

Matemática en quinto

Libro del docente

Matemática en quinto. Libro del docente es una obra colectiva, creada y diseñada en el Departamento Editorial de Ediciones Santillana S.A., bajo la dirección de Herminia Mérega y Graciela Pérez de Lois, por el siguiente equipo:

Coordinación: Claudia Broitman

Asesoramiento didáctico: Horacio Itzcovich

Autoría: Claudia Broitman, Mónica Escobar, Verónica Grimaldi, Andrea Novembre, Inés Sancha

Diseño de propuestas didácticas para Operaciones con números naturales: Héctor Ponce

Editor: Juan Sosa

Jefa de edición: María Laura Latorre

Gerencia de gestión editorial: Mónica Pavich

Agradecemos la colaboración de Jorge Bonassisa en los guiones humorísticos de las portadas.

Santillana

La realización artística y gráfica de esta edición ha sido efectuada por el siguiente equipo:

Jefa de arte: Claudia Fano

Diseño de tapa y diagramación: Alejandro Pescatore

Corrección: Paula Smulevich

Ilustración: Leonardo Arias

Documentación fotográfica: Ariadna Demattei, Leticia Gómez Castro, Teresa Pascual y Nicolas Verdura

Fotografía: Archivo Santillana

Preimpresión: Miriam Barrios, Marcelo Fernández, Gustavo Ramírez y Maximiliano Rodríguez

Gerencia de producción: Gregorio Branca

Este libro no puede ser reproducido total ni parcialmente en ninguna forma, ni por ningún medio o procedimiento, sea reprográfico, fotocopia, microfilmación, mimeógrafo o cualquier otro sistema mecánico, fotoquímico, electrónico, informático, magnético, electroóptico, etcétera. Cualquier reproducción sin permiso de la editorial viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

© 2010, EDICIONES SANTILLANA S.A.

Av. L. N. Alem 720 (C1001AAP),
Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

ISBN: 978-950-46-2180-5

Queda hecho el depósito que dispone
la Ley 11.723.

Impreso en Argentina. *Printed in Argentina.*
Primera edición: enero de 2010.

Matemática en quinto : libro del docente / Claudia
Broitman ... [et.al.]. - 1a ed. - Buenos Aires :
Santillana, 2010.
176 p. ; 28x22 cm.

ISBN 978-950-46-2180-5

1. Formación Docente. 2. Matemática. I. Broitman,
Claudia
CDD 371.1

Este libro se terminó de imprimir en el mes de
enero de 2010, en FP Compañía Impresora,
Beruti 1560, Florida, Buenos Aires,
República Argentina.

Índice de contenidos IV

1. Algunas ideas sobre la enseñanza de la Matemática VI

- 1.1. El rol de los problemas VI
- 1.2. La exploración como parte del trabajo matemático X
- 1.3. Los modos de representación espontáneos y convencionales X
- 1.4. La validación como parte de la responsabilidad del alumno XI
- 1.5. La producción de algunas propiedades matemáticas más generales ... XII
- 1.6. La relación entre conceptos que aparentan ser independientes XII
- 1.7. La calculadora como una herramienta de exploración y validación XIII
- 1.8. Organización de cada capítulo y gestión de la clase XIV

2. Organización de contenidos XIX

- 2.1. Capítulo 1. Numeración XIX
- 2.2. Capítulo 2. Operaciones I XX
- 2.3. Capítulo 3. Círculo, circunferencia, ángulos y triángulos XXI
- 2.4. Capítulo 4. Operaciones II XXI
- 2.5. Capítulo 5. Múltiplos y divisores XXII
- 2.6. Capítulo 6. Cuadriláteros XXII
- 2.7. Capítulo 7. Fracciones XXIII
- 2.8. Capítulo 8. Decimales XXIV
- 2.9. Capítulo 9. Proporcionalidad XXV
- 2.10. Capítulo 10. Cuerpos geométricos XXV
- 2.11. Capítulo 11. Medida XXVI

Bibliografía para el docente XXVII

Índice de contenidos

Capítulo 1. Numeración

Revisión de la serie numérica hasta 100.000	6-7
Lectura, escritura y comparación en series numéricas con números de diferente orden	8-9
Análisis del valor posicional. Anticipación de las transformaciones de un número al sumarle y restarle potencias de 10, y del cociente y el resto al dividirlo por 10, 100 y 1.000	10-11
Características de diferentes sistemas de numeración y comparación con nuestro sistema decimal posicional	12-13
Revisión de diferentes clases de problemas que involucran el estudio de la numeración	14-15
Exploración de problemas más complejos que involucran el estudio de la numeración	16

Capítulo 2. Operaciones I

Problemas de multiplicación de diversos sentidos: series proporcionales, organizaciones rectangulares y combinatoria	18-19
Problemas de división de diversos sentidos: reparto, partición, análisis del resto, organizaciones rectangulares e iteraciones	20-21
Cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones. Utilización de resultados conocidos para resolver otros cálculos	22-23
Estrategias para estimar el resultado de multiplicaciones y divisiones	24-25
Análisis de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto	26-27
Resolución de situaciones para las que es necesario realizar más de un cálculo	28-29
Revisión de diferentes clases de problemas con números naturales y de diversas estrategias de cálculo	30-31
Exploración de problemas más complejos que involucran operaciones con números naturales	32

Capítulo 3. Círculo, circunferencia, ángulos y triángulos

Características de figuras que contienen circunferencias. Puntos que cumplen ciertas condiciones	34-35
Construcción de triángulos a partir de sus lados. Propiedad triangular	36-37
Suma de los ángulos interiores de un triángulo	38-39
Construcción y análisis de la existencia de triángulos a partir de diferentes informaciones	40-41
Revisión de diferentes clases de problemas que involucran circunferencias, círculos, ángulos y triángulos	42-43
Exploración de problemas más complejos que involucran circunferencias, círculos, ángulos y triángulos	44

Capítulo 4. Operaciones II

Producción y utilización de estrategias de estimación para resolver problemas	46-47
Relaciones entre la multiplicación y la división	48-49
Propiedades de la multiplicación	50-51
Propiedades de la división	52-53
Problemas que requieren más de un cálculo	54-55
Revisión de diferentes clases de problemas con números naturales y de diversas estrategias de cálculo	56-57
Exploración de problemas más complejos que involucran operaciones con números naturales	58

Capítulo 5. Múltiplos y divisores

Múltiplos y divisores. Relaciones entre problemas de división y los conceptos de múltiplo y divisor	60-61
Uso de múltiplos y divisores para obtener información sobre números y resultados de cálculos	62-63
Revisión de diferentes clases de problemas que involucran el estudio de múltiplos y divisores	64-65
Exploración de problemas más complejos que involucran múltiplos y divisores	66

Capítulo 6. Cuadriláteros

Características de cuadriláteros: medida y paralelismo de los lados y amplitud de los ángulos	68-69
Propiedades de lados y ángulos de cuadriláteros a partir de construcciones	70-71
Suma de los ángulos interiores de los cuadriláteros	72-73
Determinación de la medida de ángulos a partir de propiedades y relaciones en las figuras	74-75
Revisión de problemas que involucran cuadriláteros	76-77
Exploración de problemas más complejos que involucran cuadriláteros	78

Capítulo 7. Fracciones

Relaciones entre medios, cuartos y octavos	80-81
Las fracciones para expresar un reparto equitativo	82-83
Repartos equivalentes y divisiones	84-85
Las fracciones para expresar medidas	86-87
Fracción de un número. Orden entre fracciones. Representación en la recta numérica	88-89
Cálculos mentales de sumas y restas con fracciones. Fracciones y proporcionalidad	90-91
Revisión de diferentes clases de problemas con fracciones	92-93
Exploración de problemas más complejos que involucran fracciones	94

Capítulo 8. Decimales

Expresiones decimales en el contexto de la medida y el dinero	96-97
Fracciones decimales y expresiones decimales	98-99
Equivalencias entre expresiones fraccionarias y decimales	100-101
Equivalencias entre expresiones fraccionarias y decimales	102-103
Comparación de expresiones decimales	104-105
Multiplicación y división de expresiones decimales por la unidad seguida de ceros	106-107
Operaciones con expresiones decimales	108-109
Revisión de diferentes problemas con expresiones decimales	110-111
Exploración de problemas más complejos que involucran expresiones decimales y sus relaciones con las fracciones	112

