Los matemáticos de 4.°

Fracciones y números con coma

SANTILLANA

Fracciones y números con coma

I. Aspectos centrales del tratamiento de los contenidos propuestos

Desde el inicio de su escolaridad los alumnos han estado estudiando, año a año y cada vez con mayor profundidad, cuestiones vinculadas con los números naturales. Al llegar a 4.° grado, y con esta importante trayectoria numérica, iniciarán el trabajo con números nuevos, las fracciones y los decimales, que en este libro se proponen en los capítulos 6, 8 y 9.

Los conocimientos que los niños construyan en torno de las fracciones y los decimales se apoyarán fuertemente en sus saberes acerca de los números naturales; pero también deberán enfrentar importantes rupturas en relación con estos. Entre otras, que no todas las situaciones pueden resolverse usando los números naturales; que a pesar de que 3 es menor que 4 el número 1/3 es mayor que 1/4; que la escritura de un número puede ser más larga que la de otro y, sin embargo, ser menor: por ejemplo, 1,85 es menor que 2. A lo largo de los capítulos se abordarán situaciones que intentarán poner en primer plano tanto el sentido de estos nuevos números, para resolver problemas que sin ellos no tendrían solución, como algunas diferencias que sus características suponen con lo que se sabe sobre los naturales.

En el capítulo 6, "Fracciones", se propone un primer momento de trabajo con recortables que apunta a explorar distintas maneras de armar un "entero" a partir de "partes" (figuras) dadas. El entero en este caso es un cuadrado y las partes representan medios, cuartos y octavos de ese entero. Los niños podrían resolver esta situación de manera empírica, probando y armando el cuadrado en cada caso, sin apelar a la idea de fracción ni al uso de palabras vinculadas con fracciones. Se trata de una situación inicial cuya resolución no requiere conocimientos sobre fracciones. Sin embargo, el docente podría favorecer ciertas explicitaciones: por ejemplo, cómo anticipar cuántas piezas se necesitan, de qué forma y de qué "tamaño", apelando al uso de relaciones como "mitad", "mitad de la mitad", "medio", "la mitad de medio", etc. Estas primeras ideas que circulen o las relaciones que comiencen a movilizarse, aunque no se expliciten en un primer momento, se retomarán en páginas siguientes con el objetivo de discutir de manera explícita cierta independencia entre la forma de las partes y la fracción del entero que representan, y de vincular la cantidad de piezas del mismo tipo que se precisa para armar un entero y la fracción que representa en relación con ese entero.

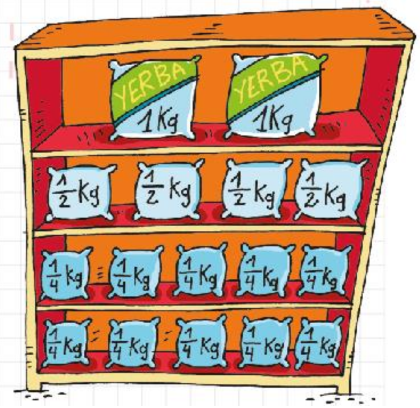
La propuesta continúa con el abordaje de problemas que intentan recuperar conocimientos acerca de ciertas fracciones específicas en contextos particulares –asociados a kilos y litros– que los niños podrían tener disponibles, ya sea porque las han construido en la escuela en años anteriores o bien porque las reconocen de situaciones extraescolares. En este momento se presentan escrituras fraccionarias usuales como $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 2\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}$ que circulan socialmente en paquetes y envases, y también nombres asociados a estas expresiones (medio kilo, un cuarto de litro, un litro y medio, etc.).

Por ejemplo, en la página 80 se propone este problema:

Medios y cuartos

Para hacer de a dos

1. a) Propongan 3 maneras diferentes de comprar 3 kilos de yerba con los paquetes que aparecen en la góndola del dibujo.



El uso de estas fracciones para resolver los problemas planteados en estas páginas no exige que los alumnos deban conocer necesariamente características formales de dichos números. Por ejemplo, no se precisa que los niños aprendan que una fracción tiene un numerador y un denominador para saber que con dos paquetes de medio kilo se forma un kilo, o que con dos cuartos de kilo se forma medio. En este momento se apunta a la explicitación y construcción de este tipo de relaciones y no al uso de nombres formales.

Los problemas de repartos equitativos en los que el resto se puede seguir repartiendo, que aparecen en las páginas 81 y 82 y que reaparecerán en el capítulo 9, constituyen otro tipo de problemas que abonan a la construcción del sentido de las fracciones. Se proponen inicialmente repartos entre dos, cuatro y ocho personas, de manera de revisitar fracciones –asociadas a medios, cuartos y octavos– que ya han aparecido en las páginas anteriores. Más adelante aparecen situaciones en las que se reparten en 3 o en 6 partes iguales, de manera de introducir los tercios y los sextos. También se introduce una discusión, que será retomada en el capítulo 9, en relación con repartos diferentes que dan el mismo resultado. Por ejemplo, el problema de la instancia colectiva, al final de la página 82:

Para hacer todos juntos

Se reparten 8 chocolates iguales entre 6 personas de manera que a todos les corresponde la misma cantidad de chocolate y no sobra nada.

