Los matemáticos de 4.º

Proporcionalidad

SANTILLANA

Proporcionalidad

I. Aspectos centrales del tratamiento de los contenidos propuestos

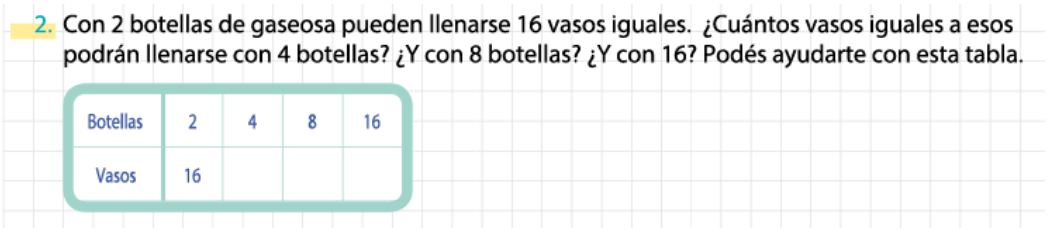
Las relaciones numéricas y las propiedades específicas de la proporcionalidad se tratan en el capítulo 10.

La situación presentada en la portada con referencia al juego de los palitos chinos propone completar tablas de puntajes que los niños podrán vincular con las tablas de multiplicar que han trabajado hasta ahora. Las cantidades guardan entre sí una relación de proporcionalidad directa, cuya constante de proporcionalidad es el número del puntaje al que hace referencia la tabla, aunque el término "proporcionalidad" aún no se mencione. También se plantean algunos problemas que permiten a los alumnos iniciarse en el análisis de las relaciones entre cantidades que varían.

Las páginas 128 a 130 ofrecen la oportunidad de resolver otros problemas que involucran una relación de proporcionalidad directa. En ellos, se promueven discusiones que permiten identificar que al duplicar, triplicar o calcular la mitad de la cantidad inicial de una magnitud, también se duplica, triplica o calcula la mitad de la otra; o que a la suma de dos valores de una de las magnitudes le corresponde la suma de los valores correspondientes a cada uno de la otra magnitud.

También se presentan situaciones en las que es posible identificar una constante de proporcionalidad. Se promueve que los alumnos se centren en la búsqueda del valor de la unidad, dividiendo, ensayando con multiplicaciones o buscando la diferencia cuando se tiene el valor de datos consecutivos.

Otro aspecto relevante es el análisis de distintos modos de registrar y representar la relación entre las magnitudes. Se proponen problemas con enunciados y, otros, con los datos organizados en tablas de valores que podrían colaborar en la identificación y explicitación de las relaciones mencionadas.



2. Con 2 botellas de gaseosa pueden llenarse 16 vasos iguales. ¿Cuántos vasos iguales a esos podrán llenarse con 4 botellas? ¿Y con 8 botellas? ¿Y con 16? Podés ayudarte con esta tabla.

Botellas	2	4	8	16
Vasos	16			

Luego de resolver un conjunto de problemas se propone la lectura colectiva en el cartel *Para leer juntos,* en el que se sistematizan las propiedades de la proporcionalidad que se pudieron haber identificado en el momento de resolución y reflexión sobre lo realizado.

Para leer juntos

Cuando en un problema sucede que al doble, al triple, al cuádruple, etc., de una magnitud le corresponde el doble, el triple, el cuádruple, etc., de la otra, decimos que la relación entre esas magnitudes es de proporcionalidad directa.
En las relaciones de proporcionalidad directa...

- ...a la suma de dos valores de una de las magnitudes le corresponde la suma de los valores correspondientes a cada uno de la otra magnitud.
- ...si se multiplica cada uno de los valores de una magnitud por un mismo número, que es el valor correspondiente a 1, se obtienen los valores de la otra magnitud. Ese número se llama constante de proporcionalidad.

Esta tabla resume las características de dos magnitudes directamente proporcionales:

Cajas	2	6	8
Huevos	12	36	48

(× 3; + ; = ; × 6)

A lo largo de las páginas 131 y 132, la diversidad de cálculos que los niños proponen para resolver los problemas se convierte en objeto de discusión. A su vez se promueve el establecimiento de relaciones entre ellos. Por ejemplo, en esta situación de trabajo colectivo:

- Estas tres maneras de calcular para completar el casillero amarillo son correctas. Expliquen cómo lo pensó cada uno.

