

Matemática en sexto

Libro del docente

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

Matemática en sexto. Libro del docente es una obra colectiva, creada y diseñada en el Departamento Editorial de Ediciones Santillana S.A., bajo la dirección de Herminia Mérega y Graciela Pérez de Lois, por el siguiente equipo:

Coordinación: Claudia Broitman

Asesoramiento didáctico: Horacio Itzcovich

Autoría: Claudia Broitman, Mónica Escobar, Verónica Grimaldi, Andrea Novembre, Inés Sancha

Diseño de propuestas didácticas para Operaciones con números naturales: Héctor Ponce

Editor: Juan Sosa

Jefa de edición: María Laura Latorre

Gerencia de gestión editorial: Mónica Pavicich

Agradecemos la colaboración de Jorge Bonassisa en los guiones humorísticos de las portadas.

Santillana

La realización artística y gráfica de esta edición ha sido efectuada por el siguiente equipo:

Jefa de arte: Claudia Fano

Diseño de tapa y diagramación: Alejandro Pescatore

Corrección: Paula Smulevich

Ilustración: Leonardo Arias

Documentación fotográfica: Ariadna Demattei, Leticia Gómez Castro, Teresa Pascual y Nicolas Verdura

Fotografía: Archivo Santillana

Preimpresión: Miriam Barrios, Marcelo Fernández, Gustavo Ramírez y Maximiliano Rodríguez

Gerencia de producción: Gregorio Branca

Este libro no puede ser reproducido total ni parcialmente en ninguna forma, ni por ningún medio o procedimiento, sea reprográfico, fotocopia, microfilmación, mimeógrafo o cualquier otro sistema mecánico, fotoquímico, electrónico, informático, magnético, electroóptico, etcétera. Cualquier reproducción sin permiso de la editorial viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

© 2010, EDICIONES SANTILLANA S.A.

Av. L. N. Alem 720 (C1001AAP),
Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

ISBN: 978-950-46-2205-5

Queda hecho el depósito que dispone
la Ley 11.723.

Impreso en Argentina. Printed in Argentina.
Primera edición: XXXXXX de 2010.

Matemática en sexto : libro del docente /
Claudia Broitman ... [et.al.] . - 1a ed. - Buenos Aires :
Santillana, 2010.
192 p. ; 28x22 cm.

ISBN 978-950-46-2205-5

1. Matemática. 2. Enseñanza Primaria. 3. Libro del
Docente. I. Broitman, Claudia
CDD 372.7

Este libro se terminó de imprimir
en el mes de XXXXXX de 2010, en
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX, XXXXXXXX,
XXXXXXXXXX, XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX,
República Argentina.

Índice

Índice de contenidos	IV
1. Algunas ideas sobre la enseñanza de la Matemática	VI
1.1.El rol de los problemas	VI
1.2.La exploración como parte del trabajo matemático	X
1.3.Los modos de representación espontáneos y convencionales	XI
1.4.La validación como parte de la responsabilidad del alumno	XI
1.5.La producción de algunas propiedades matemáticas más generales	XII
1.6.La relación entre conceptos que aparentan ser independientes	XII
1.7.La calculadora como una herramienta de exploración y validación	XIII
1.8.Organización de cada capítulo y gestión de la clase	XIV
2. Organización de contenidos	XVIII
2.1.Capítulo 1. Numeración	XVIII
2.2.Capítulo 2. Operaciones I	XVIII
2.3.Capítulo 3. Triángulos, cuadriláteros y circunferencias	XIX
2.4.Capítulo 4. Operaciones II	XX
2.5.Capítulo 5. Divisibilidad	XXI
2.6.Capítulo 6. Polígonos	XXII
2.7.Capítulo 7. Expresiones fraccionarias	XXII
2.8.Capítulo 8. Expresiones decimales y fraccionarias	XXIII
2.9.Capítulo 9. Proporcionalidad	XXV
2.10.Capítulo 10. Longitudes, capacidades y pesos	XXVI
2.11.Capítulo 11. Área y perímetro	XXVI
Bibliografía para el docente	XXVIII

Índice de contenidos

Capítulo 1. Numeración

Lectura, escritura y orden de números naturales.	
Diferentes expresiones para un mismo número	6-7
Análisis del valor posicional	8-9
Análisis del valor posicional para anticipar el resultado de multiplicaciones y divisiones por la unidad seguida de ceros	10-11
Revisión de diferentes clases de problemas que involucran el estudio de la numeración	12-13
Exploración de problemas más complejos que involucran el estudio de la numeración	14

Capítulo 2. Operaciones I

Problemas de multiplicación de diversos sentidos: series proporcionales, organizaciones rectangulares y combinatoria	16-17
Problemas de división de diversos sentidos: reparto, partición, análisis del resto, organizaciones rectangulares e iteraciones	18-19
Cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones. Utilización de resultados conocidos para resolver otros cálculos	20-21
Propiedades de la multiplicación	22-23
Propiedades de la división	24-25
Análisis de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto	26-27
Revisión de diferentes problemas con números naturales y de diversas estrategias de cálculo	28-29
Exploración de problemas más complejos que involucran operaciones con números naturales	30

Capítulo 3. Triángulos, cuadriláteros y circunferencias

Análisis de características de figuras que contienen circunferencias, triángulos y cuadriláteros	32-33
Análisis de las relaciones entre circunferencias, triángulos y cuadriláteros. Propiedades de triángulos	34-35
Exploración y análisis de algunas características de las alturas de los triángulos	36-37
Análisis de algunas propiedades de los paralelogramos a partir de actividades de construcción	38-39
Exploración y análisis de propiedades de ángulos, lados y diagonales de paralelogramos	40-41
Revisión de diferentes clases de problemas que involucran circunferencias, triángulos y cuadriláteros	42-43
Exploración de problemas más complejos que involucran circunferencias, triángulos y cuadriláteros	44

Capítulo 4. Operaciones II

Relaciones entre la multiplicación y la división	46-47
Problemas de combinatoria. Análisis de diversos procedimientos que permiten resolverlos	48-49
La potenciación como herramienta de resolución de problemas de tipo recursivo	50-51
Estrategias para estimar el resultado de multiplicaciones y divisiones	52-53
Orden de las operaciones	54-55
Resolución de situaciones para las que es necesario realizar más de un cálculo	56-57
Revisión de diferentes clases de problemas con números naturales y de diversas estrategias de cálculo	58-59
Exploración de problemas más complejos que involucran operaciones con números naturales	60

Capítulo 5. Divisibilidad

Múltiplos y divisores. Relaciones entre problemas de división y los conceptos de múltiplo y divisor	62-63
Múltiplos y divisores. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor	64-65
Uso de múltiplos y divisores para obtener información sobre números y resultados de cálculos	66-67
Múltiplos y divisores. Criterios de divisibilidad	68-69
Revisión de diferentes clases de problemas que involucran la divisibilidad	70-71
Exploración de problemas más complejos que involucran la divisibilidad	72

Capítulo 6. Polígonos

Análisis de algunas características que involucran lados, ángulos y diagonales de polígonos	74-75
Análisis de propiedades que involucran los ángulos interiores y centrales de los polígonos	76-77
Revisión de diferentes clases de problemas que involucran polígonos	78-79
Exploración de problemas más complejos que involucran polígonos	80

Capítulo 7. Expresiones fraccionarias

Relación entre fracción y división. Equivalencia entre diferentes expresiones fraccionarias	82-83
Las fracciones para expresar una medida	84-85
Comparación de fracciones. Búsqueda de fracciones entre dos dadas. Recta numérica	86-87
Multiplicación de una fracción por un número entero en el contexto de la proporcionalidad	88-89
Multiplicación de fracciones	90-91
Cálculos mentales con fracciones	92-93
Operaciones con fracciones	94-95
Relaciones entre fracciones en el contexto de las proporciones	96-97
Revisión de diferentes clases de problemas que involucran el estudio de las fracciones	98-99
Exploración de problemas más complejos que involucran el estudio de las fracciones	100

Capítulo 8. Expresiones decimales y fraccionarias

Expresiones decimales: lectura, escritura y orden. Representación en la recta numérica	102-103
Análisis del valor posicional en expresiones decimales	104-105
Equivalencia entre expresiones fraccionarias y decimales	106-107
Multiplicación y división por la unidad seguida de ceros	108-109
Estrategias de cálculo para sumar y restar decimales	110-111
Estrategias de cálculo para multiplicar decimales	112-113
Cociente decimal entre dos números naturales. Cálculos mentales de división entre expresiones decimales	114-115
División entre expresiones decimales	116-117
Revisión de diferentes clases de problemas que involucran expresiones decimales y fraccionarias	118-119
Exploración de problemas más complejos que involucran expresiones decimales y fraccionarias	120

