

I. Enfoque didáctico de Los matemáticos de 4.º

En este apartado compartiremos algunas ideas sobre la enseñanza de la Matemática que fundamentan las decisiones adoptadas para la elaboración de este libro.

El rol de los problemas

Los problemas constituyen la base del trabajo matemático, permiten proponer nuevos desafíos y durante cierto tiempo se constituyen en objeto de estudio. Se parte de la idea de que es necesario que los alumnos se enfrenten a nuevas y variadas situaciones que promuevan procesos constructivos a partir de la exigencia de poner en juego relaciones que pudieran estar disponibles. Este proceso exige elaboraciones y reelaboraciones sucesivas que pueden propiciarse desde la enseñanza apuntando a un acercamiento progresivo desde los conocimientos de los alumnos hacia los saberes propios de la Matemática.

Para que los alumnos puedan ir construyendo una idea acerca del trabajo matemático y del sentido de los conocimientos que se intenta transmitir, precisan enfrentarse a situaciones que les presenten cierto grado de dificultad, en las cuales los conocimientos que disponen no resulten suficientes para dar cuenta de una resolución, de una respuesta. La complejidad de los problemas ha de ser tal que a los alumnos no les resulte “cómodo” su abordaje, pero a su vez debe permitirles imaginar y desplegar formas de resolución o exploración. Es esperable que las estrategias utilizadas inicialmente no sean “expertas” ni muy económicas, pero constituirán el punto de partida para la producción de nuevos conocimientos.

Por lo general, al hablar de problemas, se piensa en enunciados verbales con preguntas que requieren un cálculo para dar la respuesta, pero otras prácticas también pueden constituir problemas, por ejemplo: explorar diferentes maneras de resolver un mismo cálculo, interpretar procedimientos diferentes a los propios, determinar la validez de ciertas afirmaciones, determinar medidas de elementos de una figura sin medir y –usando propiedades geométricas– anticipar si será posible realizar una determinada construcción geométrica bajo ciertas condiciones, analizar la cantidad de soluciones que podría admitir un problema, interpretar una demostración o una explicación, establecer relaciones entre cálculos, decidir a partir de una lista cuáles podrían ser soluciones a un problema, anticipar una medida o estimar el resultado de un cálculo. En los diversos capítulos se ha buscado presentar una variedad de tipos de problemas que incluyen, entre otros, los ejemplos mencionados.

Secuenciación de los problemas

En los capítulos de este libro se propone la resolución de una colección de situaciones similares dirigidas a promover avances sobre el dominio de un concepto. Se busca que los alumnos puedan poner en juego sus conocimientos como punto de partida –aun cuando sean erróneos o no convencionales– y a la vez ponerlos a prueba, modificarlos, ampliarlos y sistematizarlos a lo largo de varias oportunidades. Un trabajo sistemático que incluya clases próximas entre sí en torno a ciertas cuestiones vinculadas favorece la reflexión y la reorganización de estrategias de resolución, permite volver sobre las relaciones que se identificaron o establecieron en clases o problemas anteriores, habilita a abandonar ensayos erróneos e intentar nuevas aproximaciones.

Además de volver sobre una misma clase de situaciones con nuevas herramientas, es necesario que los alumnos se enfrenten a nuevos problemas que amplíen los sentidos del conocimiento que se está tratando. Es así como se van incorporando progresivamente ciertas variaciones que agregan nuevos desafíos. Y aquellas cuestiones que en algún momento se resuelven con estrategias menos avanzadas, luego de cierto trabajo sostenido en torno a varios problemas similares, podrán resolverse con recursos más adaptados, hasta convertir –mediante el estudio de esos problemas– lo novedoso en conocido.

El trabajo exploratorio

Además de la resolución de diferentes tipos de problemas y la reflexión sobre los recursos elaborados para su resolución, hay otras marcas del trabajo matemático que se han considerado en este libro.

Con frecuencia, en la resolución de un problema, un primer intento no siempre conduce a “buen puerto”. Es necesario realizar varios ensayos, identificar en qué consisten los errores que impiden arribar a la solución, buscar cierta información que puede estar involucrada en el trabajo que se propone y no fue considerada, etc. Se trata de un juego entre la anticipación de los recorridos de resolución y los efectos de las decisiones que se fueron tomando, de manera de sistematizar la búsqueda.