Capítulo 9. Proporcionalidad

Propiedades de la proporcionalidad directa. Uso de tablas	114-115
Propiedades de la proporcionalidad. Constante de proporcionalidad	116-117
Proporcionalidad directa con fracciones y decimales	118-119
Límites de la proporcionalidad directa	120-121
Revisión de diferentes problemas que involucran el estudio de la proporcionalidad directa	122-123
Exploración de problemas más complejos que involucran el estudio de la proporcionalidad directa	124

Capítulo 10. Cuerpos geométricos

Explorar características de cuerpos geométricos: cantidad y forma de caras, aristas y vértices	126-127
Construcción y desarrollos planos de cuerpos geométricos. Relación entre cuerpos y figuras	128-129
Revisión de diferentes problemas con cuerpos geométricos	130-131
Exploración de problemas más complejos que involucran cuerpos geométricos	132

Capítulo 11. Medida

Equivalencias entre unidades de medida de longitud	134-135
Equivalencias entre unidades de medida de peso. Estimación de medidas y elección de las unidades adecuadas	136-137
Equivalencias entre unidades de medida de capacidad. Estimación de medidas y elección de las unidades pertinentes	138-139
Uso de expresiones decimales y fracciones decimales para escribir medidas	140-141
Revisión de diferentes problemas con medidas de longitud, peso y capacidad	142-143
Exploración de problemas más complejos que involucran medidas	144

1. Algunas ideas sobre la enseñanza de la Matemática

El propósito de este apartado es hacer explícitas algunas ideas sobre la enseñanza de la Matemática en el segundo ciclo de la escolaridad, las cuales fundamentan las decisiones adoptadas para la elaboración de este libro.

1.1. El rol de los problemas

Los problemas enmarcan el trabajo matemático, permiten proponer desafíos nuevos y durante cierto tiempo se constituyen en objeto de estudio. Se parte de la idea de que es necesario que los alumnos se enfrenten a ciertos problemas que podrían colaborar en el desarrollo de procesos constructivos, a partir de poner en juego conocimientos iniciales y producir nuevos. Este proceso exige elaboraciones y reelaboraciones sucesivas, que pueden promoverse desde la enseñanza, apuntando a un acercamiento progresivo desde los conocimientos de los niños hacia los saberes propios de la Matemática.

¿A qué nos referimos con “problema”? Para que los niños puedan aproximarse a cierto tipo de trabajo matemático será necesario enfrentarlos a situaciones que les presenten un grado de dificultad, que sean verdaderos “problemas”. No se espera, entonces, que “salgan bien” desde el primer intento; por el contrario, es la dificultad de la situación propuesta la que genera la posibilidad de aprender algo nuevo. La idea es que la complejidad de los problemas sea tal, que no les sea suficiente con lo que saben para resolverla “con comodidad”. Pero, a la vez, debe permitir a los alumnos imaginar y desplegar formas de resolución o exploración a partir del uso de sus conocimientos. Seguramente esas estrategias usadas inicialmente no serán expertas ni muy económicas, pero constituirán el punto de partida para la producción de nuevos conocimientos.

Es importante advertir que —además de los más habituales, de un enunciado y una pregunta— también se considera “problemas” a otras prácticas, como inventar estrategias de resolución nuevas o más económicas que una dada, explicitar relaciones entre dos formas de resolución de un mismo problema, interpretar un procedimiento ajeno, discutir la validez de una afirmación, analizar un error, copiar una figura, comunicar información para reproducir un dibujo, identificar similitudes y diferencias entre problemas, establecer relaciones entre conceptos que aparentan ser independientes y otras tareas.

Para promover avances sobre un conocimiento matemático, un recorrido posible lo constituye la resolución de una clase de problemas, o sea una colección de situaciones que permite a los alumnos identificar ciertas similitudes entre aquellos, no tanto en sus enunciados como en los modos de representación que admiten y las formas de resolución posibles.

Para que los niños puedan poner en juego ciertos conocimientos como punto de partida —aun cuando sean erróneos o no convencionales— y a la vez los pongan a prueba, los modifiquen, amplíen y sistematicen, será preciso

que se enfrenten a un mismo tipo de problema en varias oportunidades. Un trabajo sistemático de varias clases próximas entre sí promueve reorganizar una y otra vez estrategias de resolución, pensar de nuevo en las relaciones que aparecieron antes, abandonar ensayos erróneos e intentar nuevas aproximaciones. Por ello, en este libro las propuestas se organizan en secuencias de varias páginas, en las que se visitan y revisitan, una y otra vez, los mismos tipos de problemas y con ello se favorecen avances. Esas situaciones propuestas pueden permanecer en la clase durante un tiempo más prolongado que el de las páginas en sí, para que verdaderamente logren instalarse.

Además de volver sobre una misma clase de situaciones con otras herramientas, es necesario que los niños se enfrenten a problemas nuevos. Por ello, progresivamente se van incorporando variaciones a las situaciones, con el propósito de agregar otro tipo de desafíos.

Para sostener estas ideas sobre los problemas y su secuenciación es necesario aceptar y prever la provisoriedad y el largo plazo en los procesos de construcción de conceptos matemáticos en la escuela. Aquellas cuestiones que en algún momento se resuelven con estrategias más intuitivas, luego de cierto trabajo sostenido se resolverán con recursos más económicos.

Para mostrar un ejemplo de cómo se presentan estas ideas en el libro, se puede observar una parte del capítulo 1 (Numeración) en la que se propone una colección de problemas que si bien apunta a un mismo conocimiento, es de complejidad y descontextualización creciente.

¿Cómo funciona nuestro sistema de numeración?

En un juego hay que embocar bolitas en frascos que tienen diferentes puntajes.

a) ¿Qué puntaje tiene Juan si al tirar embocó estas bolitas?

b) Belén tiene 1.235.563 puntos. Escribi con cuántas bolitas en cada frasco puede formar ese puntaje.

c) Laura obtuvo el puntaje 3.217.000, pero no embocó ninguna bolita en el frasco que vale 1.000.000 de puntos ni en el que vale 10.000 puntos. Escribi con cuántas bolitas embocadas en cada uno de los otros frascos pudo haber formado su puntaje.

d) Este cuadro muestra la cantidad total de bolitas que embocó cada jugador al final del partido. Completalo.

	1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1	Puntaje total
A	12	0	4	2	8	9	6	
B	11	1	3	11	0	0	0	
C			0					3.036.638

e) ¿Qué puntaje se forma si se embocan 9 bolitas en cada frasco? ¿Y con 10 bolitas en cada frasco?

f) Carlos obtuvo el puntaje 4.053.922. ¿Cuál o cuáles de los siguientes cálculos permiten encontrar su puntaje?

☐ $4 \times 1.000.000 + 5 \times 100.000 + 3 \times 10.000 + 9 \times 1.000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 =$

☐ $4 \times 1.000.000 + 5 \times 10.000 + 3 \times 1.000 + 9 \times 100 + 2 \times 10 + 7 \times 1 =$

☐ $4.000.000 + 50.000 + 3.000 + 900 + 20 + 7 =$

10

Concebir los problemas como “motor” de producción de conocimientos nuevos implica hacer aparecer una variedad de procedimientos posibles por parte de los niños. Tanto cuando se trate de sumar dos fracciones como de escribir una expresión decimal, analizar si son equivalentes dos medidas o copiar una figura, los niños podrán resolver la situación con estrategias variadas según los conocimientos y los recursos de que dispongan. Producir recursos nuevos, interpretar otros modos de resolución y establecer relaciones entre ellos es parte del quehacer matemático.

La variedad de formas de resolución también es un buen indicador de que los problemas propuestos al inicio no son tan simples como para que todos los resuelven del mismo modo ni tan complejos como para que no los puedan resolver. Ahora bien, un problema que ya se ha tornado conocido, tiempo después suele resolverse con estrategias más homogéneas e incluso más convencionales y entonces allí una cierta uniformidad podrá interpretarse como marca de un avance colectivo. Por ejemplo, en el capítulo de fracciones se propone el trabajo con los siguientes problemas.