Capítulo 9. Proporcionalidad

Propiedades de la proporcionalidad directa con números naturales y racionales	122-123
Porcentaje como relación de proporcionalidad. Porcentaje, fracciones y decimales. Cálculo de porcentajes	124-125
Gráficos circulares y cartesianos. Interpretación y producción de gráficos y su relación con la proporcionalidad directa	126-127
Situaciones no proporcionales y de crecimiento proporcional	128-129
La proporcionalidad inversa. Propiedades. Comparación con la proporcionalidad directa	130-131
Revisión de diferentes clases de problemas que involucran el estudio de la proporcionalidad	132-133
Exploración de problemas más complejos que involucran el estudio de la proporcionalidad	134

Capítulo 10. Longitudes, capacidades y pesos

Equivalencias entre unidades de medida de longitud. Uso de expresiones decimales y fracciones decimales	136-137
Equivalencias entre unidades de medida de peso. Uso de expresiones decimales y fracciones decimales	138-139
Equivalencias entre unidades de medida de capacidad. Uso de expresiones decimales y fracciones decimales	140-141
Estimación de medidas y elección de las unidades convenientes. Otros sistemas de medida	142-143
Revisión de diferentes clases de problemas con medidas de longitud, peso y capacidad	144-145
Exploración de problemas más complejos que involucran medidas	146

Capítulo 11. Área y perímetro

Medición y comparación de áreas de figuras	148-149
Área y perímetro. Independencia entre sus variaciones	150-151
Unidades de medida de área	152-153
Fracciones para determinar el área de un rectángulo. Fórmulas de área del rectángulo y del cuadrado	154-155
Cálculo de áreas de figuras diversas a partir de las fórmulas del triángulo y del rectángulo	156-157
Revisión de diferentes clases de problemas con área y perímetro	158-159
Exploración de problemas más complejos que involucran área y perímetro	160

1. Algunas ideas sobre la enseñanza de la Matemática

El propósito de este apartado es hacer explícitas algunas ideas sobre la enseñanza de la Matemática en el segundo ciclo de la escolaridad, las cuales fundamentan las decisiones adoptadas para la elaboración de este libro.

1.1. El rol de los problemas

Los problemas enmarcan el trabajo matemático, permiten proponer desafíos nuevos y durante cierto tiempo se constituyen en objeto de estudio. Se parte de la idea de que es necesario que los alumnos se enfrenten a ciertos problemas que podrían colaborar en el desarrollo de procesos constructivos, a partir de poner en juego conocimientos iniciales y construir nuevos. Este proceso exige elaboraciones y reelaboraciones sucesivas, que pueden promoverse desde la enseñanza, apuntando a un acercamiento progresivo desde los conocimientos de los niños hacia los saberes propios de la Matemática.

¿A qué nos referimos con “problema”? Para que los niños puedan aproximarse a cierto tipo de trabajo matemático precisan enfrentarse a situaciones que les presenten un grado de dificultad, que sean verdaderos “problemas”. No se espera, entonces, que “salgan bien” desde el primer intento; por el contrario, es la dificultad de la situación propuesta la que genera la posibilidad de aprender algo nuevo. La idea es que la complejidad de los problemas sea tal, que no les sea suficiente con lo que saben para resolverla “con comodidad”. Pero, a la vez, se debe permitir a los alumnos imaginar y desplegar formas de resolución o exploración a partir del uso de sus conocimientos. Seguramente esas estrategias usadas inicialmente no serán expertas ni muy económicas, pero constituirán el punto de partida para la producción de nuevos conocimientos.

Es importante advertir que —además de los más habituales, de un enunciado y una pregunta— también se considera “problemas” a otras prácticas, como inventar estrategias de resolución nuevas o más económicas que una dada, explicitar relaciones entre dos formas de resolución de un mismo problema, interpretar un procedimiento ajeno, discutir la validez de una afirmación, analizar un error, copiar una figura, comunicar información para reproducir un dibujo, identificar similitudes y diferencias entre problemas, establecer relaciones entre conceptos que aparentan ser independientes, entre otras tareas.

Para promover avances sobre un conocimiento matemático, un recorrido posible lo constituye la resolución de una clase de problemas, o sea una colección de situaciones que permite a los alumnos identificar ciertas similitudes entre ellas, no tanto en sus enunciados como en los modos de representación que admiten y las formas de resolución posibles.

Para que los niños puedan poner en juego ciertos conocimientos como punto de partida —aun cuando sean erróneos o no convencionales— y a la vez los pongan a prueba, los modifiquen, amplíen y sistematicen, será preciso

que se enfrenten a un mismo tipo de problemas en varias oportunidades. Un trabajo sistemático de varias clases próximas entre sí promueve reorganizar una y otra vez estrategias de resolución, pensar de nuevo en las relaciones que aparecieron antes, abandonar ensayos erróneos e intentar nuevas aproximaciones. Por ello, en este libro las propuestas se organizan en secuencias de varias páginas, en las que se visitan y revisitan, una y otra vez, los mismos tipos de problemas y con ello se favorecen avances. Ese tipo de situaciones puede permanecer en la clase durante un tiempo más prolongado que el que proponen las páginas de este libro, para que verdaderamente logren instalarse.

Además de volver sobre una misma clase de situaciones con otras herramientas, es necesario que los niños se enfrenten a problemas nuevos. Por ello, progresivamente se van incorporando variaciones a las situaciones, con el propósito de agregar otro tipo de desafíos.

Para sostener estas ideas sobre los problemas y su secuenciación es necesario aceptar y prever la provisoriedad y el largo plazo en los procesos de construcción de conceptos matemáticos en la escuela. Aquellas cuestiones que en algún momento se resuelven con estrategias poco avanzadas, luego de cierto trabajo sostenido se resolverán con recursos más económicos.

Para mostrar un ejemplo de cómo se presentan estas ideas en el libro, se puede observar una parte del capítulo 1 (Numeración) en la que se propone una colección de problemas que si bien apunta a un mismo conocimiento, es de complejidad y descontextualización creciente.

◆ Cada mes una fábrica reparte en partes iguales los lápices que produce entre 100 librerías. Completá la tabla.

Mes	Cantidad de lápices	Lápices en cada librería	Lápices que sobran
Enero	201.138		
Febrero	121.305		
Marzo	87.700		

10

◆ Sin hacer la cuenta, ¿cuál es el resto de cada cálculo?

a) $30.600 : 10 \rightarrow$ d) $30.607 : 10 \rightarrow$ g) $342.715 : 100 \rightarrow$
 b) $30.600 : 100 \rightarrow$ e) $30.607 : 100 \rightarrow$ h) $340.715 : 10.000 \rightarrow$
 c) $30.600 : 1.000 \rightarrow$ f) $30.607 : 1.000 \rightarrow$ i) $342.000 : 10.000 \rightarrow$

◆ Completá la tabla de divisiones por 10, 100 y 1.000.

Dividendo	345.679	12.307		12.321	2.400.089
Divisor	10	100	1.000		1.000
Cociente			23	123	
Resto			999	21	

Concebir los problemas como “motores” de producción de conocimientos nuevos implica hacer aparecer una variedad de procedimientos posibles por parte de los niños. Tanto cuando se trate de sumar dos fracciones como de escribir una expresión decimal, analizar si son equivalentes dos medidas o

copiar una figura, los niños podrán resolver la situación con estrategias variadas según los conocimientos y los recursos de que dispongan. Producir recursos nuevos, interpretar otros modos de resolución y establecer relaciones entre ellos es parte del quehacer matemático.

La variedad de formas de resolución también es un buen indicador de que los problemas propuestos al inicio no son tan simples como para que todos los resuelvan del mismo modo ni tan complejos como para que no los puedan resolver. Ahora bien, un problema que ya se ha tornado conocido, tiempo después suele resolverse con estrategias más homogéneas e incluso más convencionales, y entonces allí una cierta uniformidad podrá interpretarse como marca de un avance colectivo. Por ejemplo, en el capítulo 7 (Expresiones fraccionarias) se propone el trabajo con los siguientes problemas.

Fracciones, división y equivalencia

1 Intentá determinar cuánta pizza come cada amigo si se trata de repartir, sin que sobre nada y en partes iguales:
a) 3 entre 4. b) 5 entre 8. c) 4 entre 5.