Para posibilitar tanto la exploración como la sistematización por parte de los alumnos, es central el doble rol del docente: por un lado, alienta el momento de búsqueda, habilitando a los alumnos a recurrir a diversas estrategias, pero en otros momentos propone analizar los ensayos realizados,

discutir a partir de los errores producidos, sistematizar los recursos que aparecieron, organizar los nuevos conocimientos elaborados y hasta presentar vocabulario, formas de representación o nuevas relaciones. Hay un interjuego en la clase entre fases que invitan a explorar, probar, ensayar y otras en las que el trabajo reflexivo se dirige a reordenar la búsqueda, a sistematizar.

Modos de representación

Durante la exploración de un problema nuevo es esperable que los alumnos realicen dibujos, representaciones gráficas o simbólicas; utilicen cálculos, diagramas, etc. Estas formas de representación son un punto de partida para iniciar el trabajo. El docente podría alentar a sus alumnos a elaborar representaciones propias, aun cuando sean poco adaptadas a la situación que se trata de resolver. También el docente podría proponer un análisis de esas formas de representación y la discusión sobre su fertilidad, su pertinencia, su validez. Avanzar sobre las formas de representación es uno de los aspectos que se espera promover en el proceso de estudio de un concepto.

Es parte de la tarea docente ofrecer, si resulta conveniente o necesario, otras formas de representación para que los alumnos puedan incorporarlas progresivamente. Se trata de establecer relaciones junto a los alumnos entre las formas de representación que elaboran los niños y las elaboradas por la matemática.

La validación

Parte de lo que se pretende que asuman los alumnos como actividad matemática está asociada a determinar la validez de lo que se produce. En este sentido, se apunta a generar en la clase un tipo de trabajo matemático en el que los alumnos, paulatinamente, puedan hacerse cargo por sus propios medios de la validez de los resultados que encuentran y de las relaciones que establecen, abonando así al despliegue de un trabajo cada vez más autónomo. En este sentido, es un objetivo que los alumnos puedan despegarse de la mirada del docente en cuanto a si está bien o mal lo producido. Se trata de instalar como parte del trabajo del alumno la responsabilidad de verificar si lo realizado es correcto o no, mediante diferentes recursos. Este aspecto es quizás el más complejo de tratar en el desarrollo de las clases.

En ciertas situaciones, se propone corroborar algún resultado apelando a la calculadora. En otras oportunidades los alumnos podrán constatar sus anticipaciones verificando de manera más empírica (probando, construyendo, calculando, midiendo). Pero se apunta a poner en el centro del trabajo

matemático la elaboración de argumentos o fundamentos apoyados en relaciones matemáticas que permitan establecer la validez de los resultados alcanzados. Iniciar a los alumnos en procesos de validación fomenta una progresiva autonomía intelectual.


La generalización


Simultáneamente a la adquisición de conocimientos que les permitan dar cuenta de la validez o no, por sus propios medios, de los resultados obtenidos, se busca que los alumnos puedan, progresivamente, involucrarse en la determinación de los alcances de los recursos y resultados que se van obteniendo. Es decir, inicialmente pueden determinar la validez de una afirmación o de un cálculo específico en función de un problema o un contexto particular. Se tratará entonces de promover la reflexión hacia el carácter más general de ciertas relaciones que han circulado, para llegar, en algunos casos, a establecer reglas válidas para cualquier caso.

Las relaciones entre conceptos

Otro tipo de tarea que se propone en este libro –y que forma parte de la actividad matemática que se intenta propiciar– involucra la posibilidad de establecer relaciones entre conceptos que, aparentemente, no tienen relación entre sí, o la forma de relacionarlos no es evidente a los ojos de los alumnos. Con la intención de explicitar esas relaciones –por ejemplo, entre medida y proporcionalidad, entre proporcionalidad y fracciones– se proponen diferentes momentos de trabajo en los cuales algunos conocimientos que ya fueron abordados, que circularon y que los alumnos tienen en cierta forma disponibles, puedan comenzar a funcionar de manera simultánea para tratar nuevos problemas.

El uso de recursos tecnológicos

En varios capítulos de este libro se propone que los alumnos apelen a recursos tecnológicos. Por un lado se propicia el uso de la calculadora para diferentes tipos de tareas: resolución de problemas que requieren varios cálculos, como medio de verificación de resultados obtenidos mediante otros recursos, exploración de propiedades de las operaciones, o indagación acerca de las características del sistema de numeración. El ícono  indica que se habilita su uso para la resolución o la verificación.

