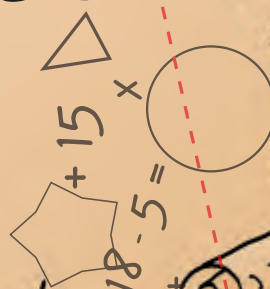
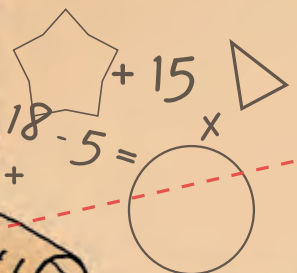


LIBRO DEL DOCENTE

Explorar en Matemática

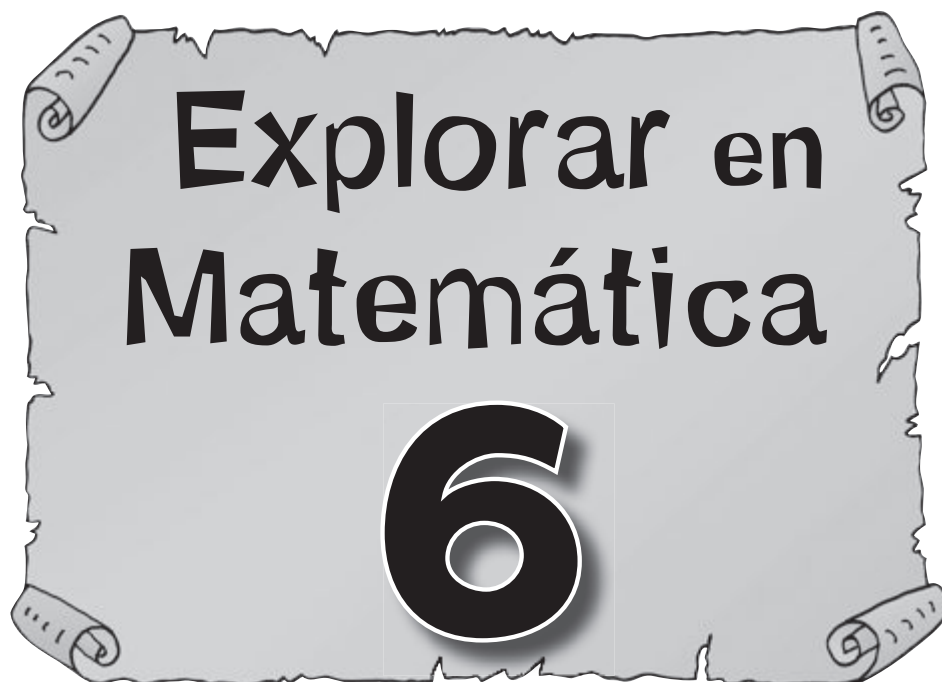
6



Claudia Broitman
Horacio Itzcovich
Mónica Escobar
Verónica Grimaldi
Héctor Ponce
Inés Sancha

 **SANTILLANA**

Libro para el docente



Explorar en Matemática 6. Libro para el docente
es una obra colectiva, creada, diseñada y realizada en
el Departamento Editorial de Ediciones Santillana, bajo
la dirección de Graciela Pérez de Lois, por el siguiente equipo:

Coordinación general: Claudia Broitman
Coordinación didáctica: Claudia Broitman y Horacio Itzcovich
Autoría: Mónica Escobar, Verónica Grimaldi, Héctor Ponce e Inés Sancha
Lectura crítica: Andrea Novembre

Editor: Juan Sosa
Jefa de edición: María Laura Latorre
Gerencia de gestión editorial:
Mónica Pavicich



La realización artística y gráfica de este libro ha sido efectuada por el siguiente equipo:

Jefa de arte: Claudia Fano.

Diagramación: Alejandro Pescatore.

Tapa: Claudia Fano.

Corrección: Paula Smulevich.

Ilustración: Paula Socolovsky, Douglas Wright.