Repartos en partes iguales

1 El papá de Camilo compró 3 chocolates para repartir en partes iguales entre sus 4 hijos y que no sobre nada.

a) ¿Cómo puede repartirlos?

b) ¿Hay otras maneras de hacer el reparto?

En tanto que en las páginas siguientes se propone un avance en el tratamiento del mismo tipo de problemas.

5 a) ¿Cómo se podrán repartir, en partes iguales y sin que sobre nada, 5 chocolates entre 3 amigos? ¿Cómo escribirías lo que recibe cada uno?

b) ¿Cómo habrá que repartir 16 chocolates entre 3 amigos, en partes iguales y sin que sobre nada? ¿Cómo escribirías lo que recibe cada uno?

c) ¿Y para repartir 37 chocolates entre 3 amigos?

6 Para calcular repartos equitativos se hicieron estas cuentas de dividir.

$21 \overline{) 4}$	$39 \overline{) 5}$	$57 \overline{) 6}$	$23 \overline{) 3}$
$1/5$	$4/7$	$3/9$	$2/7$

¿Cuál será el resultado de cada reparto si no quedó nada sin ser repartido?

En muchas propuestas de este libro se explicitan momentos de trabajo dirigidos especialmente a comunicar, comparar y apropiarse de diferentes formas de resolver los problemas; o sea que los procedimientos de resolución se tornan en sí mismos objeto de estudio y de debate. En algunas oportunidades se propone interpretar procedimientos o ideas de niños que suelen ser habituales en momentos de aprendizaje. La intención es aportar otras estrategias que tal vez no hayan aparecido, darle estatuto de validez a estrategias poco convencionales y también que los niños aprendan a considerar otros puntos de vista sobre la misma situación. De algún modo son marcas del tipo de tarea que se pretende instalar en la clase, espacios colectivos de análisis del problema a propósito de la diversidad de formas de abordaje. Interpretar producciones podría enriquecer la mirada sobre el problema en cuestión. Por ejemplo, en el capítulo 4 (Operaciones II).

4 Para resolver 420×12 Ana utilizó este procedimiento, que es correcto:

$$420 \times 12 = 420 \times 10 + 420 \times 2$$

a) ¿Cómo explicarías lo que hizo?

b) Marisa utilizó este otro procedimiento. ¿Es correcto?

$$420 \times 12 = 420 \times 6 + 420 \times 6$$

Interpretar errores ajenos es fecundo, tanto para los alumnos que han producido errores similares como para aquellos a los que les es evidente por qué es un error, e invita a los niños a justificar y explicitar razones. También para los docentes constituye una “pista” para poder identificar, en sus propias clases, varios de los procedimientos o errores y decidir abordar el análisis de aquellos que verdaderamente aparecieron en el aula en lugar de los aquí propuestos.

Los errores son parte del proceso constructivo, marcas visibles del estado de conocimientos de los niños en un momento determinado y exigen un trabajo sistemático para su superación —trabajo a veces de la misma naturaleza que producir nuevos conocimientos más acertados—. Algunos de los errores que cometen los niños se fundamentan en explicaciones que tienen su propia lógica. Comprenderla y colaborar en su superación requiere un trabajo colectivo y sistemático. Por ejemplo, en el capítulo 4 (Operaciones II) se propone:

Una vuelta de tuerca
Encuentren el error en esta manera de hacer el cálculo.

$$90 : 18 =$$

$$90 : 9 + 90 : 9$$

$$10 + 10$$

$$20$$

Entonces, $90 : 18 = 20$.

53

Como ya se señaló, el docente podrá optar por abordar el análisis de los errores propuestos en el libro o recurrir a los que hayan aparecido en la clase.

1.2. La exploración como parte del trabajo matemático

Si bien una de las características del trabajo matemático reside en la resolución y el análisis de los problemas hay otras marcas del trabajo matemático que se han incluido. A menudo, en la resolución de un problema, un primer intento no siempre conduce “a buen puerto”. Es necesario realizar varios ensayos, identificar en qué consisten los errores que impiden arribar a la solución o buscar cierta información que puede estar involucrada en el trabajo que se propone.

Se trata de un juego entre la anticipación de la resolución y los efectos de las decisiones que se han ido tomando, de manera de sistematizar la búsqueda. En este sentido es central el doble rol del docente. Por un lado alienta el momento de búsqueda y exploración, pero simultáneamente “da pistas” a los alumnos para guiar sus búsquedas —hacia algún lugar que les permita seguir avanzando— o los invita a analizar los errores producidos para superarlos. Hay un interjuego entre explorar, probar, ensayar, por una parte, y reordenar la búsqueda y sistematizar, por la otra. Por ejemplo, en el capítulo 8 (Decimales) se propone:

The image shows two pages from a math textbook. The left page is numbered 98 and contains a problem about a strip divided into 10 equal parts, with 4 parts selected. It asks how many parts would be needed if the strip were divided into 100 or 1,000 equal parts to get the same shaded area. The right page contains a problem asking to decide if four statements (a, b, c, d) about decimal fractions are true (V) or false (F). The statements involve relationships between tenths, hundredths, thousandths, and tens.

Una tira se corta en 10 partes iguales y se seleccionan 4 de esas partes, como se muestra en el dibujo.

a) Si la misma tira se hubiera dividido en 100 partes iguales, ¿cuántas habría que seleccionar para obtener la misma cantidad que la sombreada en la tira anterior?

b) ¿Y si se hubiera cortado en mil pedazos iguales?

98

Decidí si cada frase es verdadera (V) o falsa (F).

a) La décima parte de un décimo es un centésimo

b) La centésima parte del décimo es un milésimo

c) Si se juntan diez partes de un centésimo se obtiene un entero.

d) Si se juntan cien partes de un milésimo se obtiene un décimo.

1.3. Los modos de representación espontáneos y convencionales

Durante la exploración de un problema nuevo los niños suelen recurrir a dibujos, representaciones gráficas, simbólicas, cálculos, diagramas, etc. Estas formas de representación espontáneas podrán ser un punto de partida interesante del trabajo. El docente podrá alentar a sus alumnos a producir representaciones propias, aun cuando sean poco económicas y alejadas de las convencionales. Ahora bien, un momento después, el docente podría proponer un análisis de esas formas de representación y la discusión sobre su fertilidad y validez. Avanzar sobre las formas de representación es parte de lo que se espera promover en el proceso de estudio de un concepto. El docente podrá invitar a los alumnos a analizar la economía de las formas usadas e incluso presentar otros modos

de representación (convencionales o no) que no hayan aparecido en la clase. Por ejemplo, en el capítulo 1 (Numeración), se propone analizar la variación de cociente y resto a la luz de dividir un mismo número por 10, 100 y 1.000 mediante una tabla. Este modo de representación podría favorecer la identificación de otras relaciones que los alumnos no suelen “ver” cuando hacen la cuenta.

Encontrá el cociente y el resto de estas cuentas, sin hacerlas.