2 Se quieren repartir, en partes iguales y sin que sobre nada, 13 chocolates entre 4 chicos. ¿Cuánto chocolate recibirá cada uno?

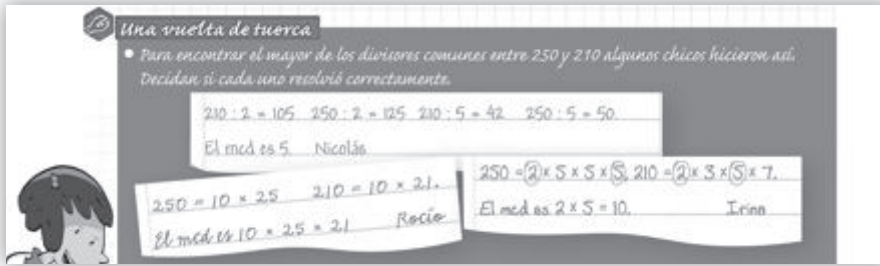
3 Para pensar en cómo repartir alfajores en partes iguales con sus amigos, sin que sobre nada, Camilo escribió esta cuenta.
¿Cuántos alfajores repartió, entre cuántos amigos y cuánto recibió cada uno?

$$\begin{array}{r} 21 \overline{) 4} \\ \underline{1} \\ 5 \end{array}$$

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

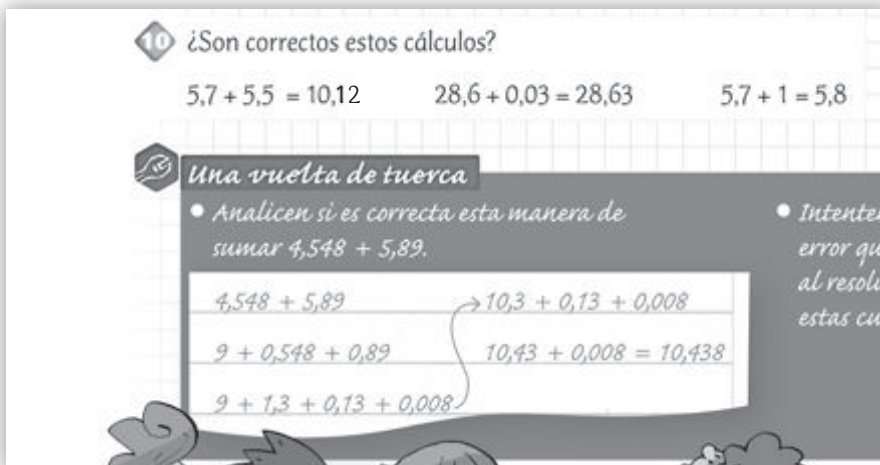
En muchas propuestas de este libro se explicitan momentos de trabajo dirigidos especialmente a comunicar, comparar y apropiarse de diferentes formas de resolver los problemas; o sea que los procedimientos de resolución se tornan en sí mismos objetos de estudio y de debate. En algunas oportunidades se propone interpretar procedimientos o ideas de niños que suelen ser habituales en momentos de aprendizaje. La intención es aportar otras estrategias que tal vez no hayan aparecido, darle estatuto de validez a estrategias

poco convencionales y también que los niños aprendan a considerar otros puntos de vista sobre la misma situación. De algún modo son marcas del tipo de tarea que se pretende instalar en la clase, espacios colectivos de análisis del problema a propósito de la diversidad de formas de abordaje. Interpretar producciones requiere considerar otros puntos de vista y enriquece la mirada sobre el problema en cuestión. Por ejemplo, en el capítulo 5 (Divisibilidad).



Interpretar errores ajenos es fecundo, tanto para los alumnos que han producido errores similares como para aquellos a los que les es evidente por qué es un error, e invita a los niños a justificar y explicitar razones. También para los docentes constituye una “pista” para poder identificar, en sus propias clases, varios de los procedimientos o errores y decidir abordar el análisis de aquellos que verdaderamente aparecieron en el aula en lugar de los aquí propuestos.


Los errores son parte del proceso constructivo, marcas visibles del estado de conocimientos de los niños en un momento determinado y exigen un trabajo sistemático para su superación –trabajo a veces de la misma naturaleza que producir nuevos conocimientos más acertados–. Algunos de los errores que cometen los niños se fundamentan en explicaciones que tienen su propia lógica. Comprenderla y colaborar en su superación requiere un trabajo colectivo y sistemático. Por ejemplo, en el capítulo 8 (Expresiones decimales y fraccionarias) se propone:



1.2. La exploración como parte del trabajo matemático

Si bien una de las características del trabajo matemático reside en la resolución y el análisis de los problemas (y todo lo que ello implica, detallado antes) hay otras marcas del trabajo matemático que se han incluido. A menudo, en la resolución de un problema, un primer intento no siempre conduce “a buen puerto”. Es necesario realizar varios ensayos, identificar en qué consisten los errores que impiden arribar a la solución o buscar cierta información que puede estar involucrada en el trabajo que se propone. Se trata de un juego entre la anticipación de la resolución y los efectos de las decisiones que se han ido tomando, de manera de sistematizar la búsqueda. En este sentido es central el doble rol del docente. Por un lado alienta el momento de búsqueda y exploración, pero simultáneamente “da pistas” a los alumnos para guiar sus búsquedas —hacia algún lugar que les permita seguir avanzando— o los invita a analizar los errores producidos para superarlos. Hay un interjuego entre explorar, probar, ensayar, por una parte, y reordenar la búsqueda y sistematizar, por la otra. Por ejemplo, en el capítulo 6 (Polígonos) se propone:

Este octógono fue cubierto por 8 triángulos. Investiga si es posible cubrirlo con una cantidad menor de triángulos.



¿Es cierto que la menor cantidad de triángulos que se necesitan para cubrir un cuadrilátero es 2? ¿Y que para un pentágono es 3? ¿Y cuántos triángulos son necesarios para cubrir un hexágono?

Y en la misma página el problema siguiente intenta sistematizar esta exploración apuntando a identificar cierta regularidad.

Una vuelta de tuerca

• Completar la tabla.

Polígono	Cantidad de lados	Cantidad de diagonales que se trazan desde cada vértice	Cantidad mínima de triángulos que lo cubren
Cuadrilátero	4		
Pentágono	5		
Hexágono	6		
Heptágono	7		
Octógono	8		

1.3. Los modos de representación espontáneos y convencionales

Durante la exploración de un problema nuevo los niños suelen recurrir a dibujos, representaciones gráficas y simbólicas, cálculos, diagramas, etc. Estas formas de representación espontáneas podrán ser un punto de partida interesante del trabajo. El docente podrá alentar a sus alumnos a producir representaciones propias, aun cuando sean poco económicas y alejadas de las convencionales. Ahora bien, un momento después, el docente podría proponer un análisis de esas formas de representación y la discusión sobre su fertilidad y validez. Avanzar sobre las formas de representación es parte de lo que se espera promover en el proceso de estudio de un concepto. El docente podrá invitar a los alumnos a analizar la economía de las formas usadas e incluso presentar otros modos de representación (convencionales o no) que no hayan aparecido en la clase. Por ejemplo, en el capítulo 4 (Operaciones II), se propone:

En un torneo intercolegial participan 5 escuelas. Los equipos juegan todos contra todos una sola vez. Para calcular cuántos partidos van a jugarse, Nicolás y Daniela utilizaron procedimientos diferentes.

Nicolás

Equipos	A	B	C	D	E
A	—	X	X	X	X
B	X	—	X	X	X
C	X	X	—	X	X
D	X	X	X	—	X
E	X	X	X	X	—

Daniela

A B, C, D, E
B C, D, E
C D, E
D E

a) ¿Qué cálculos pueden hacer Nicolás y Daniela para averiguar la cantidad de partidos?

b) Si cada equipo jugara partido y revancha contra todos los demás, ¿cuántos partidos se jugarían?

Machete:
En los problemas en los que hay que calcular la cantidad posible de combinaciones aparecen cantidades que se repiten. La manera de

© Santillana S.A. Prohibida su fotocopia. Ley 11.723

1.4. La validación como parte de la responsabilidad del alumno

Parte del quehacer matemático involucra determinar la validez de lo producido. En este sentido se apunta a un trabajo matemático en la clase en el que los alumnos puedan, progresivamente, “hacerse cargo”, por sus propios medios, de la validez de los resultados que encuentran y de las relaciones que establecen. En un principio es un objetivo que los alumnos puedan despegarse de la mirada del docente en cuanto a si “está bien” o “está mal” lo producido. Es decir, se trata de identificar como parte del trabajo del alumno la responsabilidad de verificar si lo realizado es correcto o no.