Documentación

fotográfica: Leticia Gómez Castro, Teresa Pascual y Nicolas Verdura.

Preimpresión: Marcelo Fernández, Gustavo Ramírez y Maximiliano Rodríguez.

Gerencia de

producción: Gregorio Branca.

Este libro no puede ser reproducido total ni parcialmente en ninguna forma, ni por ningún medio o procedimiento, sea reprográfico, fotocopia, microfilmación, mimeógrafo o cualquier otro sistema mecánico, fotoquímico, electrónico, informático, magnético, electroóptico, etcétera. Cualquier reproducción sin permiso de la editorial viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

© 2012, EDICIONES SANTILLANA S.A.

Av. L. N. Alem 720 (C1001AAP), Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

ISBN: 978-950-46-3042-5

Queda hecho el depósito que dispone la Ley 11.723

Impreso en Argentina. Printed in Argentina.

Primera edición: diciembre de 2012.

Explorar en matemática 6 : libro del docente / Mónica Escobar ... [et. al.] ; coordinado por
Claudia Broitman y Horacio Itzcovich. - 1a ed. - Buenos Aires :
Santillana, 2012.
176 p. ; 24x19 cm.

ISBN 978-950-46-3042-5

1. Matemática. 2. Libro del Docente. I. Escobar, Mónica II.
Broitman, Claudia , coord. III. Itzcovich, Horacio, coord.
CDD 371.1

Este libro se terminó de imprimir en el mes de diciembre de 2012, en Encuadernación Aráoz S.R.L., Av. San Martín 1265, (1704) Ramos Mejía, República Argentina.

Índice

Contenidos	IV
<hr/>	
1. Enfoque didáctico y organización de <i>Explorar en Matemática 6</i>	VI
<hr/>	
1.1 ¿De qué manera se consideran los objetos de enseñanza?	VI
1.2 ¿Qué implica tratar diferentes sentidos de un conocimiento?	VI
1.3 ¿Qué tipo de prácticas se propicia?	VII
1.4 ¿Qué ideas sobre el aprendizaje en el aula subyacen a las propuestas?	XI
1.5 ¿Qué ideas sobre la gestión de la clase se consideraron para la organización de este libro?	XII
<hr/>	
2. Presentación y desarrollo de cada capítulo	XVI
<hr/>	
2.1 Capítulo 1. Para empezar sexto	XVI
2.2 Capítulo 2. Operaciones I	XVI
2.3 Capítulo 3. Numeración	XVI
2.4 Capítulo 4. Operaciones II	XVII
2.5 Capítulo 5. Figuras geométricas	XVIII
2.6 Capítulo 6. Fracciones I	XVIII
2.7 Capítulo 7. Divisibilidad	XIX
2.8 Capítulo 8. Fracciones II	XIX
2.9 Capítulo 9. Fracciones y decimales I	XIX
2.10 Capítulo 10. Proporcionalidad	XX
2.11 Capítulo 11. Longitud, capacidad y peso	XXI
2.12 Capítulo 12. Fracciones y decimales II	XXI
2.13 Capítulo 13. Área y perímetro	XXII
<hr/>	
Bibliografía para el docente	XXIII
<hr/>	



Contenidos

Capítulo 1 Para empezar sexto

Lectura, escritura y comparación de números	6
Problemas de varios pasos. Recursos de cálculo	7-10

Capítulo 2 Operaciones I

Cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones	14
Relaciones entre la multiplicación y la división	15-18
Propiedades de la multiplicación	19-20
Propiedades de la división	21-22

Capítulo 3 Numeración

Lectura, escritura y orden de números naturales. Diferentes escrituras de un mismo número	26
Análisis del valor posicional	27-30

Capítulo 4 Operaciones II

Cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones	34
Problemas de combinatoria	35-36
Relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto	37-38
La potenciación en problemas de tipo recursivo	39-40
Cálculo estimativo de multiplicaciones y divisiones. Jerarquía de las operaciones	41-42