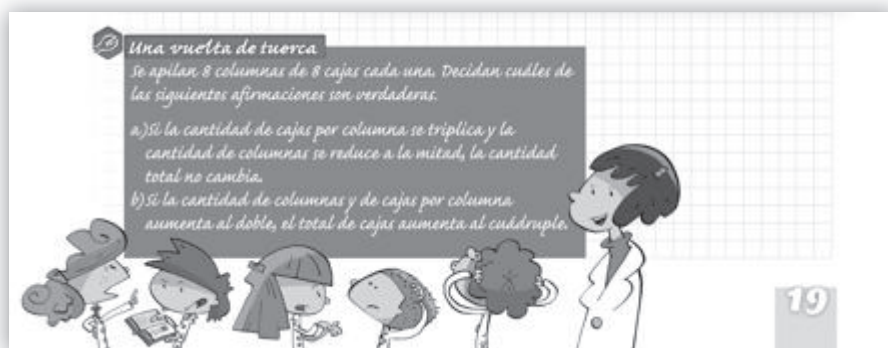
Cuenta	Cociente	Resto
345.670 : 100		
345.670 : 1.000		

Machete	
Dividendo	Divisor
69	9
7	7
Resto	Cociente

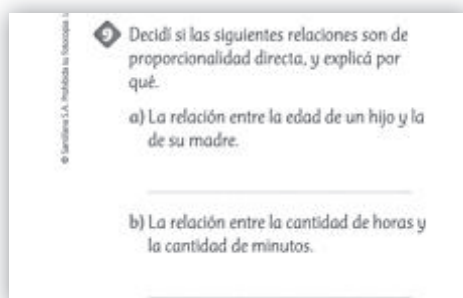
1.4. La validación como parte de la responsabilidad del alumno

Parte del quehacer matemático involucra determinar la validez de lo producido. En este sentido se apunta a un trabajo matemático en la clase en el que los alumnos puedan, progresivamente, “hacerse cargo”, por sus propios medios, de la validez de los procedimientos y resultados que encuentran y de las relaciones que establecen. En un principio es un objetivo que los alumnos puedan desprenderse de la mirada del docente en cuanto a si “está bien” o “está mal” lo producido. Es decir, se trata de identificar como parte del trabajo del alumno la verificación de si lo realizado es correcto o no, mediante diferentes recursos.

Se apuntará también a que los alumnos encuentren en el conocimiento matemático herramientas que permitan determinar la validez de afirmaciones, elaborando argumentos, razones y justificaciones. Por ejemplo, en el capítulo 2 (Operaciones I).



O bien en el capítulo 9 (Proporcionalidad).



1.5. La producción de algunas propiedades matemáticas más generales

Simultáneamente a la adquisición paulatina de conocimientos que permitan a los alumnos validar por sus propios medios los resultados obtenidos, se busca que se involucren en la determinación de los alcances de los recursos que se van produciendo. Es decir, inicialmente los alumnos pueden determinar la validez de una afirmación o un cálculo específico en función de un problema o un contexto particular. Se tratará de promover la reflexión hacia el carácter más general de ciertas ideas que han circulado e incluso en ciertas ocasiones llegar a establecer reglas válidas para cualquier caso.

El trabajo matemático apunta a estudiar clases de problemas y propiedades de los objetos matemáticos, como también a establecer criterios generales. A su vez incluye establecer los límites en la posibilidad de extender esas propiedades y formas de resolución: ¿pasará siempre?; ¿servirá para todos los números?; ¿esto sucederá con todos los cuadrados?; ¿habrá algún caso donde no se cumpla?, etc. Este trabajo, que apunta a la generalización, necesita crecer, con la intención de que las ideas generales que se vayan produciendo admitan modos de representación diferentes y formas de demostración progresivas. Por ejemplo, en el capítulo 9 (Proporcionalidad), se propone a los alumnos lo siguiente:



1.6. La relación entre conceptos que aparentan ser independientes

Otro de los tipos de tareas que se proponen en este libro —y que forma parte de la actividad matemática que se propicia desarrollar— incluye la posibilidad de establecer relaciones entre conceptos que, en apariencia, no se relacionan o bien lo hacen de una forma que no es evidente “a los ojos” de los alumnos.

Con la intención de explicitar esas relaciones se proponen momentos diferentes en los cuales ciertos conocimientos, que ya se abordaron, circularon y los alumnos tienen disponibles, puedan comenzar a funcionar en forma simultánea para tratar problemas nuevos. En algunas oportunidades serán el motor de una explicación, en otras servirán para reconocer “puentes” entre conceptos, en otras ocasiones serán herramientas para pensar recorridos de solución; incluso podrán permitir la aparición de otros modos de representación. Se trata

de ir configurando una imagen del trabajo que permita a los alumnos identificar por qué todo ese andamiaje forma parte de una misma disciplina.

Por ejemplo, en el capítulo 1, Numeración, se propone un análisis de la relación entre las características del sistema de numeración y la posibilidad de anticipar el resto y el cociente de una división por la unidad seguida de ceros, ejemplo ya mencionado.

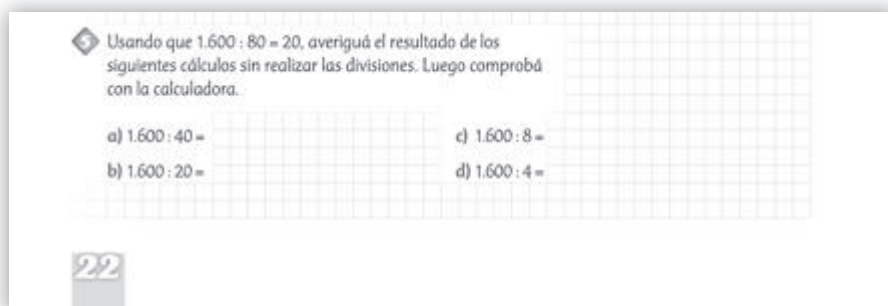
Y en este ejemplo del capítulo 11, Medida, se propone que los alumnos identifiquen la relación entre el sistema de medición y las relaciones de proporcionalidad directa abordadas en el capítulo 9 (Proporcionalidad).



1.7. La calculadora como una herramienta de exploración y validación

Se propone recurrir a la calculadora como instrumento para verificar y corregir resultados obtenidos por medio del cálculo mental y del cálculo algorítmico. La calculadora también es un instrumento al servicio de los otros contenidos; por ejemplo, para explorar relaciones al interior del sistema de numeración, resolver problemas de varios pasos y abordar problemas de proporcionalidad, de medida y otros. En varios capítulos se propone el uso de la calculadora con distintas finalidades.

En este ejemplo del capítulo 2 (Operaciones I) se propone que los alumnos recurran a la calculadora como medio para validar resultados obtenidos.



Aquí, en cambio, en el capítulo 1 (Numeración) se propone la calculadora como medio para facilitar la exploración y la producción de conjeturas.

7.777.777	¿Qué cálculo harías?	Para transformarlo en
		7.007.777
		9.999.777
		700.777

En otras ocasiones se propone el uso de la calculadora como medio de resolución de problemas más complejos y de varios pasos. En estos casos el trabajo del alumno es determinar qué operaciones debe realizar y en qué orden. La calculadora le permite centrar la atención en estos aspectos.

1.8. Organización de cada capítulo y gestión de la clase

Cada capítulo se inicia con una portada que contiene información. A veces se incluyen datos históricos de cómo nació ese conocimiento, otras veces se relatan anécdotas de pueblos o de matemáticos en relación con el tema del capítulo. Junto a este texto se ofrece una sección humorística también vinculada al tema del capítulo y en ocasiones asociada al texto informativo.

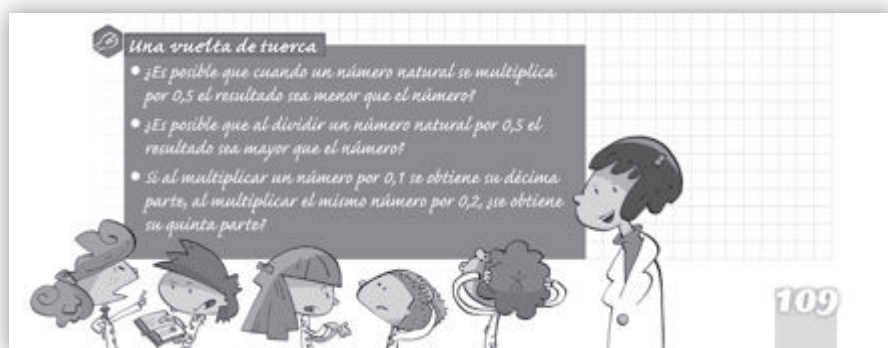


Cada capítulo está organizado en páginas dobles. En cada “doble página” se presenta una secuencia de varios problemas para resolver desde el trabajo individual o en parejas. Son espacios para que cada alumno pueda enfrentarse a los desafíos desde los conocimientos que dispone. Como ya se señaló, es esperable que los problemas no sean resueltos de inmediato, que aparezcan errores diversos y que se desplieguen procedimientos y recursos variados. Estos acercamientos serán puntos de partida para que el docente pueda organizar el análisis colectivo posterior.

