoque didáctico de *Los matemáticos de 2.º*

El rol de los problemas

En este libro se parte de la idea de que es necesario que los alumnos se enfrenten a variadas situaciones problemáticas que promuevan procesos constructivos y que exijan poner en juego relaciones disponibles por haberlas construido en primer grado o bien extraescolarmente. Este proceso exige elaboraciones y reelaboraciones sucesivas que pueden propiciarse desde la enseñanza apuntando al desarrollo de una trayectoria que vaya desde los conocimientos personales de los alumnos hacia aquellos que la escuela tiene la intención de socializar.

Para que los alumnos puedan avanzar sobre las particularidades del trabajo matemático y del sentido de los conocimientos que se intenta transmitir, precisan enfrentarse a situaciones que les presenten cierto grado de dificultad, en las cuales los conocimientos que disponen no resulten suficientes para dar cuenta de una resolución o de una respuesta. La complejidad de los problemas ha de ser tal que a los alumnos no les resulte tan cómodo su abordaje, pero a su vez debe permitirles imaginar y desplegar formas de resolución o exploración. Es esperable que las estrategias utilizadas inicialmente no sean ni expertas ni muy económicas, pero constituirán el punto de partida para la producción de nuevos conocimientos.

En segundo grado, un medio que se preserve para proponer problemas matemáticos —y que se inició en primero— lo constituyen los juegos reglados. Una de las características de este tipo de juegos es que requieren la producción de estrategias para ganar. En este sentido, la elaboración de dichas estrategias se apoya en conocimientos inicialmente intuitivos y poco formales. Es por ello que resulta necesario instalar espacios colectivos de reflexión y análisis de dichas estrategias para avanzar en la identificación de los conocimientos que subyacen a ellas. De alguna manera puede decirse que los juegos propuestos “se estudian” en términos de sus reglas, estrategias ganadoras, conocimientos matemáticos involucrados y especialmente la posibi-

lidad de descontextualizar dichos conocimientos para que puedan ser reutilizados en problemas que no necesariamente tienen formato lúdico.

Por lo general, al hablar de problemas, se piensa en enunciados verbales con preguntas que requieren un cálculo para dar la respuesta. Pero otras prácticas también pueden constituir problemas, por ejemplo: explorar diferentes maneras de sumar dos cantidades, identificar diferentes estrategias para comparar números, analizar diversos recursos para resolver un mismo problema, interpretar procedimientos diferentes a los propios, determinar la validez de ciertas afirmaciones, anticipar si será posible cubrir un cuerpo con determinadas figuras, analizar si un problema admite otra solución, establecer relaciones entre cálculos o aprender a formular preguntas para identificar un número o una figura geométrica. En los diversos capítulos se ha buscado presentar una variedad de tipos de problemas que incluyen, entre otros, los ejemplos mencionados.

Promover avances en los conocimientos

En los capítulos de este libro se propone la resolución de una colección de situaciones similares dirigidas a promover avances en el estudio de un concepto. Se busca que los alumnos puedan poner en juego sus conocimientos como punto de partida —aun cuando sean erróneos o no convencionales— y a la vez ponerlos a prueba, modificarlos, ampliarlos y sistematizarlos a lo largo de varias oportunidades. Un trabajo sistemático que incluya clases próximas entre sí en torno a ciertas cuestiones vinculadas favorece la reflexión y reorganización de estrategias de resolución, permite volver sobre las relaciones que se identificaron o establecieron en clases o problemas anteriores, habilita a abandonar ensayos erróneos e intentar nuevas aproximaciones.

Además de volver sobre una misma clase de situaciones con nuevas herramientas, es necesario que los alumnos se enfrenten a nuevos problemas que amplíen los sentidos del conocimiento que se está tratan-

do. Es así cómo se van incorporando progresivamente ciertas variaciones que agregan nuevos desafíos.

Aquellas cuestiones que en algún momento se resuelven con estrategias menos avanzadas, luego de un cierto trabajo sostenido en torno a varios problemas similares, podrán resolverse con recursos más adaptados hasta transformar –mediante el estudio de dichos problemas– lo novedoso en conocido.