Se apuntará también a que los alumnos encuentren en el conocimiento matemático herramientas que permitan determinar la validez de afirmaciones, elaborando argumentos, razones y justificaciones. Por ejemplo, en el capítulo 5 (Divisibilidad) se propone:

Decidi si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Todos los números que al dividirse por 2 tienen resto 0, cuando se los divide por 4 también tienen resto 0, cuando se los divide por 6 también tienen resto 0.

b) Todos los números que al dividirse por 6 tienen resto 0, al dividirse por 2 también tendrán resto 0.

1.5. La producción de algunas propiedades matemáticas más generales

Simultáneamente a la adquisición paulatina de conocimientos que permitan a los alumnos validar por sus propios medios los resultados obtenidos, se busca que se involucren en la determinación de los alcances de los recursos que se van produciendo. Es decir, inicialmente los alumnos pueden determinar la validez de una afirmación o un cálculo específico en función de un problema o un contexto particular. Se tratará de promover la reflexión hacia el carácter más general de ciertas ideas que han circulado e incluso en ciertas ocasiones llegar a establecer reglas válidas para cualquier caso.

El trabajo matemático apunta a estudiar clases de problemas y propiedades de los objetos matemáticos, como también a establecer criterios generales. A su vez incluye identificar los límites en la posibilidad de extender esas propiedades y formas de resolución: ¿pasará siempre?; ¿servirá para todos los números?; ¿esto sucederá con todos los cuadrados?; ¿habrá algún caso donde no se cumpla?, etc. Este trabajo, que apunta a la generalización, necesita crecer, con la intención de que las ideas generales que se vayan produciendo admitan modos de representación diferentes y formas de demostración progresivas. Por ejemplo, en el capítulo 3 (Triángulos, cuadriláteros y circunferencias).

b) ¿Es cierto que al trazar una de sus diagonales el rombo queda dividido en dos triángulos iguales? ¿Por qué?

c) Explica por qué es cierta la siguiente afirmación: "Los ángulos opuestos de un rombo tienen la misma medida".

1.6. La relación entre conceptos que aparentan ser independientes

Otro de los tipos de tareas que se proponen en este libro —y que forma parte de la actividad matemática que se propicia desarrollar— incluye la posibilidad de establecer relaciones entre conceptos que, en apariencia, no se relacionan o bien lo hacen de una forma que no es evidente “a los ojos” de los alumnos.

Con la intención de explicitar esas relaciones se proponen momentos diferentes en los cuales ciertos conocimientos, que ya se abordaron, circularon y los alumnos tienen disponibles, puedan comenzar a funcionar en forma simultánea para tratar problemas nuevos. En algunas oportunidades serán el motor de una explicación, en otras servirán para reconocer “puentes” entre conceptos, en otras ocasiones serán herramientas para pensar recorridos de solución; incluso podrán permitir la aparición de otros modos de representación. Se trata de ir configurando una imagen del trabajo que permita a los alumnos identificar por qué todo ese andamiaje forma parte de una misma disciplina.

Por ejemplo, en el capítulo 1 (Numeración), se propone un análisis de la relación entre las características del sistema de numeración y la posibilidad de anticipar el resto y el cociente de una división por la unidad seguida de ceros.

¿Son verdaderas o falsas estas afirmaciones? Explicá por qué.

a) Como $78 \times 10.000 + 999 = 780.999$, entonces $780.999 : 10.000$ tiene resto 999.

b) Como $435 \times 1.000 + 200 = 435.200$, entonces $435.200 : 1.000$ tiene resto 2.

Machete

Dividendo	Divisor
780.999	10.000
780.000	78
999	78
Resto	Cociente
999	78

1.7. La calculadora como una herramienta de exploración y validación

Se propone recurrir a la calculadora como instrumento para verificar y corregir resultados obtenidos por medio del cálculo mental y del cálculo algorítmico. La calculadora también es un instrumento al servicio de los otros contenidos; por ejemplo, para explorar relaciones al interior del sistema de numeración, resolver problemas de varios pasos y abordar problemas de proporcionalidad, de medida y otros. En varios capítulos se propone el uso de la calculadora con distintas finalidades.

En este ejemplo del capítulo 4 (Operaciones II) se propone que los alumnos recurran a la calculadora como medio para validar resultados obtenidos.

Sin hacer los cálculos, señalá entre qué números va a estar, aproximadamente, el resultado de cada uno de ellos. Comprá luego con la calculadora.

	Menos de 1.000	Entre 1.000 y 10.000	Más de 10.000
450×99			
80×25			
112×36			
32×18			

Aquí, en cambio, en el capítulo I (Numeración) se propone la calculadora como medio para facilitar la exploración y la producción de conjeturas.

5 Escribe en la calculadora el número 9.999.999. Usando solo nueves y ceros, haz 7 restas para obtener al final el número 0. Anota los cálculos que hiciste.



En otras ocasiones se propone el uso de la calculadora como medio de resolución de problemas más complejos y de varios pasos. En estos casos el centro del trabajo del alumno es determinar qué operaciones debe realizar y en qué orden. La calculadora le permite centrar la atención en estos aspectos.

1.8. Organización de cada capítulo y gestión de la clase

Cada capítulo se inicia con una portada que contiene información. A veces se incluyen datos históricos de cómo nació ese conocimiento, otras veces se relatan anécdotas de pueblos o de matemáticos en relación con el tema del capítulo. Junto a este texto se ofrece una sección humorística también vinculada al tema del capítulo y en ocasiones asociada al texto informativo.

Longitudes, capacidades y pesos Capítulo 10

En el sistema métrico decimal existe una unidad de medida de peso llamada tonelada. La palabra proviene de "tonel" y designa una cantidad que equivale a 1.000 kg. Se la conoce también como megagramo.

En el sistema anglosajón la tonelada refería originalmente a un gran tonel con un peso de 900 kg. En este sistema hay dos unidades diferentes, ambas llamadas tonelada. Por un lado, la tonelada corta, equivalente a 907 kg, que es una unidad muy utilizada en Estados Unidos. Por otro lado, la tonelada larga, que equivale a 1.016 kg y fue muy usada en Inglaterra; sin embargo, cayó en desuso cuando se adoptó la tonelada del sistema métrico.

En España la palabra tonelada estuvo asociada no solo a medidas de peso sino también a medidas de capacidad. Como unidad de peso, correspondía a una cantidad equivalente a 920 kg, mientras que como unidad de capacidad medía una cantidad equivalente a 0,189 m³. Otra tonelada, llamada de arqueo, equivale a 2,83 m³.

The cartoon depicts a character on a scale. The scale has a dial with '1 TONELADA' and '500 kg'. The character is being weighed, and the scale shows '1000 kg' and '1 TONELADA'. The character is holding a large object labeled '1 TONELADA'.

Cada capítulo está organizado en páginas dobles. En cada “doble página” se presenta una secuencia de varios problemas para resolver desde el

trabajo individual o en parejas. Son espacios para que cada alumno pueda enfrentarse a los desafíos desde los conocimientos que dispone. Como ya se señaló, es esperable que los problemas no sean resueltos de inmediato, que aparezcan errores diversos y que se desplieguen procedimientos y recursos variados. Estos acercamientos serán puntos de partida para que el docente pueda organizar el análisis colectivo posterior.

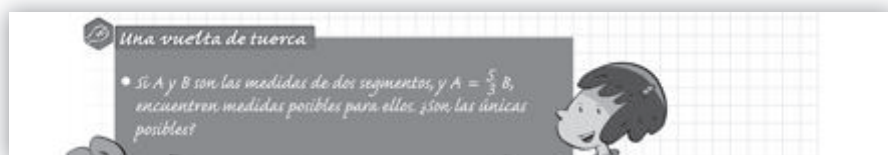
En este libro una de las instancias colectivas se organiza bajo el título *Una vuelta de tuerca*. En esta sección, ubicada al final de cada doble página, se propician diferentes tipos de actividades. En algunos casos se busca que los alumnos expliciten las estrategias y los conocimientos que produjeron para resolver los problemas. Por ejemplo, a propósito del análisis del valor posicional, en el capítulo 1 (Numeración).



En otros casos se promueve un espacio de reorganización y sistematización a partir de discutir la validez de ciertas afirmaciones. Por ejemplo, en el capítulo 8 (Expresiones decimales y fraccionarias).