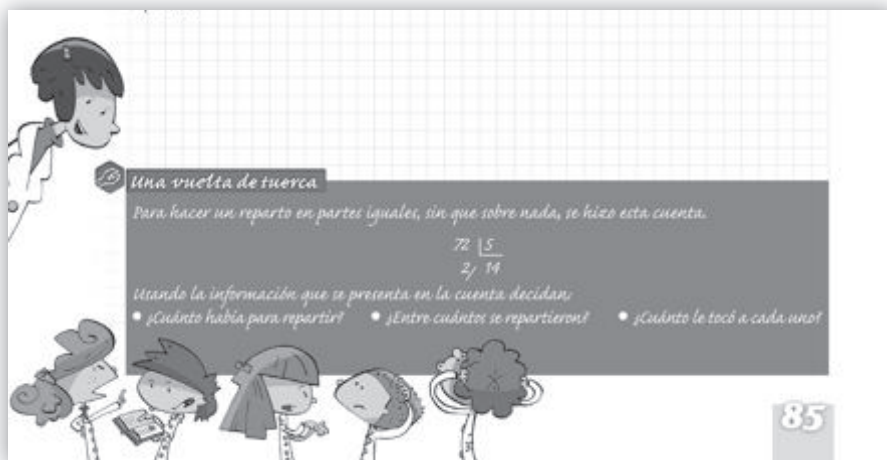
En este libro una de las instancias colectivas se organiza bajo el título *Una vuelta de tuerca*. En esta sección, ubicada al final de cada doble página, se propician diferentes tipos de actividades. En algunos casos se busca que los alumnos expliciten las estrategias y los conocimientos que produjeron para resolver los problemas. Por ejemplo, a propósito de la comparación de fracciones.



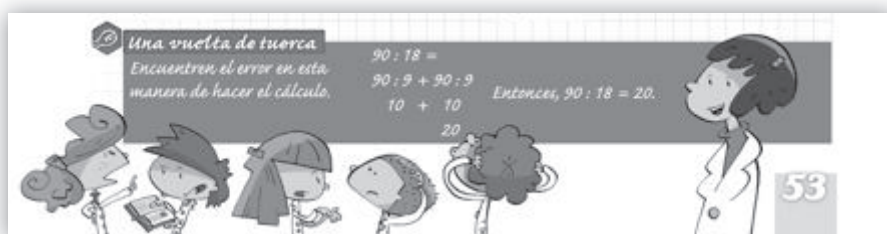
En otros casos se promueve un espacio de reorganización y sistematización a partir de discutir la validez de ciertas afirmaciones. Un ejemplo del capítulo 8 (Decimales).



En ocasiones se proponen problemas un poco más complejos sobre el mismo contenido tratado. La instancia colectiva habilita a analizar y a explicitar relaciones nuevas vinculadas directamente con el trabajo realizado en la doble página. Por ejemplo, también en el capítulo 7.



Otra finalidad de *Una vuelta de tuerca* es promover el análisis de posibles errores o dificultades, como en este caso del capítulo 4 (Operaciones II) el ejemplo ya mencionado:



A lo largo del proceso de estudio es necesario establecer y conocer ciertas convenciones propias del saber matemático: un vocabulario específico, una definición, algunas propiedades. Estas informaciones, que se presentan bajo el título *Machete*, están pensadas para que se lean de manera colectiva y sean fuente de consulta en diferentes oportunidades. He aquí un ejemplo de *Machete* del capítulo 6 (Cuadriláteros).

Machete: Estas son algunas de las características de los lados y los ángulos de los cuadriláteros.

Cuadrado	Rectángulo	Rombo	Paralelograma	Trapezio
Tiene 4 lados iguales, 4 ángulos rectos y 2 pares de lados paralelos.	Tiene 2 pares de lados paralelos iguales y 4 ángulos rectos.	Tiene 4 lados iguales y 2 pares de lados paralelos.	Tiene 2 pares de lados paralelos iguales.	Tiene un par de lados paralelos.

En todos los capítulos, hacia el final, se presenta una sección titulada *Una colección de problemas para estudiar*. Se trata de una nueva oportunidad para que los alumnos sistematicen sus conocimientos y se enfrenten a las

dificultades propias que aún les presenta el tema tratado. Esta sección está pensada para promover un espacio de repaso, organizar “tarea para el hogar” o preparar una evaluación por escrito.

Una colección de problemas para estudiar

- 4 En una fábrica de golosinas colocan los bocaditos en planchas para poder bañarlos con chocolate. En cada plancha ponen 1.440 bocaditos agrupados en 45 filas. ¿Cuántos bocaditos tiene cada fila?

- 5 Usando las cifras 4, 5, 6 y 7 sin repetirlas se pueden formar distintos números. Por ejemplo, 6.475 y 6.574. ¿Cuántos números diferentes se pueden armar?

- 6 ¿Cuántas planchas de bombones hay en esta caja?



- 7 Algunos caramelos se venden en bolsas con grandes cantidades. Completá la tabla que relaciona la cantidad de bolsas y la cantidad de caramelos.

Bolsas	3	4	5	9	10	12	18	25	46
Caramelos		240							

- 8 Después de colocar las viandas en 13 cajas iguales para una excursión de todos los chicos de la escuela, quedaron 28 viandas en cada caja y sobraron 9, que las colocaron aparte. ¿Cuántas viandas prepararon?

- 9 Si estoy en el número 475 y doy saltos de 4 en 4 para atrás, ¿a qué número llego antes del 0?

- 10 Usando que $18 \times 24 = 432$, calculá.

- a) $18 \times 240 =$
b) $18 \times 12 =$
c) $36 \times 24 =$
d) $36 \times 48 =$
e) $180 \times 48 =$

- 11 Sin hacer los cálculos decidí para cada par de cuentas cuál es la que tiene el resultado mayor.

- a) 4.024×19 o 4.032×19
b) 1.800×24 o 900×49
c) $4.800 : 12$ o $4.200 : 12$
d) $3.072 : 24$ o $3.072 : 32$

- 12 Nicolás tecléo en su calculadora 36×100 , pero quería calcular 36×4 . ¿Cómo puede hacer para realizar el cálculo que deseaba sin borrar lo que ya ingresó?

- 13 Ana fue a comprar 9 cartuchos de tinta para la oficina. Cada uno vale \$ 275. Si tiene \$ 2.630, ¿le falta, le sobra o le alcanza justo?

- 14 Sin hacer la cuenta marcá entre qué números va a estar el resultado de los siguientes cálculos.

Cálculos	Entre 0 y 3.000	Entre 3.000 y 6.000	Entre 6.000 y 10.000	Más de 10.000
$1.987 \times 5 =$				
$3.585 \times 99 =$				
$27.060 : 8 =$				
$1.543 : 12 =$				

- 15 Para festejar su cumpleaños con sus 28 compañeros de grado, Juan llevó una bolsa de caramelos. Le dio 4 a cada uno y le quedaron 3 para él. ¿Cuántos caramelos había en la bolsa al comenzar el reparto?

- 16 Encontrá todas las divisiones que cumplan las condiciones que se proponen.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 8 \end{array}$$

- 17 En una caja vienen 48 resmas. En una resma vienen 500 hojas. Si se venden 9 cajas, ¿cuántas hojas se vendieron?

- 18 Para una fiesta de casamiento los novios compraron 18 cajas de vino como las de la ilustración. Si se consumieron solo 143 botellas, ¿cuántas cajas completas quedaron?



La última sección de cada capítulo es *Una vuelta más de tuerca*. En ella se presentan algunos problemas más complejos que los tratados en el cuerpo del capítulo, a los que se sugiere resolver en grupos de tres o cuatro alumnos. Algunos problemas involucran establecer generalizaciones; otros demandan elaborar justificaciones por medio de argumentos y en otros se propone integrar cuestiones que quizá para los alumnos aún resulten independientes, o bien ampliar el universo en que se las usa. Se sugiere que estos problemas se presenten como un desafío lúdico, en un clima un poco más informal y sin necesidad de calificación; por lo tanto, no se los recomienda para evaluar a los alumnos.

Una vuelta más de tuerca



1

Usando regla y transportador, construyan en una hoja lisa un paralelogramo que tenga un lado de 5 cm. Los ángulos que comparten ese lado miden 60° y 120° . El otro lado mide 3 cm.