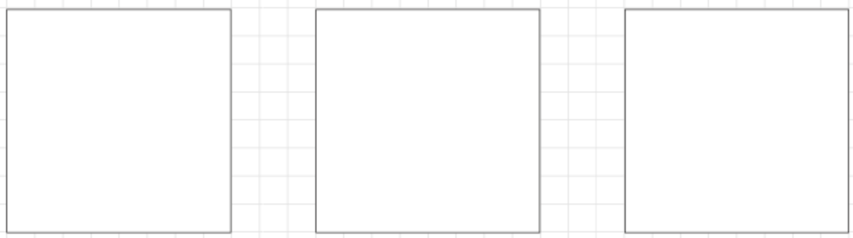
- ¿Será cierto que cada persona recibe lo mismo que si el reparto hubiera sido de 4 chocolates entre 3 personas?
- ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones indican la cantidad de chocolate que le corresponde a cada una de las 6 personas?

a) $\frac{6}{8}$ b) $\frac{8}{6}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $1 + \frac{1}{6}$ e) $1 + \frac{1}{3}$ f) $1\frac{2}{6}$

En las páginas 83 y 84 se aborda otro tipo de problemas que dan sentido a las fracciones: los problemas de medida. Se retoman en esta instancia discusiones que podrían haber aparecido a partir de los problemas de la portada. Por ejemplo, que un cuarto de un entero podría tener formas diferentes; la única condición para que sea un cuarto es que esa parte repetida cuatro veces forme el entero. Este análisis se propone a propósito de situaciones de características diferentes; por ejemplo, los problemas 2 y 3 de la página 83:

Para hacer de a dos

2. Marquen sobre estos dibujos tres maneras distintas de cubrir $\frac{1}{4}$ del cuadrado.



3. Este dibujo representa $\frac{1}{4}$ de una figura. Dibujá la figura entera. ¿Hay una sola posibilidad?

En el problema 2 se brinda el entero y los niños deberán identificar maneras diferentes de “partirlo” para que las cuatro partes representen 1/4. En el problema 3, por el contrario, se brinda una parte de un entero que se desconoce y los alumnos deberán armarlo. Se pone en juego aquí la idea de 1/4 como la parte que repetida 4 veces permite formar el entero. En este caso el entero puede tomar formas diferentes, a diferencia del problema 2 en el que el entero tiene siempre la misma forma pero los cuartos pueden ser de formas distintas.

En las páginas 85 y 86 se vuelve sobre relaciones de doble y mitad –entre medios, cuartos y octavos; tercios y sextos; quintos y décimos– que comenzaron a ponerse en juego desde las primeras páginas del capítulo. Se proponen aquí problemas en contextos que ya han aparecido antes, y al final de la página 86 se plantea una discusión de manera descontextualizada:

Para hacer todos juntos

- ¿Será cierto que $\frac{1}{3}$ es el doble de $\frac{1}{6}$? ¿O es al revés?
- ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?
  - a) Dos octavos forman un cuarto.
  - b) Un cuarto es la mitad de un octavo.
  - c) El doble de $\frac{1}{10}$ es $\frac{2}{10}$.
  - d) El doble de $\frac{1}{10}$ es $\frac{1}{5}$.

Los alumnos seguramente apelarán a los contextos que han explorado hasta aquí para elaborar sus explicaciones; pero se apunta a que comience a circular la idea de que estas relaciones son independientes de estos contextos: se trata de que, por ejemplo, 1/2 y 1/4 son uno el doble del otro (si refieren al mismo entero) tanto si representan repartos de chocolates como partes de una figura, kilos de yerba, etc. Esta idea se plantea aquí de manera colectiva, para comenzar a discutirla, y se retomará en el capítulo 9.

En el capítulo 8 se ofrece un primer recorrido para el estudio de algunos números decimales. El título del capítulo, "Números con coma", intenta advertir que este primer acercamiento se propone en contextos específicos y, por lo tanto, las cantidades que se pondrán en juego –así como sus escrituras– tendrán ciertas características que no comparten con todos los números decimales. Por ejemplo, los problemas con dinero introducen notaciones usando la coma decimal en las que el precio $1,25 es el "siguiente" de $1,24, si consideramos que la moneda de menor denominación es la de un centavo. Esta característica –que un número tiene otro que le sigue– no es propia de los números decimales: si los consideramos en un contexto meramente numérico, entre 1,24 y 1,25 hay otros números como 1,241; 1,242; etc., mientras que en el contexto del dinero, estas notaciones podrían[1] carecer de sentido por no haber monedas que permitan formar esas cantidades. En 5.° y 6.° grados se ampliará el campo de problemas que se aborden, proponiéndose el estudio del funcionamiento y las características de estos números en tanto objetos matemáticos.

La situación que se propone en la portada intenta poner de relieve la diversidad de notaciones que se utilizan para representar precios, y unas primeras situaciones en las que se interpreten y utilicen para calcular cuánto debería pagarse. Se trata de problemas en los que los niños podrán apelar a sus conocimientos extraescolares en relación con el uso del dinero y no se espera que aprendan aún algoritmos únicos de cálculo.

En los problemas con monedas y billetes que se plantean en las páginas 108 a 110, los alumnos podrán explorar diferentes maneras de formar un precio, estudiar modos de escribir esas cantidades y analizar equivalencias entre cierta cantidad de monedas de un tipo y otro. Por ejemplo, el problema 1 a) de la página 109 y el ítem b) de la instancia colectiva de la página 110:

1. a) ¿Será cierto que con 12 monedas de 10 centavos se obtiene más de $1?

b) Felipe tiene cierta cantidad de dinero en monedas de 50 centavos. Miguel juntó la misma cantidad de dinero, pero en monedas de 25 centavos. ¿Felipe tendrá el doble de monedas que Miguel o tendrá la mitad? ¿Cómo hacen para saber?

[1] Si bien en algunos casos, como en la venta de combustible, se utilizan notaciones con tres decimales a pesar de que no haya monedas que permitan pagar el milésimo de peso ($0,001), en esta propuesta nos enfocamos en la posibilidad de usar monedas de $1, 10 centavos y 1 centavo –que tomamos como monedas de existencia efectiva– para formar las cantidades de dinero que se proponen.

En este último ejemplo, la discusión se plantea sin proponer una cantidad de referencia, si bien se trata de una situación que los niños podrán explorar probando con muchos casos que inventen, si lo necesitan. La intención es que se discuta cierta validez general de la idea en juego: como por cada moneda de 50 centavos se necesitan dos de 25, quien junte la cantidad de dinero en monedas de 25 tendrá el doble de monedas que quien la junte en monedas de 50.

Se proponen también situaciones en las que se analiza la parte de la escritura de un precio que permite identificar cuántas monedas y billetes de cada tipo se precisan para armarlo, poniendo en juego aspectos del valor posicional que se retomarán en páginas siguientes a propósito de otros contextos.