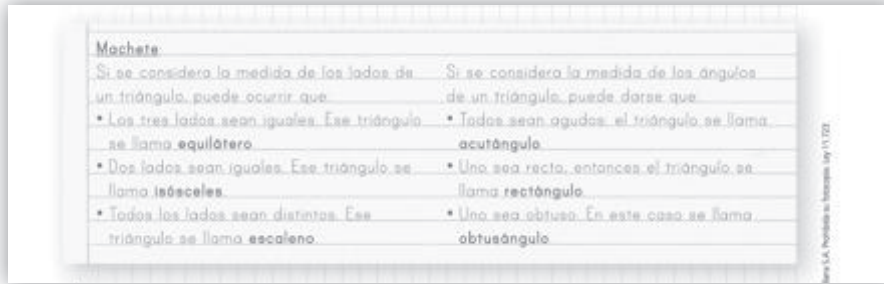
En ocasiones se proponen problemas un poco más complejos sobre el mismo contenido tratado. La instancia colectiva habilita a analizar y a explicitar relaciones nuevas vinculadas directamente con el trabajo realizado en la doble página. Por ejemplo, en el capítulo 7 (Expresiones fraccionarias).



Otra finalidad de *Una vuelta de tuerca* es promover el análisis de posibles errores o dificultades, como en este caso del capítulo 8 (Expresiones decimales y fraccionarias).




A lo largo del proceso de estudio es necesario establecer y conocer ciertas convenciones propias del saber matemático: un vocabulario específico, una definición, algunas propiedades. Estas informaciones, que se presentan bajo el título *Machete*, están pensadas para que se lean de manera colectiva y sean fuente de consulta en diferentes oportunidades. He aquí un ejemplo de *Machete* del capítulo 3 (Triángulos, cuadriláteros y circunferencias).




En todos los capítulos, hacia el final, se presenta una sección titulada *Una colección de problemas para estudiar*. Se trata de una nueva oportunidad para que los alumnos sistematicen sus conocimientos y se enfrenten a las dificultades propias que aún les presenta el tema tratado. Esta sección está pensada para promover un espacio de repaso, organizar “tarea para el hogar” o preparar una evaluación por escrito.

Una colección de problemas para estudiar

1 Usando como unidad de medida el rectángulo que se presenta, dibuja tres figuras diferentes que midan $4 \frac{1}{2}$.





2 A partir de esta figura como unidad de medida, dibuja una figura que mida $4 \frac{1}{2}$ esa unidad.




3 Dibuja tres figuras diferentes cuya área sea 4 cm^2 .

4 Elegí una de las figuras que dibujaste en el problema 3 y hacé una transformación para que quede otra figura de menor área y mayor perímetro.

5 ¿Cuál es el área del cuadrado si se usa como unidad de medida este rectángulo?

6 Esta figura tiene un área de 10 según cierta unidad de medida. Dibuja la unidad de medida que se usó.



7 Dibuja un rectángulo de $3 \frac{3}{4} \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$. Calculá el perímetro y el área.

8 En una hectárea, ¿entran 10, 100, 1.000 o 10.000 m^2 ?

9 ¿Cuántos centímetros cuadrados entran en 5 m^2 ?

10 Si se duplican los lados de un cuadrado, ¿se duplica el área? ¿Y el perímetro?

11 Completá esta tabla con equivalencias entre unidades de medida.

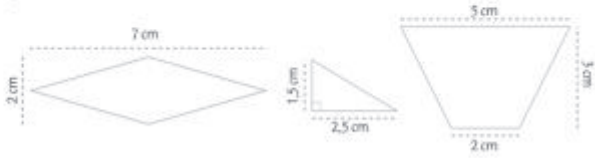
km^2	$\text{hm}^2 = \text{hectárea}$	m^2	cm^2
			100
3		1	
	20		

12 El área de un rectángulo es de $36 \frac{1}{2} \text{ cm}^2$. Calculá la medida de uno de los lados, sabiendo que el otro mide 4 cm.

13 Completá la tabla.


Objeto	Menos de 50 cm^2	Entre 50 cm^2 y 1 m^2	Entre 1 m^2 y 1 hm^2	Entre 1 hm^2 y 1 km^2	Más de 1 km^2
Una manzana de un barrio					
Una cancha de fútbol					
La pantalla de la computadora					

14 Calculá el área de cada figura utilizando como unidad de medida el centímetro cuadrado.



La última sección de cada capítulo es *Una vuelta más de tuerca*. En ella se presentan algunos problemas más complejos que los tratados en el cuerpo del capítulo, para resolver en grupos de 3 o 4 alumnos. Algunos problemas involucran establecer ciertas generalizaciones; otros demandan elaborar justificaciones por medio de argumentos y en otros se propone integrar cuestiones que quizá para los alumnos aún resulten independientes, o bien ampliar el universo en que se las usa. Se sugiere que estos problemas se presenten como un desafío lúdico, en un clima un poco más informal y sin necesidad de calificación; por lo tanto, no se los utilizará para evaluar a los alumnos.

Una vuelta más de tuerca



1. Calculen el valor de cada uno de los ángulos interiores de polígonos regulares de 10, 20 y 50 lados.

2. La suma de los ángulos interiores de un polígono regular es 1.620° . ¿Cuántos lados tiene ese polígono?

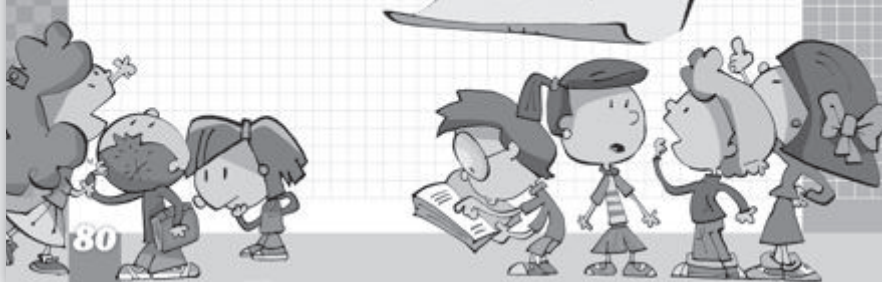
3. ¿Es posible que exista un octógono cuyos ángulos interiores sumen más que 1.080° ? ¿Y menos que 1.080° ? ¿Por qué?

4. La suma de los ángulos interiores de un pentágono es 540° . ¿Daré el doble para un decágono?

5. Si un polígono regular tiene un ángulo central de 15° , ¿cuántos lados tiene?

6. ¿Es posible que exista un polígono regular que tenga un ángulo central de 48° ? ¿Por qué?

80



2. Organización de contenidos

2.1. Capítulo 1. Numeración

Tanto los números naturales como sus operaciones fueron objeto de trabajo en años anteriores. En 6° se busca que los alumnos avancen en el estudio de su funcionamiento: dominar un campo mayor de la serie numérica, profundizar en la comprensión del valor posicional y en sus relaciones con las operaciones.

Se propone al inicio un tiempo de trabajo dirigido a recuperar y difundir los conocimientos de los alumnos sobre los números, mediante problemas que demandan escribir, leer y comparar números naturales. Como soporte para el trabajo se recurre a la representación en una recta numérica. La organización en grillas también podrá favorecer el análisis y el establecimiento de relaciones numéricas. Se proponen problemas diversos que involucran números mayores avanzando en la exploración de ciertas regularidades de la serie numérica. Se provee información sobre los nombres y las escrituras de números “redondos”, desde diez mil hasta incluso números muy grandes –estos últimos en términos exploratorios– como, por ejemplo, uno o diez billones. Otras situaciones exigen la interpretación de escrituras –usadas a veces en medios periodísticos– de grandes cantidades expresadas con números con coma (por ejemplo, 1,5 millones).

A continuación se proponen problemas que apuntan a estudiar el valor posicional y se promueve el análisis de la información numérica y su potencia para anticipar resultados de ciertos cálculos. Algunos problemas exigen la producción y la interpretación de escrituras basadas en la composición y la descomposición de números en potencias de diez (aunque el término “potencias” no sea propuesto en este capítulo). La calculadora permite presentar problemas que demandan la interpretación del valor posicional de algunas cifras para anticipar resultados de cálculos. También se proponen problemas que involucran encontrar el cociente y el resto al dividir por diez, cien y mil a partir del análisis de la información que provee la escritura del número.