El rol del docente

Con frecuencia, en la resolución de un problema, un primer intento no siempre conduce a “buen puerto”. Es necesario realizar varios ensayos, analizar los errores, buscar información en portadores o carteles de manera que los alumnos puedan comenzar a identificar que para resolver los problemas es posible empezar una y otra vez usando recursos diferentes.

Para posibilitar tanto la exploración como la sistematización por parte de los alumnos, es central el doble rol del docente: por un lado, alienta el momento de búsqueda habilitando a los alumnos a recurrir a diversas estrategias, pero en otros momentos propone analizar los ensayos realizados, discutir a partir de los errores producidos, sistematizar los recursos que aparecieron, organizar los nuevos conocimientos elaborados y hasta presentar vocabulario, formas de representación o nuevas relaciones. Hay un interjuego en la clase entre fases que invitan a explorar, probar, ensayar... y otras en las que el trabajo reflexivo se dirige a reordenar la búsqueda y a comenzar a sistematizar los conocimientos que se espera que los alumnos empiecen a tener más disponibles y puedan ser reutilizados.

Formas de representación

Durante la exploración de un problema nuevo es esperable que los alumnos realicen dibujos, representaciones gráficas o simbólicas, utilicen cálculos, diagramas, etc. Estas formas de representación son un punto de partida para iniciar el trabajo. El docente podría alentar a sus alumnos a elaborar represen-

taciones propias, aun cuando sean poco adaptadas a la situación que se trata de resolver. También el docente podría proponer un análisis de dichas formas de representación y la discusión sobre su pertinencia o conveniencia. Avanzar sobre las formas de representación es uno de los aspectos que se espera promover en el proceso de estudio de un concepto, por ejemplo, cuando el trabajo con el repertorio multiplicativo (cuadros de doble entrada, u otras organizaciones) apunta a que los alumnos puedan ir progresivamente abandonando la suma reiterada para pasar al uso de cálculos multiplicativos. Es parte de la tarea docente ofrecer nuevas formas de representación para que puedan ser incorporadas progresivamente por los alumnos, como el símbolo de la multiplicación.

Determinar la validez

Parte de lo que se pretende que asuman los alumnos como actividad matemática está asociada también a determinar la validez de lo que se produce. En este sentido, se apunta a generar en la clase un tipo de trabajo matemático en el que los alumnos, paulatinamente, puedan hacerse cargo por sus propios medios de la validez de los resultados que encuentran y de las relaciones que establecen, abonando así al despliegue de un trabajo cada vez más autónomo; por ejemplo que puedan consultar un cuadro numérico para determinar si obtuvieron correctamente el resultado de un producto o apelar a la calculadora para controlar el resultado de un cálculo realizado mentalmente. En este sentido, es un objetivo que los alumnos puedan despegarse de la mirada del docente en cuanto a si lo producido está bien o si está mal.

Tomar conciencia de las relaciones matemáticas

Otro tipo de tarea que se propone en este libro –y que forma parte de la actividad matemática que se intenta propiciar– involucra la posibilidad de vincular conceptos que, aparentemente, no tienen relación entre sí, o esta no es evidente a los ojos de los alumnos.

Con la intención de explicitar dichas relaciones se proponen diferentes momentos de trabajo en los cuales algunos conocimientos que ya han sido abordados, que han circulado y que los alumnos tienen en cierta forma disponibles, puedan comenzar a funcionar simultáneamente para tratar nuevos problemas. Por ejemplo, al explorar las posibles transformaciones que se producen en la escritura de un número de tres cifras al sumarle o restarle 1, 10 o 100, se ponen en juego relaciones entre sistema de numeración y cálculo, que resultarán novedosas para los alumnos y que permitirán ampliar el sentido que adquieren estos objetos.

Asimismo, se busca que los niños puedan progresivamente ir tomando conciencia de que los recursos y resultados que van elaborando pueden ser reutilizados en nuevos problemas próximos. En segundo grado son ejemplos de este tipo de prácticas darse cuenta de que para saber cuántas patas tienen 5 perros en vez de contar o sumar 5 veces 4 conviene consultar los cuadros de multiplicaciones porque son las mismas relaciones numéricas aunque estén presentadas en otros contextos. Estas prácticas en años siguientes crecerán hacia procesos de modelización y generalización propios de esta disciplina.