Capítulo 5 Figuras geométricas

Análisis de características de figuras que contienen circunferencias, triángulos y cuadriláteros	46
Relaciones entre circunferencias, triángulos y cuadriláteros	47-48
Relaciones entre circunferencias, triángulos y cuadriláteros. Propiedades de triángulos	49-50
Exploración y análisis de algunas características de las alturas de los triángulos	51-52
Análisis de algunas propiedades de los paralelogramos a partir de actividades de construcción	53-54
Exploración de las propiedades de ángulos, lados y diagonales de paralelogramos	55-56

Capítulo 6 Fracciones I

Relación entre fracción y división. Equivalencia entre expresiones fraccionarias	60
Las fracciones para expresar una medida	61-62
Comparación de fracciones. Búsqueda de fracciones entre dos dadas. Recta numérica	63-64

Capítulo 7 Divisibilidad

Introducción a las nociones de múltiplo y divisor	68
Múltiplos y divisores. Relaciones entre problemas multiplicativos y los conceptos de múltiplo y divisor	69-70
Uso de múltiplos y divisores para obtener información sobre números y resultados de cálculos	71-72
Múltiplos y divisores. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor	73-74
Múltiplos y divisores. Criterios de divisibilidad	75-76

Capítulo 8 Fracciones II

Multiplicación de una fracción por un número entero en el contexto de la proporcionalidad	80
Multiplicación de fracciones	81-82
Cálculos mentales con fracciones	83-84
Operaciones con fracciones	85-86

Capítulo 9 Fracciones y decimales I

Lectura y escritura de expresiones decimales	90
Comparación y orden de expresiones decimales. Representación en la recta numérica	91-92
Análisis del valor posicional en expresiones decimales	93-94
Equivalencias entre expresiones fraccionarias y decimales	95-96

Capítulo 10 Proporcionalidad

Resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa	100
Porcentaje como relación de proporcionalidad. Porcentaje, fracciones y decimales	101-102
Gráficos circulares y cartesianos. Relación con la proporcionalidad directa	103-104
Situaciones no proporcionales y de crecimiento proporcional	105-106
Proporcionalidad inversa. Propiedades y comparación con la proporcionalidad directa	107-108

Capítulo 11 Longitud, capacidad y peso

Equivalencias entre unidades de medida de longitud	112
Equivalencias entre unidades de medida de longitud. Uso de expresiones decimales y fracciones decimales	113-114
Equivalencias entre unidades de medida de peso. Uso de expresiones decimales y fracciones decimales	115-116
Equivalencias entre unidades de medida de capacidad. Uso de expresiones decimales y fracciones decimales	117-118
Estimación de medidas. Exploración de sistemas de medidas ingleses y de magnitudes del campo informático	119-120

Capítulo 12 Fracciones y decimales II

Multiplicación y división por la unidad seguida de ceros	124
Estrategias de cálculo para sumar y restar decimales	125-126
Estrategias de cálculo para multiplicar decimales	127-128
Cociente decimal entre dos números naturales. División entre expresiones decimales	129-130

Capítulo 13 Área y perímetro

Medición y comparación de áreas de figuras	134
Área y perímetro. Independencia entre sus variaciones	135-136
Unidades de medida de área	137-138
Fracciones y decimales para determinar el área de un rectángulo. Fórmulas de área del rectángulo y del cuadrado	139-140
Área del triángulo a partir del área del rectángulo. Cálculo de áreas de figuras diversas	141-142

1. Enfoque didáctico y organización de *Explorar en Matemática 6*

1.1 ¿De qué manera se consideran los objetos de enseñanza?