En los capítulos Operaciones I y Operaciones II el trabajo con cálculo mental y algorítmico permitirá retomar varios de los aspectos desplegados en este capítulo.

2.2. Capítulo 2. Operaciones I

En este capítulo se propone un recorrido que se inicia con problemas a través de los cuales se busca recuperar y ampliar los conocimientos que los alumnos tienen sobre multiplicaciones y divisiones. En las primeras páginas

hay problemas que pueden resolverse con multiplicaciones. No se espera que los alumnos apelen desde el inicio a esta operación como única herramienta de resolución, sino que exploren diferentes tipos de recorridos. Aparecen en estas páginas distintos sentidos de la multiplicación (series proporcionales, organizaciones rectangulares y combinatoria).

A continuación se proponen problemas que se resuelven con divisiones. De la misma manera que con la multiplicación, no es una exigencia que los alumnos apelen desde el inicio a la división como herramienta única de resolución. Esta secuencia incluye diferentes sentidos de la división (repartos, particiones, análisis del resto, organizaciones rectangulares e iteraciones).

Para avanzar en el tratamiento de la multiplicación y la división se propicia la exploración de diferentes recursos de cálculo mental. Se busca que se profundice en la utilización de resultados conocidos para resolver otras multiplicaciones y divisiones. Para estos problemas los alumnos podrán utilizar la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros, las relaciones entre la multiplicación y la división, las características del sistema de numeración y —aunque aún de manera implícita— algunas propiedades de las operaciones en función de los números a tratar.

Luego se presentan situaciones que apuntan a que los alumnos profundicen el estudio de las propiedades de la multiplicación y la división. Se comienza con un análisis y una explicitación de las propiedades de la multiplicación, las cuales hasta el momento han funcionado de manera implícita. En algunos problemas el trabajo se orienta hacia cómo el dominio de las propiedades permite anticipar resultados de cálculos. Después se desarrolla un tratamiento similar en torno de las propiedades de la división. Este trabajo requerirá establecer qué propiedades de la multiplicación son válidas en la división, cuáles de estas funcionan en la división de otra manera y cuáles no son válidas.

Las últimas páginas proponen diferentes tipos de situaciones que invitan a analizar el funcionamiento de la división poniendo énfasis en las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto, y su potencia para anticipar el resultado de cálculos.

2.3. Capítulo 3. Triángulos, cuadriláteros y circunferencias

Este capítulo comienza con problemas que demandan describir y construir figuras que incluyen la circunferencia, o partes de ella, a partir del análisis de algunas de sus características. La finalidad de estas páginas es que los alumnos revisiten los conceptos de radio, diámetro y circunferencia, y recu-

peren el uso del compás para poder reinvertirlo en las páginas que avanzan sobre triángulos y cuadriláteros.

En las páginas que siguen se propone retomar propiedades de triángulos a partir de la identificación de puntos que cumplen ciertas condiciones asociadas con la idea de círculo y circunferencia. Algunos problemas invitan, sin recurrir a la medida, a tomar decisiones apelando a las relaciones estudiadas, en particular el análisis de las relaciones entre los lados del triángulo –para arribar a la propiedad triangular– y entre sus ángulos –para recordar la propiedad de la suma de los ángulos interiores–. Otros problemas demandan construcciones o la determinación de medidas “sin medir”, apoyándose en las propiedades anteriores. Algunas situaciones también exigen determinar si ciertos triángulos existen o no, partiendo de informaciones dadas sobre lados y ángulos. En páginas siguientes se avanza con la exploración de algunas propiedades de las alturas de los triángulos.

Luego se propone que los alumnos construyan cuadriláteros dadas ciertas informaciones sobre sus lados, ángulos y diagonales. Como los cuadriláteros pueden tratarse como dos triángulos unidos por la diagonal, las propiedades de los triángulos, ya estudiadas, serán un soporte para determinar propiedades de cuadrados, rectángulos, rombos y paralelogramos. Variar los instrumentos habilita el uso implícito de unas u otras propiedades de las figuras. El análisis de los problemas incluye la explicitación de las propiedades puestas en juego en función de los instrumentos utilizados en cada una de las construcciones.

Al final se avanza en el estudio de los paralelogramos. Por una parte se propone explorar la propiedad de los ángulos opuestos, a la luz del tratamiento de sus diagonales. Por otro lado se propone arribar a la propiedad de la suma de dos ángulos consecutivos de los paralelogramos otra vez mediante problemas que demandan averiguar la medida de ángulos sin medir efectivamente.

2.4. Capítulo 4. Operaciones II

El capítulo comienza con problemas de cálculo mental que ponen en el centro las relaciones entre la multiplicación y la división. Se trata de hacer foco en la interpretación de la información que provee una expresión de un cálculo multiplicativo para anticipar el resultado de otros cálculos multiplicativos o bien de divisiones. También se busca que los alumnos recuperen las relaciones entre divisor, cociente, dividendo y resto, a propósito de la comprensión de las relaciones multiplicativas involucradas.

Se continúa con una colección de problemas de combinatoria que proponen cuantificar agrupaciones diferentes. Los alumnos podrán ensayar formas de organizar la información que aseguren la exhaustividad en la búsqueda de los casos. Tras resolver estos problemas, mediante estrategias diversas, como conteo, diagramas, dibujos o cuadros de doble entrada, podrán analizar qué cálculos también permitirían representar y resolver cada problema. Se propone una ampliación de las clases de situaciones para incluir problemas de variación simple, analizando la diferenciación entre aquellos que admiten repeticiones y los que no las admiten. También se propone explorar problemas que involucran permutaciones, aunque los términos “variaciones” y “permutaciones” no se usen con los alumnos.

El capítulo continúa con situaciones que involucran la idea de potencia en problemas de tipo recursivo. El propósito es que los alumnos exploren problemas en los que la potencia puede ser una herramienta de resolución útil. Se espera que encuentren las respuestas a partir de realizar multiplicaciones sucesivas, y que el análisis de los cálculos realizados, y de lo que representan esos cálculos en el contexto de cada problema, permita dotar de sentido a la potenciación.

Luego se presentan problemas que implican la estimación de resultados. Como todo recurso, estas estrategias serán mejoradas progresivamente por los alumnos al tener variadas oportunidades de ponerlas en juego y reflexionar sobre ellas.

Un siguiente conjunto de problemas apunta a que los alumnos puedan analizar cuál es el orden en el que deben resolverse ciertas operaciones cuando aparecen reunidas en un mismo cálculo. También se propone la comparación de las posibilidades y las limitaciones del uso de la calculadora —tanto la común como la científica— para resolver problemas con más de un cálculo. Hacia el final del capítulo el estudio de la jerarquía entre las operaciones se reinvierte en la resolución de problemas de varios pasos que se resuelven con sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, y otros en los que la información está dada en diversos portadores. La complejidad de la tarea en estas situaciones no está determinada solo por el tipo de problema, sino también por la cantidad y la variedad de la información que se presenta. Se propicia el uso de la calculadora con la intención de que los alumnos se centren en la toma de decisiones de qué cálculos pueden hacer y en qué orden es pertinente realizarlos.

2.5. Capítulo 5. Divisibilidad

Este capítulo se inicia con diferentes problemas que tienen en común la necesidad de determinar la cantidad de veces que “un número entra en otro”. A partir de estas primeras situaciones exploratorias se avanza hacia la recuperación de la definición de múltiplo y divisor. Los problemas siguientes buscan poner en relación estos conceptos con la división. Se abordan situaciones de cálculo mental en las cuales las nociones de múltiplo y divisor se constituyen en herramientas para anticipar resultados de cálculos. Se trata de que los alumnos utilicen descomposiciones convenientes de factores –apoyados en la noción de divisor– para poder hallar el resultado de multiplicaciones y divisiones.

Luego se avanza con problemas que exigen la determinación de múltiplos y divisores comunes. Otros problemas exigen poner en juego relaciones entre los números produciendo descomposiciones. En ellos se elaboran y exploran algunos criterios de divisibilidad y se usan para anticipar el resto de divisiones sin necesidad de realizar las cuentas de dividir. Algunos criterios más complejos –o algunos otros poco frecuentes– se proponen para que sean analizados y usados por los alumnos. Los últimos problemas invitan a determinar la validez o la falsedad de ciertas afirmaciones sobre los criterios de divisibilidad.