50 : 5 = 10
En 30 cajas:
10 × 30 = 300 Chocolates
Dante

Chocolates en
30 cajas
50 × 6 = 300
Antonio

Como son 30 cajas,
hago los chocolates de
15 cajas × 2, que son
300.
Charo

En las páginas 133 y 134 se analizan problemas en los que hay dos magnitudes que “crecen” pero no lo hacen en forma proporcional; por ejemplo, la relación entre la edad en años y el peso en kilogramos, o la edad en meses y la cantidad de dientes. Se trata de que los alumnos, poniendo en juego sus conocimientos sobre la proporcionalidad y sus propiedades, distingan las relaciones que se encuadran en el modelo proporcional de las que no lo hacen, tal como se propone en el siguiente problema:

1. ¿Qué marca de yerba conviene comprar...

a) ...si se lleva 1 kg?

b) ...si se llevan 2 kg?

c) ...si se llevan 3 kg?

El análisis de los límites del modelo de proporcionalidad favorece que los alumnos sistematicen las características que lo definen y puedan decidir cuándo una relación es de proporcionalidad directa, poniendo en juego las propiedades que vienen trabajando.

Finalmente, en las páginas 135 y 136 se proponen problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa, en los cuales las constantes de proporcionalidad resultan ser números fraccionarios en el contexto de las medidas de uso social: longitud, capacidad y peso. Tal es el caso del siguiente problema:

2. Sofía calcula la cantidad de gaseosa que va a comprar para una fiesta usando vasos grandes y pequeños. Completá las tablas que representan la cantidad de vasos y la cantidad de gaseosa que se necesita en cada caso.

a) Si usa vasos grandes, en cada vaso entra $\frac{1}{4}$ litro de gaseosa.

Vasos grandes	1	2	3			6
Gaseosa (en litros)	$\frac{1}{4}$			2	$2\frac{1}{4}$	

b) Si usa vasos pequeños, $\frac{1}{4}$ litro de gaseosa alcanza para 2 vasos.

Vasos pequeños	2	4	6	8		
Gaseosa (en litros)	$\frac{1}{4}$				$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$

No se espera que los niños utilicen los algoritmos de la multiplicación o la división por fracciones, sino que pongan en juego relaciones de equivalencia entre medios, cuartos y enteros ya tratadas en los capítulos 6 y 9.

II. ¿Qué se espera que los alumnos aprendan?

A través del recorrido por el capítulo 10 se espera que los alumnos puedan resolver problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa con números naturales. Se intenta que establezcan relaciones entre lo que han estudiado sobre multiplicación y división al abordar situaciones de series proporcionales o al analizar las relaciones numéricas en la tabla pitagórica, para profundizar las relaciones y propiedades específicas del modelo proporcional. Por ejemplo, en situaciones como la que se propone en el problema 2 del ejemplo de evaluación del capítulo 10:

2. En una fábrica envasan tapas de empanadas en paquetes de 12. Completá la tabla que relaciona la cantidad de paquetes con la cantidad de tapas.

Paquetes	1	2	4	5		
Tapas de empanadas	12				120	240

Se aspira también a que los niños puedan distinguir las relaciones de proporcionalidad de otras en las que ambas magnitudes crecen pero no lo hacen en forma proporcional, como en el problema 3 del ejemplo de evaluación del capítulo 10:

3. Decidí si cada una de estas tablas representa una relación de proporcionalidad directa. Explicá por qué lo decidiste.

a)

Edad de Juan	2	5	10
Peso en kilos	12	30	45

b)

Cantidad de cajas	5	10	15
Cantidad de chocolates	60	120	180

c)

Minutos consumidos por mes en el celular	0	160	320
Costo mensual de la cuenta	50	370	690

Por último, se pretende que puedan resolver de manera exploratoria, a través de procedimientos diversos, problemas de proporcionalidad directa en los que la constante es un número fraccionario. Para ello, los niños pueden utilizar las propiedades de la proporcionalidad que han aprendido a propósito de los números naturales y lo que saben sobre cálculos con números fraccionarios, como se plantea en el problema 4 del ejemplo de evaluación del capítulo 10:

4. Estos son los ingredientes para preparar 2 budines. Completá la tabla con las cantidades necesarias para preparar 1 budín y 4 budines.