2

Se sabe que una figura tiene cuatro lados iguales. ¿Es posible estar segura de que es un cuadrado? ¿Por qué?

3

Se sabe que un cuadrilátero tiene solamente dos ángulos rectos. ¿Es posible que los otros dos ángulos sean obtusos? ¿Y que ambos sean agudos? Expliquen por qué.

4

Calculen la medida de los ángulos señalados con letras. Tengan en cuenta que ABEF es un rectángulo y que CDEB es un trapecio.



5

Justifiquen la siguiente afirmación: "En un paralelogramo, los ángulos opuestos tienen la misma medida".



78

2. Organización de contenidos

2.1. Capítulo 1. Numeración

Tanto los números naturales como sus operaciones fueron objeto de trabajo en años anteriores. En 5° se busca que los alumnos avancen en el estudio del funcionamiento de los números: dominar la numeración a un rango mayor, profundizar en la comprensión del valor posicional y comparar nuestro sistema con otros.

El capítulo 1 propone inicialmente un tiempo de trabajo dirigido a recuperar y difundir los conocimientos de los alumnos sobre los números, mediante problemas que demandan escribir, leer y comparar números naturales. Se recurre a la representación en una recta numérica como soporte para el trabajo —aunque posiblemente sea necesario tratarla en sí misma como objeto de estudio—. La organización en grillas también podrá favorecer el análisis y establecimiento de relaciones numéricas.

Luego se presentan diversos problemas que involucran números mayores. Se trata de avanzar en la exploración de ciertas regularidades de la serie numérica. Se provee información sobre los nombres y escrituras de números “redondos”, desde diez mil hasta incluso números muy grandes —estos últimos en términos exploratorios— como, por ejemplo, un billón. Esta información se propone para abordar problemas de lectura, escritura y orden.

A continuación se incluyen problemas que apuntan a estudiar el valor posicional. Se busca promover la interpretación de información numérica y su potencia para anticipar resultados de ciertos cálculos. Algunos problemas exigen la producción e interpretación de escrituras basadas en la composición y descomposición de números en potencias de diez (aunque el término “potencias” no sea propuesto en este libro). La calculadora permite formular problemas que demandan interpretar el valor posicional de algunas cifras para anticipar resultados de cálculos. También se sugieren problemas que involucran encontrar el cociente y el resto al dividir por diez, cien y mil a partir del análisis de la información que provee la escritura del número. Desentrañar composiciones y reglas de funcionamiento de los números no es una tarea sencilla. El estudio del valor posicional, hoy se sabe, es más un punto de llegada que de partida para el estudio de los números y no se desprende de manera directa de conocer la serie numérica. En los capítulos Operaciones I y Operaciones II el trabajo con cálculo mental y algorítmico permitirá retomar varios de los aspectos desplegados en este capítulo.

En las últimas páginas se propone el análisis de otros sistemas de numeración (egipcio y chino) de manera de comparar sus estructuras con la del sistema posicional decimal. Esta diferenciación apunta a que los alumnos

identifiquen la conveniencia del sistema de numeración posicional decimal en términos de la economía que provee para la lectura y escritura, así como para producir recursos de cálculo.

2.2. Capítulo 2. Operaciones I

En este capítulo se propone un recorrido que se inicia con problemas, a través de los cuales se busca recuperar y ampliar los conocimientos que tienen los alumnos sobre multiplicaciones y divisiones. En las primeras páginas hay problemas que pueden resolverse con multiplicaciones. No se espera que los alumnos apelen desde el inicio a esta operación como única herramienta de resolución, sino que exploren diferentes tipos de recorridos. En estas páginas aparecen distintos sentidos de la multiplicación (series proporcionales, organizaciones rectangulares y combinatoria).

Luego se formulan problemas que se resuelven con divisiones. De la misma manera que la multiplicación, no es una exigencia que los alumnos apelen desde el inicio a la división como herramienta única de resolución. Esta secuencia incluye diferentes sentidos de la división (repartos, particiones, análisis del resto, organizaciones rectangulares e iteraciones).

Para avanzar en el tratamiento de la multiplicación y la división se propicia la exploración de diferentes recursos de cálculo mental. Se busca que se profundice la utilización de resultados conocidos para resolver otras multiplicaciones y divisiones. Para estos problemas los alumnos podrán utilizar la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros, las relaciones entre la multiplicación y la división, las características del sistema de numeración, y —aunque aún de manera implícita— algunas propiedades de las operaciones en función de los números con los que se va a tratar.

El capítulo continúa con problemas que implican la estimación de resultados. Como todo recurso, estas estrategias serán mejoradas en forma progresiva por los alumnos, al tener variadas oportunidades de ponerlas en juego y reflexionar sobre ellas.

En otras páginas se presentan diferentes tipos de situaciones que invitan a analizar el funcionamiento de la división, con énfasis en las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto, y su potencia para anticipar el resultado de cálculos.

Hacia el final del capítulo se abordan problemas de varios pasos que se resuelven con sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, y otros en los que la

información está dada en diversos portadores. La complejidad de la tarea no está determinada sólo por el tipo de problema, sino también por la cantidad y variedad de la información que se presenta. Se propicia el uso de la calculadora con la intención de que los alumnos se centren en la toma de decisiones de qué cálculos pueden hacer y en qué orden.

2.3. Capítulo 3. Círculo, circunferencia, ángulos y triángulos

Este capítulo se inicia con problemas que demandan describir y construir figuras circulares a partir del análisis de algunas de sus características. Ciertos problemas también proponen la identificación de puntos que cumplen determinadas condiciones asociadas a la idea de círculo, mientras que otros invitan a tomar decisiones sin recurrir a la medida y apelando a las relaciones estudiadas.

En otras páginas se propone la construcción de triángulos sobre la base de la circunferencia, de manera de introducir a los alumnos en el análisis de las relaciones entre los lados para arribar a la propiedad triangular. Luego se invita a explorar y estudiar la propiedad de la suma de los ángulos interiores de los triángulos, también mediante problemas de construcción o que involucren tomar decisiones sin medir. Este estudio se profundiza a partir del análisis de la cantidad de soluciones en función de los datos. Hacia el final se amplía la complejidad de los problemas, a partir de situaciones que exigen construir y analizar triángulos —usando distintos datos— o determinar su existencia a partir de diferentes informaciones sobre lados y ángulos.

2.4. Capítulo 4. Operaciones II

Al comienzo se presentan problemas que no requieren una respuesta exacta. Se trata de analizar que para decidir sobre algunas situaciones es suficiente con dar una respuesta aproximada. El desafío es producir, usar y analizar diferentes estrategias de estimación para resolver problemas.

Se continúa con problemas de cálculo mental, que ponen en el centro las relaciones entre la multiplicación y la división. Se trata de hacer foco en la interpretación de la información que provee una expresión de un cálculo multiplicativo para anticipar el resultado de otros cálculos, también multiplicativos, o bien de divisiones.

Luego se presentan situaciones que apuntan a que los alumnos profundicen el estudio de las propiedades de la multiplicación y la división. Se

parte de un análisis y explicitación de las propiedades de la multiplicación, las cuales venían rigiendo de manera implícita. En algunos problemas el trabajo se orienta hacia cómo el dominio de las propiedades permite anticipar resultados de cálculos. Con posterioridad se desarrolla un tratamiento similar en torno de las propiedades de la división. Este trabajo requerirá establecer qué propiedades válidas para la multiplicación lo son también para la división, aquellas que también funcionan en la división pero de otra manera y las que no son válidas en esta última operación.

Hacia el final del capítulo se presentan problemas que incluyen la realización de varias operaciones. En consecuencia, se sugiere habilitar el uso de la calculadora, para que los alumnos puedan agilizar los cálculos y centrar el análisis en la selección y el orden de las operaciones.

2.5. Capítulo 5. Múltiplos y divisores

Se inicia con diferentes problemas que tienen en común la necesidad de determinar la cantidad de veces que “un número entra en otro”. A partir de estas primeras situaciones exploratorias se avanza hacia una definición de múltiplo y divisor.