La organización de la clase prevista en los capítulos

Diversas modalidades de organización de la clase son necesarias en función de las variadas formas que puede adquirir el trabajo matemático, del nivel de conocimientos que el problema involucra y del tipo de interacciones que se pretende promover. Por ello, en todos los capítulos hay una gran cantidad de situaciones que se proponen para una resolución individual de tal manera que cada alumno pueda enfrentarse al o a los problemas desde los conocimientos que tiene disponibles. Estos primeros acercamientos serán puntos de partida para el análisis colectivo posterior.

En otras oportunidades se sugiere abordar algunos problemas en parejas o en grupos cuando se espera que las interacciones entre los alumnos sean fecundas para la circulación y explicitación de conocimientos. Esta modalidad se adopta cuando la propuesta es más compleja

o tiene un sentido más exploratorio y, en consecuencia, se pretende que se generen intercambios entre los niños. Estos problemas se encabezan con el título **PARA HACER DE A DOS** o **PARA HACER EN GRUPOS**.

Otras instancias propician el trabajo colectivo. Estas actividades aparecen siempre en las portadas de cada capítulo, ya que apuntan a iniciar el abordaje de un contenido con cierto nivel de desafío o frente a algunas propuestas, a lo largo de los capítulos, en las que se abordan contenidos nuevos o que la dinámica de la actividad así lo requiere. Estas instancias están bajo el título **PARA HACER TODOS JUNTOS**. A su vez, al final de cada doble página se presentan problemas que involucran una complejidad mayor, en los que se busca producir una nueva reflexión o instalar una sistematización de tareas ya desarrolladas. Estos apartados intentan promover el debate y la discusión y se presentan bajo el título **PARA PENSAR TODOS JUNTOS**.

También se prevé como una instancia colectiva la lectura de algunas informaciones matemáticas en función de que adquieran cierto nivel de formalización. Estos textos se proponen bajo el título **PARA LEER TODOS JUNTOS**.


Los capítulos Números y Operaciones I, II, III y IV tienen una propuesta final de trabajo en las páginas que llevan por título **PARA REPASAR TODOS JUNTOS**. Estas actividades contemplan dos momentos: en primer lugar, se proponen problemas para ser resueltos y, luego, tomando como punto de apoyo la resolución de dichos problemas en el apartado **PARA PENSAR Y REPENSAR**, se busca instalar un espacio colectivo dirigido al estudio. Aquí se retoman asuntos nodales, se promueve un retorno reflexivo sobre los problemas y se explicitan y sistematizan conocimientos que se han tratado en el capítulo. Luego de este espacio colectivo de recapitulación, y para finalizar, se presentan dos **FICHAS** recortables con problemas para practicar los contenidos ya tratados y sistematizados en las páginas recién mencionadas. En este caso, se trata de algunos problemas más sencillos para ser resueltos de manera individual en la escuela o como tareas para el hogar previas a instancias de evaluación.

En estos cuatro capítulos muchos problemas se proponen para resolver con la calculadora. Por ejemplo, en actividades que involucran el sistema de numeración en las que la tarea del alumno es anticipar qué cálculo debe realizar para producir cierta transformación solicitada en alguna de las cifras. En otros casos la calculadora es propuesta para alivianar la tarea de cálculo mental y que los alumnos se puedan centrar en la toma de decisiones acerca de qué cálculos deben realizar para resolver un problema. Para estas instancias se presenta entonces esta indicación:



Asimismo, para muchos casos, la calculadora está sugerida para que los alumnos puedan verificar los resultados obtenidos para promover una mayor autonomía en la validación de sus decisiones. Para este caso se presenta este dibujo:



En varios problemas de los capítulos de geometría y medida se propone usar la regla. Esta sugerencia se acompaña con este dibujo  .

MULTIPLICAR POR NÚMEROS QUE TERMINAN EN CERO

1 En la perfumería venden paquetes de 10 pañales cada uno. ¿Cuántos pañales se pueden comprar en varios paquetes iguales? Completá la tabla.

Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pañales	10									

2 En la librería venden los cuadernos en planchas de 100. ¿Cuántos cuadernos se pueden comprar en muchas planchas iguales? Completá la tabla.