1 budín	2 budines	4 budines
	2 huevos	
	$\frac{1}{4}$ taza de azúcar	
	$\frac{1}{2}$ pan de manteca	
	$1\frac{1}{2}$ taza de harina	

III. ¿Cómo modificar la complejidad de los problemas?

A lo largo del capítulo de proporcionalidad se podrían tomar ciertas decisiones sobre algunas características de los problemas para simplificarlos o bien aumentar su complejidad. En esta sección haremos referencia a algunas de estas eventuales variaciones, que permitirán al docente acercar el problema a los alumnos que presenten algunas dificultades para abordarlo, o bien proponer nuevos desafíos a aquellos que estén en condiciones de profundizar un poco más sobre algunas de las relaciones que se intenta poner en juego. Además, se pueden considerar algunos de los criterios que acá se desarrollan para organizar el trabajo con toda la clase.

Un modo de simplificar la tarea de los alumnos frente a los problemas de proporcionalidad es considerar las cantidades desde dos puntos de vista: el tamaño y la "redondez" de los números. Veamos un ejemplo de un problema que exige, sin duda, poner en juego las propiedades de la proporcionalidad directa, pero que reduce notablemente la complejidad del tratamiento numérico y de los cálculos:

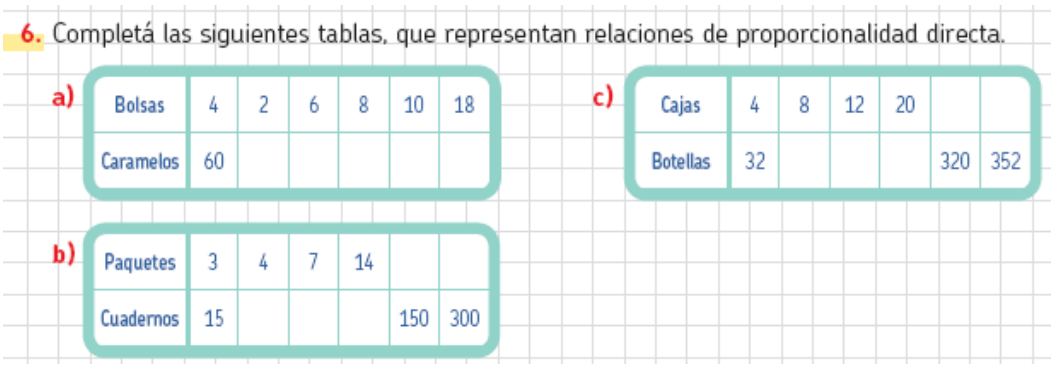
Completá esta tabla que relaciona cantidad de libros y precios:

Cantidad de libros	*3*	*6*	*9*
Precios (en $)	*300*		

En este mismo ejemplo, si se incluye el valor de la unidad como dato, disminuye la complejidad de la tarea. También el orden ascendente de una de las magnitudes ayuda a los alumnos a establecer relaciones, anticipar resultados y ordenar los valores que van obteniendo.

Notemos que, al momento de completar estas tablas, está en juego la relación entre los valores a completar. En la tabla, los números 3, 6 y 9 pueden completarse usando relaciones de dobles y triples. Cualesquiera de las tablas propuestas en el capítulo pueden también hacerse más accesibles poniendo valores que permitan ser tratados en términos de dobles, triples, mitades, etcétera.

Por ejemplo, en el capítulo se presenta este problema:



6. Completá las siguientes tablas, que representan relaciones de proporcionalidad directa.

a)

Bolsas	4	2	6	8	10	18
Caramelos	60					

b)

Paquetes	3	4	7	14		
Cuadernos	15				150	300

c)

Cajas	4	8	12	20		
Botellas	32				320	352

Si aplicamos a la tabla b) algunos de los criterios recién mencionados, quedaría, por ejemplo:

Paquetes	1	2	4	8
Cuadernos	5			

Destaquemos ahora algunos criterios que permitirían complejizar los problemas del capítulo. Por ejemplo, en esta tabla que representa una relación de proporcionalidad directa entre la cantidad de cajas y la cantidad de chocolates que contienen, puede darse como dato el valor de la unidad o constante, 12, y proponerse completar los valores sucesivos de esa magnitud. Los niños pueden averiguar los valores faltantes sumando sucesivamente el valor de la constante o multiplicando por ella cada uno de los valores dados.