Los problemas siguientes buscan poner en relación estos conceptos con la división. Se abordan situaciones de cálculo mental en las cuales las nociones de múltiplos y divisores se constituyen en herramientas para anticipar resultados de cálculos. Se trata de que los alumnos utilicen descomposiciones convenientes de factores, para poder hallar el resultado de multiplicaciones y divisiones. Otros problemas exigen poner en juego relaciones entre los números, con la producción de descomposiciones que permitan determinar el resto de divisiones sin hacer las cuentas.

2.6. Capítulo 6. Cuadriláteros

La propuesta inicial consiste en que los alumnos copien y describan figuras que contienen cuadriláteros, de manera de indagar sobre la medida y el paralelismo de los lados, así como la amplitud de los ángulos. Este estudio se profundiza con problemas que involucran construir cuadriláteros, justificando en cada caso la validez de las construcciones realizadas mediante las propiedades puestas en juego. Variar los instrumentos habilita el uso implícito de unas u otras propiedades de las figuras. El análisis de los problemas se centra en la explicitación de esas propiedades luego de las construcciones.

Se avanza en el estudio de los cuadriláteros a partir de la propiedad de la suma de los ángulos interiores. Unos primeros problemas exploratorios apuntan a que los alumnos puedan elaborar conjeturas. Luego se presenta una demostración de esa propiedad.

Finalmente se propone usar las propiedades y definiciones estudiadas para averiguar la medida de ángulos sin medir efectivamente.

2.7. Capítulo 7. Fracciones

Se inicia con la presentación de situaciones con medios, cuartos y octavos, con las que se busca que los alumnos puedan recuperar sus conocimientos anteriores sobre estas cantidades, para luego avanzar hacia la explicitación de las relaciones entre estas fracciones y con el entero.

A continuación se proponen problemas que requieren efectuar repartos en partes iguales y analizar las relaciones entre distintas escrituras fraccionarias que dan cuenta de un mismo reparto. A su vez, se busca incorporar nuevas fracciones y relaciones al repertorio que los alumnos hayan construido con anterioridad.

En los problemas siguientes se busca que los alumnos consideren la división como estrategia de reparto equitativo. Es posible que muchos recurran a divisiones o multiplicaciones por medio del cálculo mental y se enfrenten a la determinación de “qué hacer con el resto”. Se avanza hacia explicitar la relación entre la división entera y el resultado de un reparto equitativo.

Luego se aborda un sentido diferente de las fracciones: la posibilidad de expresar la relación entre partes y el entero o la relación entre partes. Para ello se presentan problemas que exigen tratar con superficies —aunque el concepto de área aún no sea objeto de estudio—.

Nuevos problemas apuntan a buscar la fracción de un número o a reconstruirlo a partir de la fracción dada. Otros buscan abordar estrategias diferentes para comparar fracciones. También se retoma la representación en la recta numérica, que ya se utilizó en el capítulo 1 a propósito de los números naturales.

En las últimas páginas se abordan de manera explícita estrategias de cálculo mental para sumas y restas. No se proponen algoritmos o métodos únicos de cálculo, sino que se busca que los alumnos exploren estrategias variadas apoyándose, principalmente, en la equivalencia entre fracciones.

2.8. Capítulo 8. Decimales

Los problemas de las primeras páginas buscan que los alumnos se enfrenten con situaciones que involucran el uso de expresiones decimales en el contexto del dinero y de las medidas de longitud. Estos problemas admiten resoluciones con escrituras que involucran hasta el orden de los centésimos.

Luego, para explorar las relaciones entre fracciones decimales y escrituras decimales, se plantean particiones en 10, 100 y 1.000, y se introducen nuevas expresiones $-1/10$, $1/100$ y $1/1.000$ — asociadas a las escrituras 0,1, 0,01 y 0,001 ahora descontextualizadas del dinero y la medida.

Se continúa con una sistematización de las relaciones entre fracciones y expresiones decimales, y con el análisis de que una misma cantidad puede escribirse de diferentes maneras. Algunos problemas implican una profundización en el estudio de estas relaciones a partir de las descomposiciones aditivas. Se espera que los alumnos identifiquen que el lugar que ocupa un número en la expresión decimal está asociado a la cantidad de décimos, centésimos o milésimos que representa.

Luego se proponen páginas con problemas que exigen elaborar recursos para comparar escrituras decimales, recursos que serán diferentes a los que los alumnos usan para números naturales (p. ej., la cantidad de cifras no determina si el número es mayor o menor, existen infinitos números entre dos dados, etc.). Se utilizará la recta numérica como herramienta para estudiar estos aspectos. Algunos problemas ponen en juego una ruptura importante en relación con el trabajo con los números naturales: para comparar expresiones decimales no siempre basta con considerar la parte entera, además hay que leer toda la cantidad e interpretar décimos, centésimos y milésimos.

Las estrategias de cálculo son objeto de trabajo en páginas siguientes. Se apunta a que los alumnos elaboren recursos para multiplicar y dividir por la unidad seguida de ceros. Ya en los primeros problemas es probable que los alumnos identifiquen cierta regularidad (“se corre la coma”). Es una oportunidad para que los alumnos ensayen explicaciones sobre esa regularidad.

De la misma manera que se propone trabajar con cálculos mentales con números naturales, se apunta a encontrar maneras de efectuar cálculos con expresiones decimales, en función de los números que intervienen y vinculadas al valor posicional. Se toma como objeto de trabajo el análisis de algunos errores habituales, por ejemplo, cuando se tratan como si fueran independientes los enteros y los décimos sin considerar los enteros que se forman con los décimos o los décimos que se forman con los centésimos.

2.9. Capítulo 9. Proporcionalidad

Los niños se han enfrentado en otros años, incluso en capítulos anteriores de este mismo libro, con problemas que involucran relaciones de proporcionalidad. Por ejemplo, al interior del estudio de la multiplicación y la división, cuando se abordaron problemas con series proporcionales que se resuelven por medio de una multiplicación o una división. También las relaciones de proporcionalidad han estado “jugando” en las estrategias de cálculo.

En este capítulo se propone estudiar con un poco más de profundidad las relaciones numéricas y las propiedades específicas de la proporcionalidad. Luego de un inicio en la resolución de problemas, por medio de estrategias diversas y de la exploración de variados recursos, se propone explicitar ciertas propiedades que permiten caracterizar a esta clase de problemas.

Las primeras situaciones apuntan a poner en juego estrategias usadas en otros problemas, como relaciones de doble, mitad, triple, tercera parte, etc. También se analiza la posibilidad de sumar datos de una magnitud para determinar el valor correspondiente a la otra magnitud. Y se explicita la constante de proporcionalidad vinculada con la idea del valor unitario. Estos aspectos se tratan implícitamente desde las primeras páginas y hacia el final de estas se definen explícitamente las propiedades de este modelo.

Muchos de los problemas presentados proponen una organización en cuadros de doble entrada para favorecer el análisis de los datos y las relaciones entre ellos.

Se avanza con problemas de proporcionalidad cuya constante o algunos de los datos son números racionales, con la finalidad de extender el uso de las propiedades de la proporcionalidad a este campo numérico. También este trabajo permitirá reutilizar estrategias de cálculo apelando a las equivalencias entre expresiones fraccionarias y decimales.

El capítulo finaliza con situaciones que tienen la intención de que los alumnos decidan si el modelo proporcional permite resolverlas o no y de qué manera.

2.10. Capítulo 10. Cuerpos geométricos

El trabajo se inicia con un conjunto de situaciones tendientes a que los alumnos identifiquen características diferentes de algunos cuerpos geométricos. Esas características estarán asociadas a la cantidad de caras y sus formas, a la cantidad de aristas y vértices, y a las relaciones entre cantidad de

lados de la base y cantidad de caras laterales. En las páginas siguientes se continúa con una colección de problemas que tienen la intención de que los alumnos profundicen en el estudio de esas características a partir de analizar desarrollos planos. En algunos problemas se promueve la anticipación sobre con cuáles desarrollos es posible armar cierto cuerpo, para luego recurrir al armado como instancia de comprobación.