En las páginas 111 y 112 se estudian situaciones vinculadas con las medidas de longitud. Aparecen problemas en los que se proponen equivalencias entre metros y centímetros, y se analizan escrituras para establecer qué cifras permiten identificar cuántos centímetros y cuántos metros representan. Por ejemplo:

Para hacer de a dos

3. En el ranking mundial de salto con garrocha, el primer puesto lo tiene un deportista francés con 6,16 m. El segundo lugar es de un ucraniano, con una marca de 1 cm menos. Y el tercer puesto es de un australiano, que marcó 10 cm menos que el primero. Completen el cuadro de posiciones del ranking mundial.

Ranking	Marca	Atleta	País	Año
1	6,16 m	Renaud Lavillenie	Francia	2014
2		Sergey Bubka	Ucrania	1993
3		Steven Hooker	Australia	2009

Esto se retoma en las páginas 113 y 114, pero ahora en el contexto de las medidas de peso, analizando equivalencias entre kilogramos y gramos a partir de relaciones que los niños suelen conocer extraescolarmente. Se trata de recuperar esos conocimientos y explorar algunas relaciones vinculadas con el valor posicional, ahora con tres cifras decimales. Por tratarse de un primer acercamiento, solo se proponen algunos valores puntuales para analizar. Por ejemplo:

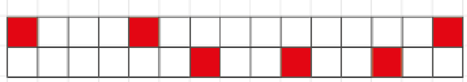
1. a) ¿En qué lugar de la escala debería estar, aproximadamente, la aguja de la balanza de la derecha para marcar el peso que indica la balanza digital?

b) Si se agregan dos latas más a cada balanza, el peso total en cada una será de aproximadamente 300 gramos más. ¿Qué número marcará cada balanza?

El capítulo 9, “Fracciones II”, comienza ampliando y profundizando los debates que se propiciaron en el capítulo 6. Se inicia con una situación en la que se discuten repartos equivalentes, para luego estudiar relaciones entre los problemas de reparto, el uso de fracciones para indicar el resultado de ese reparto y la información que al respecto brinda cada parte de la cuenta de dividir.

En las páginas 119 y 120 se proponen problemas para discutir diferentes maneras de representar relaciones entre el entero y las partes, para luego vincularlas con el cálculo de una fracción de cierta cantidad. Por ejemplo, en el problema 3 de la página 119 se analiza una manera de sombrear 1/5 de un entero, y se busca establecer una relación entre la cantidad total de cuadraditos y la cantidad de cuadraditos que implica esa fracción:

3. a) ¿Será cierto que está pintado $\frac{1}{5}$ del rectángulo?



b) ¿Cuántos cuadraditos deberían pintarse si se quisiera cubrir $\frac{2}{5}$ del rectángulo?

Esta misma cuestión se discute luego, en un contexto puramente numérico, en la instancia colectiva que se presenta al final de esta secuencia de problemas:

Para hacer todos juntos

- ¿Cuánto es la cuarta parte de 24?
- ¿Cuánto es $\frac{1}{2}$ de 40? ¿Y $\frac{1}{4}$ de 40? ¿Y $\frac{3}{4}$ de 40?

Las páginas 121 y 122 presentan situaciones en las que se apunta a elaborar estrategias de comparación entre fracciones. Dependiendo de los contextos propuestos y de los números en juego, los alumnos podrán apelar a distintas relaciones. Por ejemplo, el tamaño de las partes que representa cada fracción; la distancia y la "ubicación" –mayor, menor o igual– respecto de un entero; relaciones de doble y mitad; equivalencias.

En las páginas 123 y 124 se inaugura el estudio explícito de estrategias de cálculo. En todos los casos los números fueron elegidos para que se recuperen relaciones y equivalencias que se estuvieron estudiando a lo largo de los dos capítulos vinculados con fracciones. No se espera instalar técnicas únicas de cálculo sino favorecer el análisis de qué relaciones son las más convenientes según los números en juego.

Inicialmente se proponen problemas que permiten retomar algunas relaciones que ya se han analizado en páginas anteriores del libro. Por ejemplo, el problema 2 de la página 123:

2. a) ¿Cuántos tercios se necesitan para formar un entero? ¿Y para formar 2 enteros? ¿Y 3 enteros?

b) ¿Cuántos sextos se necesitan para formar un entero? ¿Y para formar 2 enteros? ¿Y 3 enteros?

La idea de vincular los tercios y sextos con los enteros apunta a recuperar relaciones como "con tres tercios se forma un entero"; "con dos sextos se forma un tercio". Estas relaciones y las escrituras fraccionarias que el docente podría ayudar a escribir (1/3 + 1/3 + 1/3 = 3/3 = 1; 1/6 + 1/6 = 2/6 = 1/3) abonarán a la resolución de cálculos que se proponen más adelante en estas mismas páginas. Por ejemplo, en el problema 5:

5. Resuelvan estos cálculos.

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=$

c) $\frac{3}{8}+\frac{1}{4}=$

e) $2-\frac{1}{2}=$

b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=$

d) $\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=$

f) $5+\frac{1}{5}+\frac{4}{5}=$

De esta manera, para resolver 1/3 + 1/6 se podría recuperar que 1/6 + 1/6 = 2/6 = 1/3, y, por lo tanto, 1/3 + 1/6 = 2/6 + 1/6 = 3/6.

II. ¿Qué se espera que los alumnos aprendan?

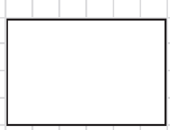
A través del recorrido que se propone en los capítulos 6 y 9 se espera que los alumnos utilicen las fracciones para expresar los resultados de repartos equitativos, que interpreten y produzcan distintas escrituras que los representan como también que reconozcan la equivalencia o no de ciertos modos de repartir, como se propone en el problema 1 del ejemplo de evaluación del capítulo 6:

1. Cuatro amigos quieren repartirse 7 chocolates iguales de manera que todos coman la misma cantidad y no sobre nada. ¿Cuánto le tocará a cada uno?