Planchas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cuadernos	100									

3 Anotá los resultados de estas multiplicaciones. Podés usar la calculadora o las tablas de los problemas 1 y 2.

$5 \times 10 =$ $7 \times 10 =$ $9 \times 10 =$ $6 \times 10 =$
 $5 \times 100 =$ $7 \times 100 =$ $9 \times 100 =$ $6 \times 100 =$

4 Completá los números que faltan en estos cálculos. Podés usar la calculadora o las tablas de los problemas 1 y 2.

$\times 100 = 800$ $8 \times 10 =$
 $11 \times 10 =$ $\times 10 = 120$

110

CÁLCULOS CONOCIDOS Y CÁLCULOS NUEVOS

PARA HACER TODOS JUNTOS

1 a) Escriban sumas de dos números que den 10.
 b) Escriban sumas de dos números que den 100.
 c) Escriban restas de dos números que den 100.

PARA HACER DE A DOS

2 a) Escriban los resultados de los cálculos.
 b) Agreguen otros cálculos parecidos.

Sumar 10	Restar 10	Sumar 100	Restar 100
$20 + 10 =$	$30 - 10 =$	$100 + 100 =$	$400 - 100 =$
$58 + 10 =$	$81 - 10 =$	$300 + 100 =$	$700 - 100 =$
$100 + 10 =$	$120 - 10 =$	$840 + 100 =$	$200 - 100 =$
$300 + 10 =$	$250 - 10 =$	$243 + 100 =$	$365 - 100 =$

INVESTIGAR FIGURAS I

PARA HACER DE A DOS

1 a) Busquen todas las cartas que tengan figuras con más de 4 vértices.
 b) Busquen todas las cartas que tengan figuras con más de 2 diagonales dibujadas.
 c) ¿Alguna carta tiene una figura con 7 lados?
 d) ¿Hay cartas con una figura que tenga 6 lados iguales?

2 Ana tiene esta carta.

a) ¿Qué cantidad de vértices tiene la figura de la carta?

b) ¿Cuántos lados iguales tiene la figura?

c) Agreguen algunas diagonales más al dibujo.

Nombre: Ana



Cantidad de lados: _____

Cantidad de lados iguales: _____

Cantidad de vértices: _____

Cantidad de diagonales dibujadas: _____

62

II. Aportes para organizar la enseñanza

En estas páginas se ha optado por presentar tres recursos para el docente:

- una posible **distribución anual de los contenidos** de matemática de 2.º año que se abordan en el libro del alumno;
- ejemplos de **evaluaciones colectivas** (orales y/o escritas) asociadas a los contenidos de los capítulos de Números y Operaciones I con el de Espacio, Números y Operaciones II con el de Figuras geométricas, Números y Operaciones III con el de Medida y Números y Operaciones IV con el de Cuerpos geométricos. Cada ítem presenta sus respectivos **criterios de análisis**;
- ejemplos de **evaluaciones individuales** (escritas) asociadas a los contenidos de los capítulos de Números y Operaciones I, II, III y IV con sus respectivos **criterios de corrección** de cada ítem.

Estos recursos complementan los comentarios al docente incluidos al interior de cada página del libro de texto y los materiales digitales (en los cuales se presenta una fundamentación de cada eje de contenidos explicando el tipo de problemas que abarca, las intencionalidades sobre los aprendizajes esperados, criterios para realizar ajustes según niveles de complejidad y algunas referencias bibliográficas para el docente).

Sobre la posible distribución anual de contenidos

La distribución anual de contenidos ha sido concebida como un recurso para la elaboración de la planificación anual. Es preciso aclarar que se trata de apenas una propuesta entre las muchas que se pueden elaborar con los mismos contenidos y por ello podrá sufrir transformaciones a partir de las decisiones que tomen cada docente y cada institución. Como toda planificación, involucra una hipótesis de trabajo: ciertos objetivos, tiempos destinados a ellos, una priorización de algunas metas por sobre otras y una anticipación de desarrollos posibles, asuntos que aquí no han sido explicitados exhaustivamente.

Esta distribución de contenidos también requerirá ajustes sobre la marcha a partir de la puesta en funcionamiento del proyecto de enseñanza.