Uno de los criterios que se han tenido en cuenta al elaborar esta propuesta se relaciona con el modo de considerar los objetos de enseñanza. Si bien los títulos de los capítulos anuncian objetos reconocidos en la enseñanza (numeración, operaciones, fracciones, decimales, figuras y cuerpos geométricos, medida, proporcionalidad), sabemos que sobre estos mismos objetos es posible desplegar actividades y situaciones muy diferentes. En este libro se optó por que los alumnos se vinculen en cada contenido tanto con ciertos sentidos asociados a esos conocimientos como con ciertos tipos de prácticas relacionadas con la actividad matemática. Es decir que los contenidos están formados por los objetos matemáticos enunciados recientemente y por las prácticas por medio de las cuales los alumnos podrían “atraparlos”.

1.2 ¿Qué implica tratar diferentes sentidos de un conocimiento?

En este libro hemos adoptado la decisión de que, a propósito de un mismo contenido, los alumnos se enfrenten a una variedad de problemas que lo involucran. Partimos de la idea de que el sentido de un conocimiento se construye en interacción con las clases de problemas que se resuelven y sobre los que se reflexiona. Expresado en otros términos, partimos del supuesto de que los alumnos no aprenden de una vez y para siempre un conocimiento, sino que van ampliándolo en forma progresiva a medida que abordan nuevos aspectos, nuevos recursos, nuevas clases de problemas en los que ese conocimiento es medio de solución. Identificar un conocimiento funcionando en una cierta clase de situaciones no implica directamente que los alumnos lo reconozcan como herramienta pertinente para tratar otro tipo de situaciones. Por ejemplo, a propósito de las fracciones, se proponen diferentes tipos de desafíos: algunos implican apelar a estos objetos para dar cuenta de la cantidad que resulta de efectuar un reparto equitativo. Esta idea no autoriza de manera directa a que los alumnos recurran a estos objetos para resolver un problema que involucra determinar cómo obtener un entero a partir de conocer una de sus partes. Así como tampoco se establece una relación directa entre estos sentidos de las fracciones y la posibilidad de medir una longitud que requiere subdividir la unidad de medida. Estos tipos de problemas aparecen como objeto de estudio en diferentes páginas del mismo capítulo:

1 ¿Cuánto chocolate come cada amigo si se trata de repartir, sin que sobre nada y en partes iguales, estas cantidades de chocolates iguales?

a) 3 entre 4. b) 5 entre 8. c) 13 entre 4.

3 El rectángulo representa $\frac{1}{3}$ de un entero. Dibujá el entero. ¿Hay una única posibilidad?

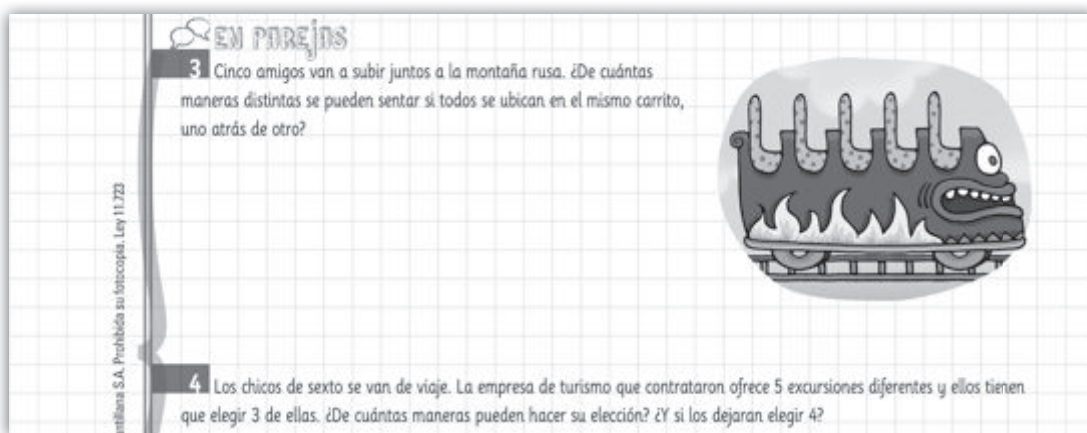
Si los alumnos no “pasan” por estos diferentes tipos de problemas, no reflexionarán sobre los recursos puestos en juego en su resolución. Asimismo, si no se despliega una intencionalidad de que se establezcan relaciones entre ellos, difícilmente podrán atrapar los aspectos que tienen en común y reconocer que en todos los casos se puede apelar a las fracciones. El mismo análisis se considera a la luz de cada uno de los contenidos que pueblan este libro, como se explicitará en la presentación de cada capítulo al hacer mención a los diferentes sentidos que adquiere cada uno.