Un aspecto que se espera que los alumnos identifiquen es que la fracción puede ser el resultado de una partición equitativa de un entero: “es un cuarto porque es el resultado de partir el entero en cuatro partes iguales”.

Los problemas de medida son otro tipo de situación que se pretende que los alumnos aborden, utilizando relaciones entre el entero y las partes, y de las partes entre sí. Se espera que los alumnos, a propósito de casos particulares, puedan concebir la fracción 1/*n* como la cantidad que repetida *n* veces forma un entero, en términos como: “es un cuarto porque entra cuatro veces en el entero”. Un problema de este tipo se propone en el ejemplo de evaluación del capítulo 6, problema 3:

3. Este dibujo es $\frac{1}{3}$ de un entero. ¿Cómo podrá ser el dibujo entero?



Se espera que, tanto los problemas de reparto como los de medida, los alumnos puedan abordarlos en términos de las relaciones que vinculan a grupos de fracciones: medios, cuartos y octavos; tercios y sextos, y, finalmente, quintos y décimos, apelando a ideas como: “con dos de un cuarto se forma medio”; “con dos de medio se forma un entero”; “con dos de un octavo se forma un cuarto”, ”con dos de un sexto se forma un tercio”, etcétera.

Con los mismos grupos de fracciones, ya mencionados, se espera que los alumnos recurran a estrategias para comparar expresiones fraccionarias (por ejemplo 1¼ y 3/2), para establecer equivalencias (por ejemplo, 1/2 = 2/4), para resolver cálculos de suma y resta (por ejemplo 1/4 + 1/4 + 1½) y para averiguar la fracción de un número natural (por ejemplo 1/6 de 60).

Para abordar estos tipos de problemas es esperable que los alumnos avancen sobre ideas numéricas y no referidas únicamente a la representación gráfica; por ejemplo, al comparar fracciones que puedan identificar y utilizar relaciones de doble-mitad; considerar la “distancia” en relación con el entero; el tamaño de las partes con relación al entero; la “ubicación” de la fracción respecto del entero; etc. Al momento de sumar y restar fracciones también es esperable que los alumnos puedan desplegar recursos ligados a la equivalencia entre fracciones; por ejemplo, para sumar 3/4 + 1/2 reconocer que 1/2 es 1/4 + 1/4 y que sumados a los 3/4 se obtienen 5/4, o bien que 3/4 es 1/2 + 1/4 y que al juntar los dos medios se forma un entero, es decir, se obtiene 1 y 1/4. Este tipo de relaciones se propone en el problema 4 del ejemplo de evaluación del capítulo 9:

4. Completá con las fracciones que faltan para que las igualdades sean verdaderas.

a) $\frac{1}{3}$ + _______ = $\frac{4}{3}$

b) $\frac{3}{4}$ − _______ = $\frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{5}$ + _______ = 2

Es necesario aclarar que no se espera que los alumnos aprendan clasificaciones de expresiones fraccionarias como “número mixto”, “fracción propia”, “fracción impropia”, “fracción aparente”. Este tipo de clasificación, además de no agregar ninguna cuestión matemáticamente significativa, promueve la falsa representación de que hay fracciones “más dignas de llamarse fracciones” que otras, y oculta que en todos los casos se trata de números.

En relación con los números decimales se espera que interpreten y operen con expresiones con coma, con una, dos y tres cifras decimales, mediante estrategias diversas, en problemas que exigen comparar, sumar y restar precios, medidas de longitud y medidas de peso. Este tipo de situaciones se propone en el problema 3 del ejemplo de evaluación del capítulo 8:

3. Ordená las alturas de estos chicos de menor a mayor.

Chano: 1,40 m.

Marina: 1,09 m.

Pepe: 104 cm.

Laura: 1 m y 63 cm.

También se espera que analicen el valor de la posición de las cifras en las escrituras decimales en relación con el contexto en el que se está trabajando. Por ejemplo, que el primer número a la derecha de la coma permite conocer la cantidad de monedas de 10 centavos que se necesitan para pagar un precio y, por lo tanto, que un aumento o disminución de 10 centavos en un precio modificará esa cifra.

III. ¿Cómo modificar la complejidad de los problemas?

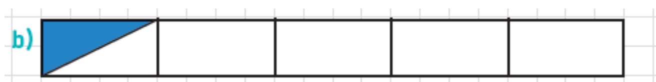
A lo largo de los capítulos de fracciones y decimales se podrían tomar ciertas decisiones sobre algunas características de los problemas para hacerlos más sencillos o, también, más complejos. En esta sección haremos referencia a algunas de estas posibles variaciones, que permitirán al docente acercar el problema a los alumnos que presenten algunas dificultades para abordarlo, o bien proponer nuevos desafíos a aquellos que estén en condiciones de profundizar un poco más sobre algunas de las relaciones que se intentan poner en juego. También es posible considerar algunos de los criterios que acá se desarrollan para organizar el trabajo con toda la clase.

Problemas de reparto

En los problemas de reparto, un cambio en los números que se proponen hace posible que varíe la dificultad para representar los resultados y también las estrategias que utilicen los alumnos. Por ejemplo, si la cantidad por repartir se "agranda", es más probable que apelen a la cuenta de dividir que a estrategias de dibujo. En cambio, frente a dificultades que pudieran tener para realizar efectivamente repartos que involucren cantidades "grandes", es posible disminuir estas cantidades para que dibujen. Pero también es posible variar las condiciones, para que los números en juego estén relacionados de maneras más "evidentes". Por ejemplo, en relación con el reparto de 38 alfajores entre 4, se podría proponer, en un primer momento, el análisis de repartos con múltiplos de 4 (20 entre 4; 40 entre 4; 36 entre 4) que darán "justo", para luego plantear otras cantidades cercanas a ellos (21 entre 4, 41 entre 4, 37 entre 4, en los que sobrará 1; 22 entre 4, 42 entre 4, 38 entre 4, en los que sobrarán 2; etc.) y discutir cómo repartir el o los alfajores que están sobrando. La complejidad entre el hecho de que sobre un solo alfajor, o 2 o 3, también podría ser relevante, puesto que habilita o no diferentes estrategias para averiguar la fracción que lo representa: si sobra uno solo, se parte en 4 y a cada uno le corresponde 1/4 más; si sobran 2, cada uno podría partirse en 4 –y le corresponderían 2/4 más a cada uno– o se podría partir en 2 –y le toca 1/2 más a cada uno–; si sobran 3, se puede partir en 4 –y aparece 3/4–, o partir en 2 y en 4, con la aparición de 1/2 + 1/4.