2.6. Capítulo 6. Polígonos

En este capítulo se propone un conjunto de problemas que apunta a explorar las características de lados, ángulos y diagonales de diferentes polígonos. Algunos problemas proponen construcciones, otros copias y otros explorar relaciones, por ejemplo, la cantidad de diagonales que pueden trazarse desde un vértice y la cantidad de triángulos que permiten cubrir el polígono. Estas últimas relaciones generan un terreno propicio para la elaboración de la propiedad de la suma de los ángulos interiores de los polígonos.

2.7. Capítulo 7. Expresiones fraccionarias

Al inicio del capítulo se proponen problemas que demandan efectuar repartos en partes iguales y analizar las relaciones entre distintas escrituras fraccionarias que dan cuenta de un mismo reparto. También se busca que los alumnos consideren la división como estrategia de reparto equitativo explicitando la relación entre la división entera, la fracción y el resultado de un reparto.

Luego se aborda un sentido diferente de las fracciones: la posibilidad de expresar la relación entre partes y el entero o la relación entre partes. Para ello se presentan problemas que exigen tratar con superficies —aunque el concepto de área aún no sea objeto de estudio—.

Nuevos problemas apuntan a abordar estrategias diferentes para comparar fracciones y se retoma la representación en la recta numérica. En estas mismas páginas se presentan problemas que demandan encontrar fracciones entre dos fracciones dadas. Para estos problemas se pone en juego la conveniencia de apelar a la equivalencia entre fracciones.

Se continúa con problemas que buscan instalar la multiplicación entre una fracción y un número natural. La proporcionalidad es un contexto privilegiado para tal fin que permite a la vez profundizar sobre las relaciones entre fracciones. Luego se propone estudiar de manera más sistemática recursos de cálculo mental descontextualizados.

Se continúa con problemas que apuntan a la multiplicación entre fracciones en el contexto del área y de la proporcionalidad. Estos contextos permiten instalar un medio sobre el que se favorece un trabajo de justificación y análisis de recursos sobre cómo y por qué es posible multiplicar fracciones entre sí. También se apela a analizar errores comunes y buscar explicaciones que den sentido a propiedades que se usan.

Posteriormente se abordan estrategias de cálculo mental para sumas, restas, multiplicaciones entre fracciones y divisiones de fracciones por un número natural. No se proponen algoritmos o métodos únicos de cálculo, sino que se busca que los alumnos exploren estrategias variadas apoyándose principalmente en la equivalencia entre fracciones. Estos recursos de cálculo se ponen en funcionamiento en páginas siguientes para resolver distintos tipos de problemas.

El capítulo finaliza con un conjunto de problemas que proponen iniciar con los alumnos un recorrido hacia el sentido de la proporción tomando la idea de fracción como una razón.

2.8. Capítulo 8. Expresiones decimales y fraccionarias

Los problemas de las primeras páginas buscan que los alumnos se enfrenten con situaciones que involucran la lectura, la escritura y la comparación de expresiones decimales. Como herramienta para estudiar estos aspectos se utiliza la recta numérica. Algunos problemas ponen en juego una

ruptura importante en relación con el trabajo con los números naturales; para comparar expresiones decimales no basta considerar la parte entera, hay que leer toda la cantidad e interpretar décimos, centésimos y milésimos. También se incluyen problemas que demandan encontrar expresiones decimales entre otras dos dadas.

Se continúa con un conjunto de problemas que apuntan a estudiar el valor posicional involucrado en las expresiones decimales. Algunos problemas implican una profundización en el estudio de estas relaciones a partir de las descomposiciones aditivas y multiplicativas. Se espera que los alumnos identifiquen que el lugar que ocupa un número en la expresión decimal está asociado con la cantidad de décimos, centésimos o milésimos que representa, y que interpreten y produzcan diferentes escrituras para un mismo número.

Las estrategias de cálculo son objeto de trabajo en las páginas siguientes. Se apunta a que los alumnos elaboren recursos para multiplicar y dividir por la unidad seguida de ceros. Ya en los primeros problemas es probable que los alumnos identifiquen cierta regularidad: “se corre la coma”. Es una oportunidad para que ellos ensayen explicaciones sobre esta regularidad. Se apunta a encontrar maneras de efectuar cálculos con expresiones decimales en función de los números que intervienen y vinculadas al análisis del valor posicional.

En páginas siguientes se busca profundizar sobre estrategias variadas para sumar y restar expresiones decimales. Se toma como objeto de trabajo el análisis de algunos errores habituales; por ejemplo, cuando los enteros y los décimos se tratan como si fueran independientes sin considerar los enteros que se forman con los décimos o los décimos que se forman con los centésimos. Una vez más el valor posicional será un punto de apoyo para avanzar en los recursos de cálculo o en la comprensión ciertas estrategias erróneas.

Con posterioridad se presentan problemas que involucran la multiplicación de una expresión decimal por un número natural, y luego de expresiones decimales entre sí. A la luz de estos problemas se analizan diferentes estrategias que permiten pensar en la división entre números naturales que arrojan resultados que son expresiones decimales, así como nuevos problemas que involucran la división entre decimales.

2.9. Capítulo 9. Proporcionalidad

Los alumnos se han enfrentado en otros años, y en capítulos anteriores de este mismo libro, a problemas que involucran relaciones de proporcionalidad.

lidad directa. En este capítulo se propone estudiar con más profundidad las relaciones numéricas y las propiedades específicas de la proporcionalidad directa. Las primeras situaciones apuntan a poner en juego estrategias usadas en otros problemas, como relaciones de doble, mitad, triple, tercera parte, etc. También se analiza la posibilidad de sumar datos de una magnitud para determinar el valor correspondiente a la otra magnitud. Se explicita la constante de proporcionalidad vinculada a la idea del valor unitario. Muchos de los problemas presentados proponen una organización en cuadros de doble entrada, para favorecer el análisis de los datos y las relaciones entre ellos. En varios de estos problemas se proponen datos expresados con números racionales, con la finalidad de extender el uso de las propiedades de la proporcionalidad a este campo numérico.

Se avanza hacia la noción de porcentaje asociada a la idea de fracción, así como a la idea de proporcionalidad. Desde estas relaciones se propicia la elaboración de diferentes recursos de cálculo mental, para resolver problemas que involucran el cálculo de porcentajes, incrementos o descuentos.

Se continúa el estudio de la proporcionalidad directa a partir del análisis de nuevas formas de representación, entre las que se incluyen gráficos circulares y cartesianos. Se trata de identificar el tipo de información que permite obtener estas nuevas organizaciones de datos y la conveniencia de apelar a uno u otro recurso según el tipo de problema.

A continuación se proponen situaciones que no son de proporcionalidad, pero en las que la proporcionalidad directa será útil para resolverlas. Se trata de problemas para los cuales el modelo proporcional resulta fértil para realizar cálculos y obtener resultados, ya que tienen un crecimiento proporcional —mientras se contemple que hay un punto de partida distinto de 0—.

Las últimas páginas presentan problemas que involucran relaciones de proporcionalidad inversa. A partir de estas primeras situaciones sencillas y con números “amigables”, que favorecen el cálculo mental, se explicitan las propiedades de la proporcionalidad inversa. Por último, en varios problemas se propone determinar si las relaciones entre magnitudes dadas involucran proporcionalidad directa inversa, o ninguna de ellas.

2.10. Capítulo 10. Longitudes, capacidades y pesos

Este capítulo se inicia con el estudio de las relaciones entre diferentes unidades de medidas de longitud. A la luz de esta magnitud se propone analizar con los alumnos que el sistema de medida que se usa en forma habitual tiene

una organización decimal y, en consecuencia, involucra cálculos de multiplicación o división por 10, 100 o 1.000, así como relaciones de proporcionalidad directa entre unidades de medida. El trabajo avanza hacia el análisis de distintas escrituras equivalentes, a partir de las cuales se apunta a discutir la conveniencia de transformar las medidas a una misma unidad para poder operar con ellas o compararlas.

El mismo tipo de trabajo se propicia en las páginas siguientes con respecto a las medidas de peso y luego con respecto a las medidas de capacidad. Por último, se proponen problemas que demandan estimar longitudes, capacidades y pesos. También se presenta un trabajo exploratorio en torno del uso social de unidades de medida anglosajonas (yardas, leguas y otras) y de unidades de medida informáticas (bit, byte, kilobyte, etcétera).

2.11. Capítulo 11. Área y perímetro

En las primeras páginas de este capítulo se efectúa una aproximación a la idea de área midiendo superficies con unidades de medida no convencionales. Este trabajo involucra la comparación entre superficies de diferentes tamaños entre las que se establece la relación “entra tanta cantidad de veces”.