¿Qué criterios se utilizaron para realizar esta distribución anual de contenidos? Por un lado, se intentó preservar cierto orden teniendo en cuenta las interrelaciones entre conceptos tratados en diferentes capítulos. En segundo lugar, se buscó sostener cierta complejidad creciente al variar de contenidos, de manera que los alumnos tengan la oportunidad de volver a tratar con determinados tipos de problemas ampliando y profundizando la diversidad de conceptos y recursos. Otro criterio ha sido alternar el trabajo aritmético, el trabajo geométrico y el relativo a la medida. Finalmente, los recortes de contenidos propuestos se realizaron teniendo en cuenta que sea posible abordarlos en tiempos establecidos. Para esta distribución de contenidos hemos considerado aproximadamente 160 clases de matemática de 40 a 60 minutos cada una. Asimismo, es posible estimar que la resolución de los problemas y los debates o espacios colectivos que estos generan en cada página del libro involucran aproximadamente una clase. Se trata de una medida de tiempo aproximada, dado que en cada clase, cada día y cada institución están sujetos a condicionamientos y restricciones no previsible ni generalizables.

Sobre los ejemplos de evaluación y criterios de análisis y corrección

Es importante explicitar qué concepción de evaluación subyace a la propuesta didáctica de este libro. La evaluación permite tanto tener elementos sobre la marcha de los aprendizajes de los alumnos, como obtener información que permita tomar decisiones sobre la enseñanza: volver a tratar un tema, enseñar otra vez a algunos alumnos, abordar un contenido desde un nuevo punto de vista, afianzar el dominio de algún recurso específico, etc. Evaluar los progresos implica comparar los conocimientos del alumno con sus propios conocimientos de partida –y no solo con los cono-

cimientos de sus compañeros o con los esperados por el docente— apostando a que lo que el alumno todavía no logró podrá lograrlo en otro momento, luego de una nueva enseñanza.

Se presentan en estas mismas páginas dos tipos de evaluaciones. Las evaluaciones individuales y escritas incluyen aquellos contenidos prioritarios y sobre los cuales se busca cierto nivel de dominio por parte de los alumnos. Son instrumentos elaborados a partir de considerar el recorrido de los alumnos por todo el capítulo, incluyendo las páginas finales **PARA REPASAR TODOS JUNTOS** y las **FICHAS** de trabajo individual. Estas evaluaciones y espacios de repaso están presentes en los capítulos Números y Operaciones I, II, III y IV.

Sin embargo, la evaluación de los alumnos no se reduce a las pruebas escritas. Esta instancia implica solamente una fuente más de información que debe ser puesta en diálogo con lo que el docente analiza en términos de logros y dificultades de sus propias clases, la participación de los alumnos en tareas grupales, el tipo de intervenciones y preguntas que los alumnos hacen, cómo explican su trabajo, sus aportes en instancias colectivas que involucran interpretar procedimientos y soluciones propias y ajenas, entre otros elementos. Por ello se proponen también evaluaciones grupales que incluyen problemas del tipo de los que se trataron a lo largo de los capítulos, pero que apuntan a un trabajo más exploratorio y de los cuales no se busca aún el dominio por parte de cada alumno. Para este tipo de evaluaciones se contemplan los contenidos abordados en todos los capítulos del libro.

Al pensar estas evaluaciones individuales y grupales como insumos para tomar decisiones didácticas, cobra sentido anticipar qué resultados se espera obtener frente a cada clase de problemas. Por ello se incluyeron criterios de corrección o de análisis que intentan superar algunas prácticas usuales: la dicotomía bien/mal, la mirada solo centrada en los resultados o en las calificaciones numéricas. En su lugar, desde una perspectiva de proceso y un análisis cualitativo, se incluyen posibles

procedimientos correctos, parcialmente correctos o incorrectos así como una previsión de diferentes tipos de procedimientos que podrían circular entre todo el grupo de alumnos. El análisis de esta diversidad de recursos desplegados por los alumnos permitirá entonces que el docente revise las decisiones didácticas y eventualmente imprima modificaciones en nuevos dispositivos que les permitan a todos los alumnos volver sobre aquellas cuestiones que aún requieren más tiempo de trabajo o un tipo de intervenciones diferentes.

Hemos mencionado inicialmente que una planificación involucra una hipótesis de trabajo y, en este sentido, la mirada sobre los resultados de las evaluaciones que desarrolle el docente para identificar los progresos de sus alumnos incidirá en esa planificación, así como cualquier cambio en la planificación deberá incidir en la elaboración y análisis de instancias de evaluación.