En esta serie se propone la resolución de problemas geométricos usando diferentes instrumentos, y los íconos  explicitan cuáles son los habilitados en cada caso. No obstante, para algunos problemas también se

podría usar el programa GeoGebra para explorar, analizar y debatir acerca de propiedades de las figuras a partir de problemas que involucran construcciones. Si bien recién a partir de 5.º se explicita su uso, el docente de 4.º podrá proponer su exploración y uso para resolver algunas de las situaciones.

Sobre la gestión de la clase

Se necesitan diversas modalidades de organización de la clase en función de las variadas formas que puede adquirir el trabajo matemático, del nivel de conocimientos que el problema involucra y del tipo de interacciones que se pretende promover.

En todos los capítulos hay una gran cantidad de situaciones que se proponen para una exploración individual de manera que cada alumno pueda enfrentarse al o a los problemas desde los conocimientos que tiene disponibles. Estos primeros acercamientos a la resolución serán puntos de partida para el análisis colectivo posterior. También hay propuestas de trabajo individual al finalizar cada capítulo, en las páginas que llevan por título *Problemas para estudiar*, dirigidas a instalar

tiempos individuales de estudio, de sistematización, o bien de volver a enfrentarse a las propias dificultades que pudieron haber estado presentes a lo largo del capítulo.

En otras oportunidades se sugiere abordar algunos problemas en parejas cuando se espera que las interacciones entre los alumnos sean fecundas para la circulación y la explicitación de conocimientos. Esta modalidad se adopta cuando la propuesta es más compleja o más exploratoria y, en consecuencia, se pretende que se generen intercambios entre los niños.

También hay muchos momentos en los que se propicia un trabajo colectivo. Estas actividades aparecen en las portadas de cada capítulo —para iniciar el abordaje de un contenido— y bajo el título *Para hacer todos juntos* al final de cada doble página. En esta sección la tarea que se propone puede involucrar una complejidad mayor, cierta sistematización de conocimientos o incluso instalar un proceso de generalización.

Asimismo, se prevén como instancias colectivas los momentos para establecer cierto vocabulario, para definir propiedades o presentar algunas explicaciones. Esta información aparece encabezada bajo el título *Para leer juntos*.

II. Aportes para organizar la enseñanza

En estas páginas se optó por presentar dos recursos para el docente:

- una posible *distribución anual de los contenidos* de matemática de 4.º año que se abordan en el libro del alumno;
- ejemplos de *evaluaciones escritas* asociadas a los contenidos de cada capítulo y de criterios de corrección de cada uno de los ítems.

Estos recursos complementan los comentarios al docente presentados al interior de cada página del libro de texto y los materiales digitales (en los que se presenta una fundamentación de cada eje de contenidos explicando el tipo de problemas que abarca, las intencionalidades sobre los aprendizajes esperados, los criterios para realizar ajustes según niveles de complejidad y algunas referencias bibliográficas para el docente).

Posible distribución de contenidos

La distribución anual de contenidos fue concebida como un recurso para la elaboración de una planificación anual. Es preciso aclarar que se trata de apenas una propuesta entre las

muchas que se pueden elaborar con los mismos contenidos y por ello podrá sufrir transformaciones a partir de las decisiones de cada docente y cada institución. Como toda planificación, esta involucra una hipótesis de trabajo: ciertos objetivos, tiempos destinados a ellos, una priorización de algunas metas por sobre otras y una anticipación de desarrollos posibles. Esta distribución de contenidos también requerirá ajustes sobre la marcha a partir de la puesta en funcionamiento del proyecto de enseñanza.

¿Qué criterios se utilizaron para realizar esta distribución anual de contenidos? Por un lado se intentó preservar cierto orden teniendo en cuenta las interrelaciones entre conceptos tratados en diferentes capítulos. En segundo lugar se buscó sostener cierta complejidad creciente al variar de contenidos, de manera que los alumnos tengan la oportunidad de volver a tratar con ciertos tipos de problemas ampliando y profundizando la diversidad de conceptos y recursos. Otro criterio ha sido alternar el trabajo aritmético, el trabajo geométrico y el relativo a la medida. Finalmente, los recortes de contenidos propuestos se realizaron teniendo en cuenta que sea posible

abordarlos en tiempos establecidos. Para esta distribución de contenidos, hemos considerado aproximadamente 150 clases de matemática de 40 minutos cada una (en función de la medida anual prevista de 180 días de clases). Asimismo, es posible estimar que la resolución de los problemas y los debates o espacios colectivos que estos generan en cada página del libro involucran aproximadamente 1 clase de 40 a 60 minutos. Es obvio que se trata de una medida de tiempo aproximada, dado que en cada clase, cada día y cada institución están sujetos a condicionamientos y restricciones no previsibles ni generalizables. Sin embargo, la inclusión de estos tiempos busca colaborar con el docente en la elaboración de su proyecto de enseñanza.