Los problemas siguientes apuntan a que los niños establezcan diferencias entre el área y el perímetro de figuras, con el propósito de que logren una mejor comprensión de estas magnitudes. Se trata de explicitar la independencia de ambas nociones y establecer que el área o el perímetro pueden aumentar o disminuir, independientemente de cómo varíe la otra. Un ejemplo particular de cómo pueden independizarse ambas variaciones se aborda con problemas que buscan que los alumnos analicen que al duplicarse el lado del cuadrado se cuadruplica su área, en cambio su perímetro se duplica. Este trabajo favorece la reflexión sobre las relaciones de proporcionalidad o doble proporcionalidad involucradas.

En las páginas siguientes se vuelve sobre la noción de área pero esta vez se introduce el uso de unidades convencionales, como el centímetro cuadrado o el metro cuadrado. Algunos problemas proponen la estimación de medidas de superficie con unidades convencionales y otros demandan establecer y usar algunas equivalencias entre unidades de medida convencionales.

Luego se presentan problemas en los que se propone continuar explorando la relación entre las medidas de los lados y el área, pero se incrementa su complejidad: las medidas de los lados y las áreas son números racionales no enteros. Además, se abordan fórmulas para averiguar el área de rectángu-

los y cuadrados, y sus relaciones con la multiplicación de fracciones (estudiada en el capítulo de expresiones fraccionarias). En nuevos problemas se busca que los alumnos usen las fórmulas presentadas con anterioridad, y esbocen primeras aproximaciones a las fórmulas para calcular el área de otras figuras mediante particiones, superposiciones, uso de triángulos, etcétera.

Enfoque didáctico

Brousseau, G. (2007). *Introducción a la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Bs. As. Libros del Zorzal.

Brousseau, G. (1994). "Los diferentes roles del maestro". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As.. Paidós.

Charnay, R. (1994). "Aprender por medio de la resolución de problemas". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.

Chevallard, Y. (1997). *La Transposición Didáctica*. Aique.

Chevallard, Y; Bosch, M; Gascón, J (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Barcelona, Horsori Editorial.

Dirección de Currícula. (2004). *Diseño Curricular*. Secretaría de Educación. GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Dirección de Currícula. (2000). *Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática*. Ministerio de Educación. GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Dirección Provincial de Educación Primaria. Pcia. de Bs. As. (2007). *Diseño Curricular para la escuela primaria*. Disponible en www.abc.gov.ar.

Gálvez, G. (1985). "La Didáctica de las Matemáticas". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.

Iltzovich, H. (coord.) (2007). *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Bs. As. Aique.

Lerner, D. (1996). "La enseñanza y el aprendizaje escolar". En: Castorina y otros. *Piaget-Vigotsky: contribuciones para plantear el debate*. Paidós. Bs. As.

Lerner, D. (2001). "Didáctica y Psicología: una perspectiva epistemológica". En: Castorina (comp.). *Desarrollos y problemas en Psicología Genética*. Bs. As. Eudeba.

Panizza, M. (2003). "Reflexiones Generales acerca de la enseñanza de la Matemática". En: Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el nivel inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Paidós.

Panizza, M. (2003) "Conceptos Básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas". En: Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el nivel inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Paidós.

Quaranta, ME; Wolman, S. (2002). "Discusiones en las clases de matemática: qué, para qué y cómo se discute". En: Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el nivel inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Paidós.

Sadovsky, P. (2005). "La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática". En: Alagia, Bressan y Sadovsky. *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Bs. As. Libros del Zorzal.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar Matemática hoy*. Bs. As. Libros del Zorzal.

Números naturales y sus operaciones

Bressan, AM. (1998). *La división por dos cifras: ¿un mito escolar?*. Consejo Provincial de Educación de Río Negro, documento de la Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática, disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar.

Broitman, C. (1999). *Las operaciones en el primer ciclo*. Bs. As. Editorial Novedades Educativas.

Broitman, C. (2005). *Estrategias de cálculo con números naturales. Segundo ciclo EGB*. Bs. As. Santillana.

Carraher, T; Carraher, D; Schliemann, A. (1991). *En la vida diez, en la escuela cero*. México, Siglo XXI.

Dantzing, T. (1971). *El número, lenguaje de la ciencia*. Hobbs Sudamericana.

Dirección Provincial de Educación Primaria. Pcia. de Bs. As. (2007). "División en 5° y 6° año de la escuela primaria. Una propuesta para el estudio de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto". Disponible en www.abc.gov.ar.

Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Bs. As. (2001). "Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora en los tres ciclos de la EGB". Gabinete Pedagógico Curricular-Matemática. Disponible en www.abc.gov.ar.

Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Bs. As. (2001). "Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la Multiplicación en los tres ciclos de la EGB". Disponible en www.abc.gov.ar.

Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Bs. As. (2001). "Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la División en los tres ciclos de la EGB". Disponible en www.abc.gov.ar.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección de Currícula. (2006). *Cálculo Mental con Números Naturales. Apuntes para la enseñanza*. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (1997). Documento de actualización curricular N° 4. Matemática. Dirección de Currícula. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Lerner, D. (1992). *La matemática en la escuela aquí y ahora*. Bs. As. Aique.

Lerner, D; Sadovsky, P y Wolman, S. (1994). "El sistema de numeración: un problema didáctico". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de las matemáticas*. Bs. As. Paidós.

Parra, C. (1994). "Cálculo mental en la escuela primaria". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de las matemáticas*, Bs. As., Paidós.

Ponce, H. (2000). *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Bs. As. Editorial Novedades Educativas.

Saiz, I. (1994). "Dividir con dificultad o la dificultad de dividir". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las matemáticas en la escuela*. México. Trillas.

Números racionales

Block, D; Solares, D. *Las fracciones y la división en la escuela primaria: análisis didáctico de un vínculo*. Educación Matemática. Vol. 13 (2). México. Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 5-30.

Broitman, C; Itzcovich, H, y Quaranta, M. (2003). "La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad." RELIME. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Publicación oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 6. N° 1. Marzo, 2003, pp. 5-26. Disponible en www.clame.org.mx/relime.htm.

Centeno Pérez, J. (1988). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Ed. Síntesis.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección de Currícula. (2005). *Matemática: fracciones y decimales 4°, 5°, 6° y 7°*. Páginas para el Docente. Plan Plurianual. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección de Currícula. (2006). *Cálculo Mental con números racionales*. Apuntes para la enseñanza. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. *Aportes para el desarrollo Curricular*. (2001). *Matemática: Acerca de los números decimales: una secuencia posible*. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. (1997). Documento de actualización curricular N° 4. Matemática. Dirección de Currícula. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Proporcionalidad (y otras relaciones entre variables)

Panizza, M; Sadovsky, P. *El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos*. FLACSO y Ministerio de Educación de la Pcia. de Santa Fe.

Ponce, H. (2000). *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Bs. As. Editorial Novedades Educativas.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. (2001). Documento de trabajo 7.º grado. Actualización curricular. Matemática. GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Geometría y medida

Broitman, C; Itzcovich, H. (2003). "Geometría en los primeros grados de la escuela primaria: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza". En: Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Paidós.

Broitman, C; Itzcovich, H. (2008). *La geometría como medio para "entrar en la racionalidad". Una secuencia para la enseñanza de los triángulos en la escuela primaria*. Revista 12ntes. Enseñar Matemática N° 4.

Consejo Provincial de Educación de Río Negro. (1997). *La medida: un cambio de enfoque*. Documento de la Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática. Disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar.

Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Bs. As. (2001). *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB*. Disponible en www.abc.gov.ar.

Douady, R y Perrin Glorian, M). (1992). *Investigaciones en didáctica de matemática. Áreas de superficies planas en cm y en 6.º (parte 1)*. Revista Hacer escuela N° 9.

Douady, R y Perrin Glorian, M). (1992). *Investigaciones en didáctica de matemática. Áreas de superficies planas en cm y en 6.º (parte 2)*. Revista Hacer escuela N° 11.

Gálvez, G. (1994). "La Geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de las matemáticas*. Bs. As. Paidós.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. (1998). La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo, Documento de actualización curricular N° 5. Matemática. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2007): Matemática. Geometría. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la geometría*. Editorial Libros del Zorzal.

Martínez, R y Porras, M. (1998). “La Geometría del Plano en la Escolaridad Obligatoria”. En: *Revista Novedades Educativas* N° 78. Bs. As.

Saiz, I. (1996). *El aprendizaje de la geometría en la EGB*. En: *Revista Novedades Educativas*, N° 71.