1.3 ¿Qué tipo de prácticas se propicia?

Es compartida la preocupación de muchos educadores por que los alumnos se vinculen con ciertas prácticas características de la actividad matemática. Uno de los aspectos principales se relaciona con la posibilidad de que los niños resuelvan problemas. Desde esta perspectiva un problema es tal en tanto y en cuanto permite que los alumnos se introduzcan en el desafío de resolverlo a partir de los conocimientos que dominan, pero les demanda, además, la producción de ciertas relaciones nuevas a partir de la búsqueda de una solución posible (aunque esta, en un principio, puede resultar incompleta, incluso incorrecta). Una de las características de la actividad matemática que ha guiado la elaboración de este libro se relaciona entonces con promover el ensayo, la exploración, la búsqueda genuina de caminos de solución a los problemas por parte de los alumnos. Por ejemplo:



Esta opción conlleva la aparición de concepciones no siempre adaptadas a las situaciones propuestas. De allí la necesidad de generar espacios de debates, de intercambios que permitan ajustar, sostener y modificar las ideas iniciales en el recorrido hacia la producción de relaciones que superen aquellas que se mostraron poco eficientes. Por ejemplo, el siguiente problema se propone para resolverlo en parejas, con la intención de favorecer un primer nivel de intercambio:



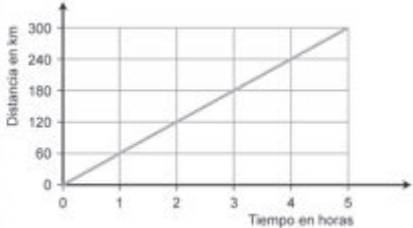
En otros momentos, estos intercambios involucran a toda la clase. Por ejemplo:

ENTRE TODOS
Un jugador del Manchester United cobra 11,5 millones de dólares por año. ¿Cuál de estas escrituras representa esa cantidad?

115.000 11.500.000 11.000.500 11.000.000.500 1.000.005

Otro aspecto de la actividad matemática que se propicia desplegar se identifica con la producción de modos de representación que permitan atrapar las relaciones que se ponen en juego al intentar resolver un problema. Estas representaciones tienen varias funciones. Son un punto de apoyo en la tarea de elaboración de estrategias de resolución; aportan a la identificación de ciertos sentidos de los conocimientos con los que se está tratando y a su vez, son un excelente recurso para la comunicación. Estas representaciones –propias y ajenas, convencionales o no convencionales– también son objeto de enseñanza, de manera que es esperable que crezcan y vayan adaptándose a los diferentes tipos de problemas y relaciones que se desarrollen. Veamos un ejemplo de cómo se constituyen en objeto de estudio:

4 El gráfico representa la distancia que recorre un tren en función del tiempo que transcurre viajando siempre a la misma velocidad.



a) ¿Es cierto que en 3 horas recorre 180 km? ¿En qué parte del gráfico encontrás esa información?

b) ¿Qué distancia recorre en 2 horas? Marcá el punto del gráfico que da esta información.

c) ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 300 km? Marcá el punto del gráfico que da esta información.

d) Completá la tabla con datos del gráfico y con otros que podés calcular a partir de ellos, suponiendo que el tren sigue viajando a la misma velocidad.