2.11. Capítulo 11. Medida

Se inicia con el estudio de las relaciones entre diferentes unidades de medidas de longitud. A la luz de esta magnitud se propone analizar con los alumnos que este sistema de medida tiene una organización decimal y, en consecuencia, involucra cálculos de multiplicación o división por 10, 100 o 1.000, así como relaciones de proporcionalidad directa entre unidades de medida. Otros problemas propuestos ponen en juego las relaciones entre expresiones con números naturales y racionales.

El trabajo avanza hacia el análisis de distintas escrituras equivalentes, a partir de las cuáles se apunta a discutir la conveniencia de transformar las medidas a una misma unidad para poder operar con ellas o compararlas. Una vez más es oportuno explicitar las relaciones de proporcionalidad, abordadas en el capítulo 9, que subyacen a la organización del sistema de medidas. En este punto también es pertinente volver sobre las conclusiones trabajadas en el capítulo 8 a propósito del análisis del valor posicional de las cifras en las expresiones decimales.

El mismo tipo de trabajo se propicia en las páginas siguientes con respecto a las medidas de peso y luego respecto de las medidas de capacidad. Por último se abordan situaciones que apuntan a profundizar en el establecimiento de relaciones entre fracciones y expresiones decimales a propósito del trabajo con longitudes, capacidades y pesos.

Bibliografía para el docente

Enfoque didáctico

Brousseau, G. (2007). *Introducción a la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Bs. As. Libros del Zorzal.

Brousseau, G. (1994). "Los diferentes roles del maestro". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As.. Paidós.

Charnay, R. (1994). "Aprender por medio de la resolución de problemas". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.

Chevallard, Y. (1997). *La Transposición Didáctica*. Aique.

Chevallard, Y; Bosch, M; Gascón, J (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Barcelona, Horsori Editorial.

Dirección de Currícula. (2004). *Diseño Curricular*. Secretaría de Educación. GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Dirección de Currícula. (2000). *Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática*. Ministerio de Educación. GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Dirección Provincial de Educación Primaria. Pcia. de Bs. As. (2007). *Diseño Curricular para la escuela primaria*. Disponible en www.abc.gov.ar.

Gálvez, G. (1985). "La Didáctica de las Matemáticas". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.

Iltzcovich, H. (coord.) (2007). *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Bs. As. Aique.

Lerner, D. (1996). "La enseñanza y el aprendizaje escolar". En: Castorina y otros. *Piaget-Vigotsky: contribuciones para plantear el debate*. Paidós. Bs. As.

Lerner, D. (2001). "Didáctica y Psicología: una perspectiva epistemológica". En: Castorina (comp.). *Desarrollos y problemas en Psicología Genética*. Bs. As. Eudeba.

Panizza, M. (2003). "Reflexiones Generales acerca de la enseñanza de la Matemática". En: Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el nivel inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Paidós.

Panizza, M. (2003) "Conceptos Básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas". En: Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el nivel inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Paidós.

Quaranta, ME; Wolman, S. (2002). "Discusiones en las clases de matemáticas: qué, para qué y cómo se discute". En: Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el nivel inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Paidós.

Sadovsky, P. (2005). "La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática". En: Alagia, Bressan y Sadovsky. *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Bs. As. Libros del Zorzal.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar Matemática hoy*. Bs. As. Libros del Zorzal.

Números naturales y sus operaciones

Bressan, AM. (1998). *La división por dos cifras: ¿un mito escolar?*. Consejo Provincial de Educación de Río Negro, documento de la Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática, disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar.

Broitman, C. (1999). *Las operaciones en el primer ciclo*. Bs. As. Editorial Novedades Educativas.

Broitman, C. (2005). *Estrategias de cálculo con números naturales. Segundo ciclo EGB*. Bs. As. Santillana.

Carraher, T; Carraher, D; Schliemann, A. (1991). *En la vida diez, en la escuela cero*. México, Siglo XXI.

Dantzing, T. (1971). *El número, lenguaje de la ciencia*. Hobbs Sudamericana.

Dirección Provincial de Educación Primaria (2007). "División en 5° y 6° año de la escuela primaria. Una propuesta para el estudio de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto". Disponible en www.abc.gov.ar.

Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Bs. As. (2001). "Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora en los tres ciclos de la EGB". Gabinete Pedagógico Curricular-Matemática. Disponible en www.abc.gov.ar.

Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Bs. As. (2001). "Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la Multiplicación en los tres ciclos de la EGB". Disponible en www.abc.gov.ar.

Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Bs. As. (2001). "Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la División en los tres ciclos de la EGB". Disponible en www.abc.gov.ar.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección de Currícula. (2006). *Cálculo Mental con Números Naturales*. Apuntes para la enseñanza. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (1997). Documento de actualización curricular N° 4. Matemática. Dirección de Currícula. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Lerner, D. (1992). *La matemática en la escuela aquí y ahora*. Bs. As. Aique.

Lerner, D; Sadovsky, P y Wolman, S. (1994). "El sistema de numeración: un problema didáctico". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de las matemáticas*. Bs. As. Paidós.

Parra, C. (1994). "Cálculo mental en la escuela primaria". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de las matemáticas*, Bs. As., Paidós.

Ponce, H. (2000). *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Bs. As. Editorial Novedades Educativas.

Saiz, I. (1994). "Dividir con dificultad o la dificultad de dividir". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las matemáticas en la escuela*. México. Trillas.

Números racionales

Block, D; Solares, D. *Las fracciones y la división en la escuela primaria: análisis didáctico de un vínculo*. Educación Matemática. Vol. 13 (2). México. Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 5-30.

Broitman, C; Itzcovich, H, y Quaranta, M. (2003). "La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad." RELIME. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Publicación oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 6. N° 1. Marzo, 2003, pp. 5-26. Disponible en www.clame.org.mx/relime.htm.

Centeno Pérez, J. (1988). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Ed. Síntesis.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección de Currícula. (2005). *Matemática: fracciones y decimales 4º, 5º, 6º y 7º. Páginas para el Docente*. Plan Plurianual. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección de Currícula. (2006). *Cálculo Mental con números racionales. Apuntes para la enseñanza*. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. *Aportes para el desarrollo Curricular*. (2001). *Matemática: Acerca de los números decimales: una secuencia posible*. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. (1997). Documento de actualización curricular N° 4. Matemática. Dirección de Currícula. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Proporcionalidad (y otras relaciones entre variables)

Panizza, M; Sadovsky, P. *El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos*. FLACSO y Ministerio de Educación de la Pcia. de Santa Fe.

Ponce, H. (2000). *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Bs. As. Editorial Novedades Educativas.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. (2001). Documento de trabajo 7.º grado. Actualización curricular. Matemática. GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Geometría y medida

Broitman, C; Itzcovich, H. (2003). "Geometría en los primeros grados de la escuela primaria: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza". En: Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Paidós.

Broitman, C; Itzcovich, H. (2008). *La geometría como medio para "entrar en la racionalidad". Una secuencia para la enseñanza de los triángulos en la escuela primaria*. Revista 12ntes. Enseñar Matemática N° 4.

Consejo Provincial de Educación de Río Negro. (1997). La medida: un cambio de enfoque. Documento de la Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática. Disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar.

Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Bs. As. (2001). Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB. Disponible en www.abc.gov.ar.

Douady, R y Perrin Glorian, MJ. (1992). *Investigaciones en didáctica de matemática. Áreas de superficies planas en CM y en 6.º (parte 1)*. Revista Hacer escuela N° 9.

Douady, R y Perrin Glorian, MJ. (1992). *Investigaciones en didáctica de matemática. Áreas de superficies planas en CM y en 6.º (parte 2)*. Revista Hacer escuela N° 11.

Gálvez, G. (1994). "La Geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de las matemáticas*. Bs. As. Paidós.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula. (1998). La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo, Documento de actualización curricular N° 5. Matemática. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula (2007): Matemática. Geometría. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la geometría*. Editorial Libros del Zorzal.

Martínez, R y Porras, M. (1998). "La Geometría del Plano en la Escolaridad Obligatoria". En: *Revista Novedades Educativas* N° 78. Bs. As.

Saiz, I. (1996). *El aprendizaje de la geometría en la EGB*. En: *Revista Novedades Educativas*, N° 71.