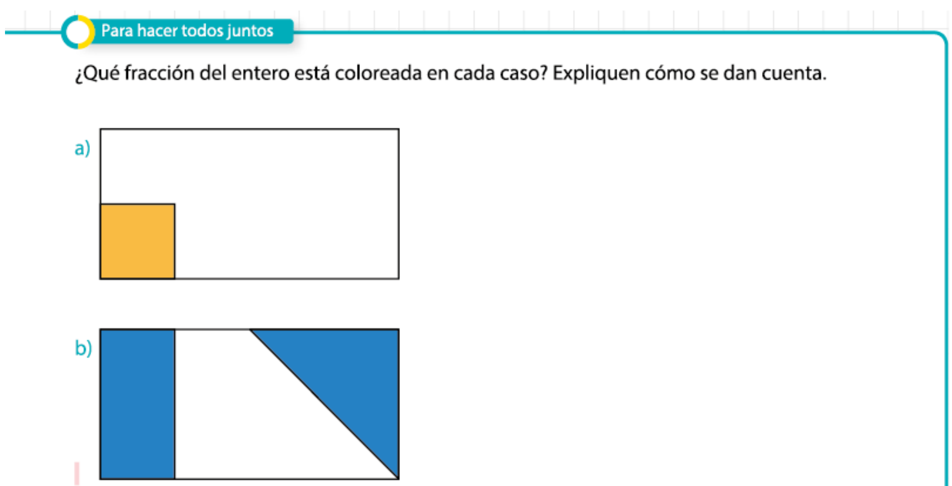
Problemas de medida

En las situaciones de medida en las que hay que decidir si cierta área sombreada de un entero representa una fracción determinada o no, es posible cambiar la complejidad del problema de varias maneras. Una primera cuestión es si se incluyen todas las líneas que dividen al entero o no. Por ejemplo, en problemas como el 3 b) de la página 85:



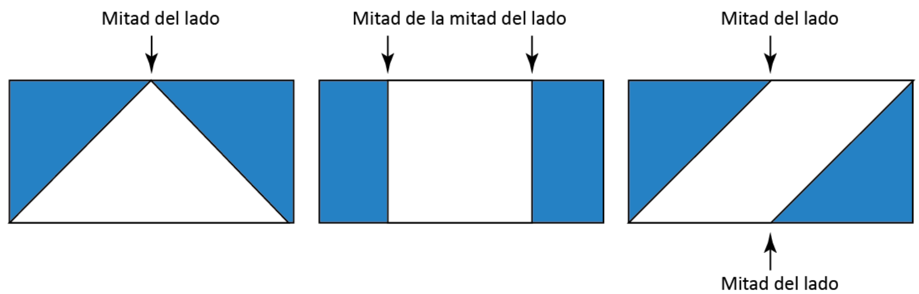
En este caso, si se presentara un dibujo sin las marcas verticales que lo dividen en 5 partes, el problema sería más complejo, puesto que los niños deberían tomar decisiones respecto de qué marcas trazar para dividirlo en cierta cantidad desconocida de partes iguales. En cambio, si el dibujo se presentara con todas las líneas diagonales, el problema sería más sencillo que el del libro, puesto que la tarea se reduce a la identificación de la cantidad total de partes en que está dividido el entero vía un conteo sobre el dibujo.

El problema colectivo de la página 84 propone una situación sin marcas adicionales pero, además, dibujadas sobre un fondo blanco que no permite tener como referencia el cuadriculado de la página:

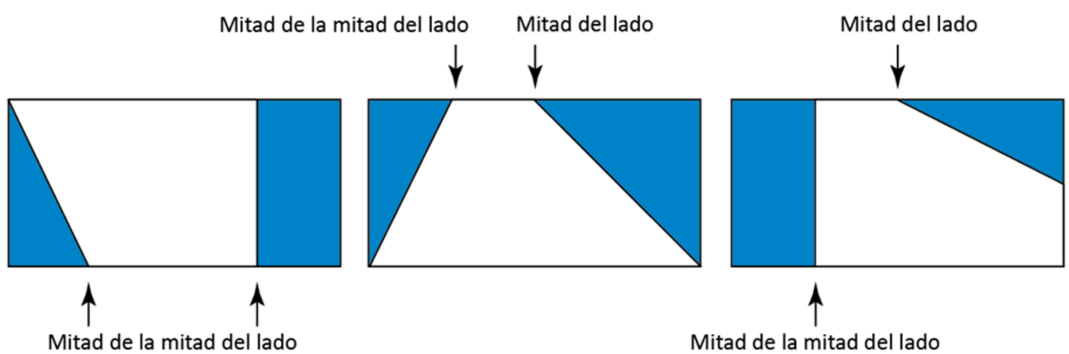


Una manera de proponer una situación más sencilla podría ser dibujar estas mismas figuras sobre fondo cuadriculado, de manera que los alumnos puedan contar sobre las marcas de los cuadraditos para tomar decisiones acerca del trazado de líneas adicionales.