Ejemplos de evaluación y corrección

Con respecto a las evaluaciones que se presentan, es importante explicitar qué concepción de evaluación subyace a la propuesta didáctica de este libro. La evaluación permite tanto tener elementos sobre la marcha de los aprendizajes de los alumnos, como obtener información que permita tomar decisiones sobre la enseñanza: volver a tratar un tema, enseñar otra vez a algunos alumnos, abordar un contenido desde un nuevo punto de vista, afianzar el dominio de algún recurso específico, etc. Evaluar los progresos implica comparar los conocimientos del alumno con sus propios conocimientos de partida —y no solo con los conocimientos de sus compañeros o con los esperados por el docente— apostando a que lo que el alumno todavía no logró, podrá lograrlo en otro momento, luego de una nueva enseñanza.

Es preciso aclarar que las evaluaciones propuestas no incluyen todos los tipos de problemas tratados en cada capítulo. Por un lado, por cuestiones de extensión; por el otro, porque se seleccionaron aquellos contenidos prioritarios y sobre los cuales se busca cierto nivel de dominio por parte de los alumnos, descartando en cambio aquellos tipos de problemas que apuntan a un trabajo más exploratorio. Con criterios similares se construyeron las hojas finales de cada capítulo bajo la sección *Problemas para estudiar*. Este conjunto de problemas podrá utilizarse como una instancia de repaso y de estudio previa a la evaluación escrita presente en estas páginas.

La evaluación de los alumnos no se reduce a las pruebas escritas, es evidente que esta instancia implica solo una fuente

más de información que debe ponerse en diálogo con lo que el docente analiza en términos de logros y dificultades de sus propias clases, la participación de los alumnos en tareas grupales, el tipo de intervenciones y preguntas que los alumnos hacen, cómo explican su trabajo, sus aportes en instancias colectivas que involucran interpretar procedimientos y soluciones propias y ajenas, etcétera.

En síntesis, es importante, entonces, explicitar que las instancias de evaluación incluidas en este libro deben complementarse con muchas otras formas de evaluar y con una perspectiva ligada a la asunción de las responsabilidades de ofrecer más y diferente enseñanza cuando los resultados individuales o colectivos no son los esperados. Al pensar estas pruebas como insumos para tomar decisiones didácticas, cobra sentido anticipar qué resultados se espera obtener frente a cada clase de problemas. Por ello se incluyeron criterios de corrección que intentan superar algunas prácticas usuales: la dicotomía bien/mal, la mirada solo centrada en los resultados o en las calificaciones numéricas. En su lugar, desde una perspectiva de proceso y un análisis cualitativo, se presentan posibles procedimientos correctos, parcialmente correctos o incorrectos. El análisis de esta diversidad de recursos desplegados por los alumnos permitirá, entonces, que el docente revise las decisiones didácticas y eventualmente imprima modificaciones en nuevos dispositivos que les permitan a todos los alumnos volver sobre aquellas cuestiones que aún requieren más tiempo de trabajo o un tipo de intervenciones diferentes.

En estas páginas se presentan evaluaciones y sus criterios de corrección para los capítulos 2 a 12, dado que el primer capítulo es un espacio de revisión de contenidos de tercer grado y podrá acompañar el proceso de diagnóstico de los conocimientos disponibles por parte de los alumnos.

Por último, quisiéramos resaltar las relaciones entre ambos tipos de recursos aquí presentados: la distribución de contenidos y la interpretación de los resultados de las evaluaciones. Hemos mencionado inicialmente que una planificación involucra una hipótesis de trabajo, y en este sentido, su mirada sobre los resultados de las evaluaciones que desarrolle el docente para identificar los progresos de sus alumnos incidirá en esa planificación, así como cualquier transformación en la planificación deberá incidir en la elaboración y el análisis de instancias de evaluación.