Cajas	*1*	*2*	*3*	*4*
Chocolates	*12*			

El problema se complejiza si el valor de la unidad no está dado. En algunos casos no es necesario calcularlo y puede completarse la tabla obteniendo los dobles, mitades, triples, tercios, etc., o a través de sumas o restas de valores correspondientes. Por ejemplo, en esta tabla, a la mitad de 4, que es 2, corresponde la mitad de 48, que es 24; como 4 + 8 = 12, para obtener el valor correspondiente a 12 es posible sumar los valores correspondientes a 4 y a 8, 48 + 96 = 144.

Cajas	*4*	*2*	*8*	*12*
Chocolates	*48*			

O con estos datos, dado que 5 × 3 = 15, para calcular el valor correspondiente a 15, es posible triplicar el valor correspondiente a 5: 60 × 3 = 180.

Cajas	*5*	*15*		*30*
Chocolates	*60*		*240*	

En otros casos en los que no está dado el valor de la unidad, aunque es posible obtenerlo dividiendo el valor de una magnitud por el otro (300 : 25 o 312 : 26), también existe la posibilidad de calcularlo por diferencia de datos consecutivos y completar la tabla a través de cálculos aditivos: 312 – 300 = 12 → 312 + 12 = 324 es el valor correspondiente a 27 y 324 + 12 = 336 es el valor correspondiente a 28.

Cajas	*25*	*26*	*27*	*28*
Chocolates	*300*	*312*		

En otros casos, de mayor complejidad, la única posibilidad para completar la tabla es buscar el valor de la unidad dividiendo los datos correspondientes de las dos magnitudes, 144 : 12 = 12 y multiplicar la constante obtenida por los datos dados de una de las magnitudes; entonces el valor que corresponde a 13 cajas es 13 × 12 = 156.

Cajas	*12*	*13*	*15*	*17*
Chocolates	*144*			

Otro criterio para tener en cuenta y variar la complejidad de los problemas de proporcionalidad consiste en modificar el campo numérico que se propone como dato. Proponer números fraccionarios como constante de proporcionalidad –como en las páginas 135 y 136 del libro–, sin duda incrementa la complejidad de los problemas en relación con los que solo incluyen números naturales. Incluir también números fraccionarios en los valores de las magnitudes es un modo de hacer aún más difícil la situación. Por ejemplo:

Para organizar un asado, Carlos calcula 1 kg de carne cada 2 personas. Completá la tabla.

Personas	*2*	*3*	*4*		
Kilos de carne				$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$

Por último, si las fracciones que se proponen en el problema no son las de uso social frecuente, $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$, etcétera, la complejidad es aún mayor. Por ejemplo:

Para un acto de la escuela van a armar adornos con cintas. Se necesita $\frac{1}{3}$ *m de cinta cada 2 adornos. Completá la tabla.*

Adornos	*2*	*4*	*6*	*10*	*11*
Metros de cinta	$\frac{1}{3}$				

También, para complejizar, se podrían proponer datos en la tabla o bien como constante de proporcionalidad expresiones decimales como las tratadas en el capítulo 8.

IV. Bibliografía para el docente

- **Bressan, A. M.; Costa de Bogisic** (1996). *Una forma de uso de la proporcionalidad: las escalas*. Consejo Provincial de Educación de Río Negro. Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática. Disponible en *www.educacion.rionegro.gov.ar.*
- **DGCyE, SSE**. **Dirección Provincial de Educación Primaria. Pcia. de Bs. As.** (2008). Diseño Curricular para la Educación Primaria. Segundo ciclo. Disponible en *www.abc.gov.ar*.
- **MECyT** (2006). Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza. 4.°, 5.° y 6.° años. Educación Primaria.
- **Ministerio de Educación GCBA**. **Secretaría de Educación. Dirección de Currícula** (2004). Diseño Curricular. Segundo Ciclo. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar*.
- **Panizza, M.; Sadovsky, P.** (1994). El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos. FLACSO y Ministerio de Educación de la Pcia. de Santa Fe.
- **Ponce, H.** (2000). *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Bs. As. Novedades Educativas.
- **Vergnaud, G.** (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las matemáticas en la escuela*. México. Trillas.