Pero, además, en b) se ofrecen dos formas diferentes –un rectángulo y un triángulo– que representan la misma cantidad, en este caso 1/4 del entero. Es posible disminuir la dificultad de este problema proponiendo los dos sombreados con la misma forma, para más tarde discutir sobre la que se presenta en el libro; por ejemplo:



Una tercera cuestión que permite variar el grado de dificultad de estas situaciones se vincula con que ambas partes podrían representar la misma fracción o fracciones relacionadas pero diferentes. Por ejemplo, si consideramos nuevamente el rectángulo anterior, estas podrían ser situaciones más complejas:

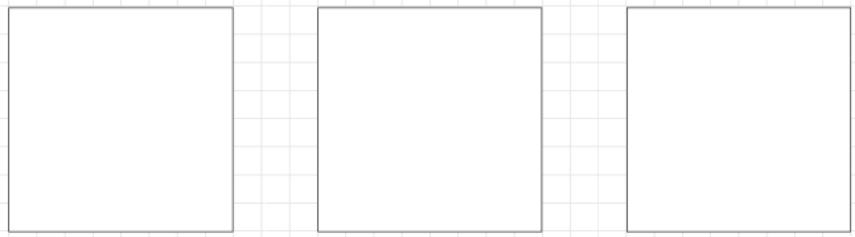


En estos casos, la parte más grande representa 1/4 del entero y la más pequeña, 1/8. Averiguar la fracción del rectángulo que está sombreada implica resolver, explícita o implícitamente, la suma 1/4 + 1/8, considerando, por ejemplo, que en 1/4 entran 2/8.

El problema 2 de la página 83 y el problema 4 de la página 84 proponen dibujos del mismo tamaño y forma que las fichas recortables de la página 87, ya utilizadas en la portada del capítulo 6, y habilitan su utilización:

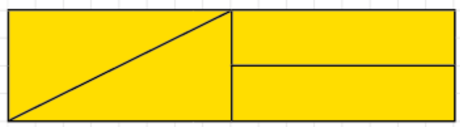
Para hacer de a dos

2. Marquen sobre estos dibujos tres maneras distintas de cubrir $\frac{1}{4}$ del cuadrado.

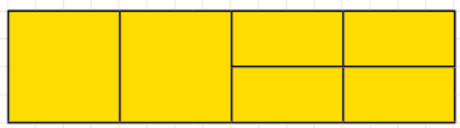


4. Estas figuras se armaron usando las fichas recortables.
¿Qué parte de la figura representa cada ficha?

a)



b)

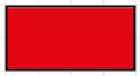


Tal como está presentado, el problema 2 de la página 83 exige a los alumnos que anticipen, por un lado, que el entero deberá dividirse en cuatro partes que ocupen la misma fracción de ese entero; por otro lado, que controlen que las marcas que realizan permitan asegurar que se está dividiendo efectivamente en cuatro partes iguales, por ejemplo, considerando que se toman puntos medios de los lados, o que se trazan diagonales. Si bien muchos alumnos podrían realizar directamente estas marcas sobre los cuadrados en blanco, otros tal vez encuentren dificultades para coordinar estas acciones con las anticipaciones. Invitarlos a explorar maneras de cubrir los cuadrados combinando fichas móviles, de igual o de diferente forma, aunque no puedan anticipar cuántas y cuáles precisarán, es una manera de acercarles el problema.

También es posible que los niños que pueden anticipar y trazar las marcas necesarias para resolver la situación sobre el dibujo encuentren en las fichas una vía de verificación de sus propuestas. Otra manera de explorar posibilidades es combinando fichas con formas diferentes pero que representan la misma fracción. Esta tarea, que puede resultarles dificultosa de explorar mediante el trazado de líneas, podría facilitarse con el uso de estas fichas.

En relación con aquellos problemas en los que se ofrece una parte y se propone componer el entero, también puede variarse el nivel de dificultad. Por ejemplo, consideremos el problema 4 a) de la página 86:

4. Esta figura representa $\frac{1}{3}$ de un entero.



a) Dibujá dos enteros diferentes.

En este caso, basta con que los niños repliquen la figura dos veces más para componer el entero. Pero si el mismo rectángulo representara 2/3 de un entero, el problema sería más complejo, puesto que deberán identificar, por ejemplo, que la mitad de la figura representaría 1/3 y, por lo tanto, al rectángulo que está dibujado habría que agregarle su mitad –es decir, replicar tres veces la mitad de esa figura–. En general, los problemas en los que en lugar de ofrecerse una figura que representa la fracción 1/*n* se brinda otra que representa fracciones como 2/*n*, 3/*n*, 4/*n*, etc., son más complejos porque inicialmente se deberá descomponer el dibujo en varias partes, para conocer la que podría representar 1/*n*, o elaborar alguna otra estrategia que, tomando en cuenta ciertas relaciones entre el entero y la parte ofrecida, permita reconstruir el entero.

Comparación de fracciones

En los problemas vinculados con la comparación de fracciones, es posible variar el nivel de dificultad si se consideran ciertas relaciones entre las fracciones en juego. El análisis de algunos ejemplos puede aclarar lo que queremos decir.

Tomemos el problema 2 de la página 121:

2. Carolina preparó un budín de limón para compartirlo con dos amigas. Le dio $\frac{1}{4}$ del budín a Margarita y $\frac{1}{3}$ del budín a Victoria. ¿Cuál de sus amigas recibió más budín?

En este caso se apunta a que los alumnos comparen el tamaño relativo de los tercios y los cuartos: dado que el mismo entero se parte en tres o en cuatro, respectivamente, cada tercio será más grande que cada cuarto. Si estas fracciones se cambiaran por 1/4 y 1/2, dado que se trata de números relacionados (1/2 es el doble de 1/4) que los niños ya han estudiado en muchos problemas anteriores, es posible que la situación sea de menor dificultad. Podrían elaborarse, a partir de allí, algunas ideas interesantes y que serán de utilidad para abordar, posteriormente, problemas del mismo tipo pero de mayor dificultad. En este caso no importa que el 4 sea más grande que el 2; la fracción 1/2 es más grande que 1/4 porque se necesitan dos de 1/4 para formar 1/2. Esta idea podría explorarse a propósito de otros pares de fracciones relacionadas (1/4 y 1/8; 1/2 y 1/8; 1/3 y 1/6, y, con un grado mayor de dificultad, 2/5 y 4/10), para luego proponer el análisis con fracciones que no están relacionadas entre sí, como 1/3 y 1/4.

Situaciones un poco más complejas, a pesar de que son del mismo tipo que las anteriores, son aquellas en las que los numeradores son iguales pero distintos de 1. Por ejemplo, si se trata de comparar 3/4 y 3/5 es posible considerar la comparación del tamaño relativo de 1/4 y 1/5 –puesto que 3/4 es 3 veces 1/4 y 3/5 es 3 veces 1/5–. Esta situación es de mayor dificultad que la anterior, pero de menor dificultad que al compararse fracciones que no están relacionadas y en las que numerador y denominador son diferentes, como en 3/4 y 4/5.

La relación respecto de 1 entero también puede ser una variable sujeta a modificación para cambiar el nivel de dificultad de los problemas. Si ambas fracciones son menores que 1 o ambas son mayores que 1, las estrategias que los alumnos deberán movilizar se vinculan mayormente con el "tamaño" relativo de las partes; en cambio, si se propone una fracción menor que 1 y la otra mayor que 1, podrían recurrir a esta relación respecto del entero. Por ejemplo, 1/2 es menor que 3/2 pues 1/2 es más chico que 1 en cambio 3/2 es más grande, o bien, 1/2 es la mitad de un entero y 3/2 es un entero y medio.

Problemas para calcular una fracción de una cantidad

La variación del "tamaño" de los números involucrados en estos problemas condicionará la posibilidad de utilizar dibujos para "visualizar" ciertas relaciones. Por ejemplo, si se trata de calcular 1/4 de 12, que podría contextualizarse: "una caja tiene 12 alfajores, ¿cuántos alfajores serán 1/4 de esta caja?", es posible que los niños dibujen los alfajores y averigüen 1/4 de 12 sobre esa representación, marcando 4 grupos con la misma cantidad. Esta situación es más sencilla que otras que involucran números mayores –1/4 de 80; 1/4 de 120; etc.–, en las que la posibilidad de dibujar se ve dificultada y los alumnos deberán elaborar estrategias enfocadas en relaciones numéricas.

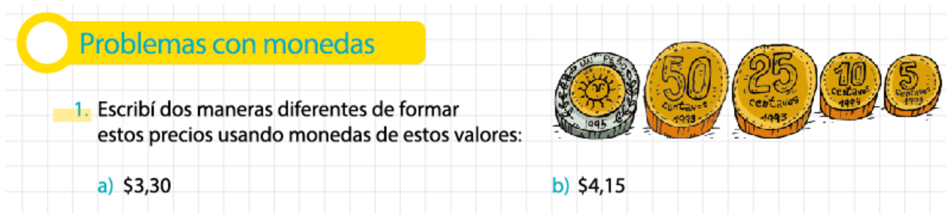
Otras relaciones entre fracciones

A partir del abordaje de situaciones en las que se ponen en juego relaciones de doble-mitad entre medios, cuartos y octavos, tercios y sextos, quintos y décimos, es posible proponer problemas que plantean el estudio de otras relaciones. Por ejemplo, analizar la relación de 1/12 respecto de los sextos, los tercios, los cuartos y los medios: 1/12 es la mitad de 1/6; con cuatro de 1/12 se forma 1/3; con tres de 1/12 se forma 1/4; se necesitan 6 de 1/12 para formar 1/2. Estas situaciones podrían proponerse con el objetivo de ampliar el campo de relaciones estudiadas y profundizar los vínculos entre ciertas fracciones conocidas. Para los alumnos que están más avanzados podría proponerse la exploración de ideas más generales vinculadas con las características de escrituras fraccionarias que representan dobles o mitades de otras.

Problemas con billetes y monedas

La posibilidad de contar con billetes y monedas de fantasía para trabajar en torno a los problemas que se plantean en el contexto del dinero, en el capítulo 8, es una variable que podría modificar el nivel de dificultad de la actividad.

Por ejemplo, para el problema 1 de la página 108:


Problemas con monedas

1. Escribí dos maneras diferentes de formar estos precios usando monedas de estos valores:

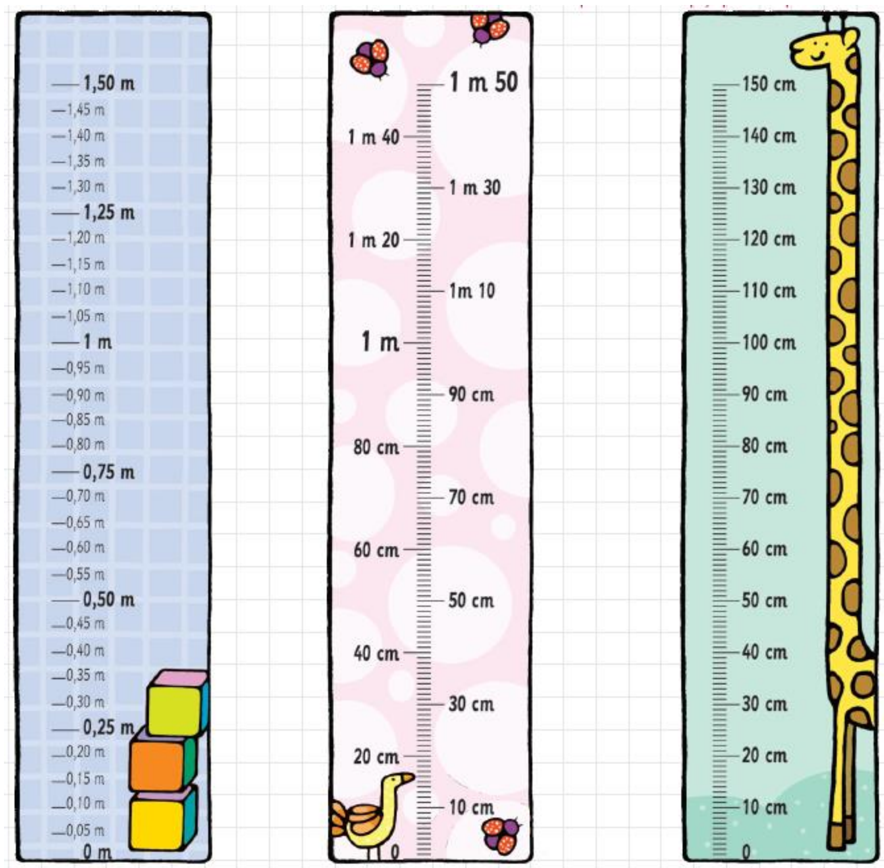
a) $3,30 b) $4,15

Las monedas de fantasía posibilitan el armado efectivo de estos precios. Para algunos niños esta cuestión puede ser importante, porque les permite comenzar a pensar sobre el problema una vez que han explorado alguna acción, y les permitirá elaborar una primera respuesta contando las monedas de cada tipo que han utilizado. Posteriormente podrían proponer equivalencias sobre el primer armado: por ejemplo, si han seleccionado tres monedas de $1 y tres de 10 centavos para el ítem a), elaborar sobre esta producción el canje de una moneda de $1 por dos monedas de 50 centavos.

Problemas en los que se analizan equivalencias de medidas

Hemos tomado la decisión de incluir un medidor de estaturas en la página 111 así como una escala sobre el dibujo de la balanza de aguja en el problema 1 de la página 113. Se trata de ofrecer portadores de información en relación con las equivalencias en juego en cada caso, y que los alumnos puedan consultarlos de manera autónoma para elaborar ideas que colaboren con la resolución de las situaciones y con la producción de conocimientos nuevos.

Podrían agregarse otros portadores que ofrezcan información a través de escrituras con otras características. Ellos podrían colaborar con la entrada de algunos alumnos a los problemas que se proponen. Por ejemplo, para los problemas en el contexto de medidas de longitud, es posible hallar escrituras diferentes para las mismas longitudes sobre escalas como estas:



Esta posibilidad hace que planteos como en la actividad 2 de la página 111 puedan resultar más accesibles para abordarlos de manera autónoma, a partir de la posibilidad de comparar sobre varias escalas de manera simultánea el modo en que se expresa una misma longitud:

2. a) En esta tabla aparecen los valores de la altura de Mateo a distintas edades desde que nació. Marcá, aproximadamente, sobre el medidor la altura correspondiente a cada año.

Edad (años)	Al nacer (0)	1	2	3	4	5	6	7	8
Altura	50 cm	76 cm	88 cm	96 cm	1 m	1,06 m	1,12 m	1,18 m	1,22 m

b) A los 5 años, Félix medía 1 m 9 cm, y Joaquín medía 107 cm. ¿Cuál de los tres amigos era más alto y cuál era más bajo a esa edad?

IV. Bibliografía para el docente

- **Alvarado, M.** (2013). "Representaciones notacionales decimales tempranas de números racionales en contexto de medición de peso". En Broitman, C. (comp.). *Matemáticas en la escuela primaria I. Números naturales y decimales con niños y adultos.* Buenos Aires. Paidós.

- **Block, D.; Solares, D.** (2001). "Las fracciones y la división en la escuela primaria: análisis didáctico de un vínculo".En: *Educación Matemática*. Vol. 3 (2). México. Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 5-30.

- **Broitman, C; Itzcovich H. y Quaranta, M. E.** (2003). "La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad". *RELIME*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.* Publicación oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 6 N.° 1, marzo, pp. 5-26. Disponible en *www.dialnet.unirioja.es/servlet/%20articulo?codigo=2092465%20*

- **Centeno Pérez, J.** (1998). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Madrid. Síntesis.

- **Dirección General de Cultura y Educación de la Pcia. de Bs. As. Dirección de Primaria.** (2007). Serie Curricular. Matemática N.° 4. Números racionales y geometría. Disponible en *servicios2.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/areascurriculares/matematica/matematica4numerosracionalesygeometria.pdf*

- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula** (1997) Documento de actualización curricular N.° 4. Matemática. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/docum/matematica.php*

- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula** (2001). Aportes para el desarrollo Curricular. Matemática: Acerca de los números decimales: una secuencia posible. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/primaria.php?menu_id=20709*

- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección de Currícula** (2005). Matemática: Fracciones y Decimales 4.°, 5.°, 6.° y 7.°. Páginas para el Docente. Plan Plurianual. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/primaria.php?menu_id=20709*

- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección de Currícula** (2006). Cálculo mental con números racionales. Apuntes para la enseñanza. Disponible en *www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/pluri_mate.php?menu_id=20709*

- **Itzcovich, H.** (coord.) (2008). El trabajo escolar en torno a las fracciones. En: *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Bs. As., Aique.

- **MECyT** (2006). Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza. 4.°, 5.° y 6.° años. Educación Primaria.
- **MECyT** (2004). Juegos en Matemática. EGB2. Disponible en *www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001220.pdf*
- **Ponce, H.** (2000). *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Bs. As. Novedades Educativas.
- **Ponce, H.; Quaranta, M. E.** (2007). “Fracciones y decimales”. En: *Enseñar Matemática en la escuela primaria*. Serie Respuestas. Bs As. Tinta Fresca.
- **Quaranta, M. E.** (2008). “Conocimientos infantiles acerca de las escrituras decimales”. En: *Revista 12(ntes). Enseñar matemática. Nivel Inicial y primario* N.° 05. Buenos Aires. 12(ntes).
- **Quaranta, M. E.; Tarasow, P.; Becerril, M. M.** (2013). “Notaciones decimales: conceptualizaciones infantiles a propósito de la resolución de problemas en el contexto del dinero y de las medidas de longitud”. En Broitman, C. (comp.). *Matemáticas en la escuela primaria I. Números naturales y decimales con niños y adultos.* Buenos Aires. Paidós.