Distancia (km)					30	360	
Tiempo (horas)	1	2	4	5			$7\frac{1}{2}$

Ley 11.723

La resolución de problemas, la elaboración de estrategias de resolución, la búsqueda, la producción de modos de representación son la fuente principal a partir de la cual los alumnos pueden arribar al establecimiento de conjeturas sobre las relaciones que subyacen a las tareas

propuestas. Estas conjeturas son resoluciones o aproximaciones que deberán ponerse en debate para fomentar la elaboración de argumentos matemáticos que permitan estar seguros de que se estableció una cierta relación. Además, podrían estar constituidas a partir de tareas diversas: una respuesta numérica a un problema, una relación a identificar, la cantidad de soluciones que se encuentran, la imposibilidad de arribar a una respuesta, la decisión entre una opción u otra, la posibilidad o no de determinar una medida, la posibilidad o no de que exista una figura con ciertas condiciones, la existencia o no de proporcionalidad en una relación entre magnitudes, entre otras. Por ejemplo:

EN PAREJOS

7 Analicen si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

a) Es posible que en una cuenta de dividir el dividendo sea 56; el cociente, 13, y el resto, 3.

b) En una cuenta de dividir en la que el divisor es 17, el resto nunca puede ser 19.

c) En una cuenta de dividir con resto 4 y cociente 11, hay un único número posible para el dividendo.

d) Una cuenta que tiene divisor 4 y cociente 12, tiene 4 dividendos posibles: 48, 49, 50 y 51.

Otro aspecto de la actividad matemática que se propicia se relaciona con la producción de razones que permitan decidir acerca de la validez o no de lo que se hizo, de los resultados que se obtuvieron, de las conjeturas que se elaboraron. Este ejemplo permite ilustrar cómo se intenta instalar este tipo de prácticas:

5 Decidí cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles, falsas. Intentá responder sin hacer los cálculos.

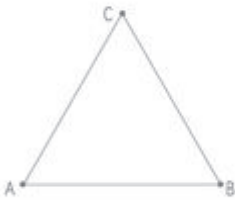
<input type="checkbox"/> 4×177 es múltiplo de 4.	<input type="checkbox"/> $(18 + 360 + 2.400)$ es múltiplo de 6.
<input type="checkbox"/> 4×177 es divisible por 4.	<input type="checkbox"/> $(18 + 360 + 2.400)$ es múltiplo de 12.
<input type="checkbox"/> 4×177 es múltiplo de 177.	<input type="checkbox"/> $(18 + 360 + 2.400)$ es divisible por 3.

Acompañando el trabajo recientemente descripto, relacionado con la elaboración de conjeturas y el establecimiento de la validez de un cierto tipo de relación puesta en juego, se busca fomentar un nuevo aspecto asociado a la actividad matemática: determinar bajo qué condiciones una conjetura podría ser cierta. Esta clase de práctica implica, entre otras cuestiones, establecer si aquello que se identificó como válido para algún o algunos casos particulares, funciona también para cualquier otro caso que preserve las mismas condiciones. Con este tipo de desafíos se trata de iniciar a los alumnos en el problema de la generalización –que supera ampliamente lo que podrá tratarse en la escuela primaria–. En algunas oportunidades la conjetura podrá ser válida solo para una colección finita de casos. En cambio, en otras ocasiones, la validez de una conjetura se podrá establecer para todos los casos que cumplen una cierta condición, y entonces podrá elaborarse una ley, una regla, una estrategia, un algoritmo, una propiedad, un teorema.

Por ejemplo:

ENTRE TODOS

El triángulo equilátero ABC es la mitad de un rombo.
¿Será posible construir el rombo de manera que cualquiera de los tres lados del triángulo sea una de sus diagonales? Si la respuesta es "no", expliquen por qué, y si es "sí", investiguen si se puede estar seguro de que los lados de esos tres rombos tienen la misma longitud.



© Santillana

También forma parte de la actividad matemática la identificación de un modelo matemático. En una apretada síntesis podríamos indicar que un proceso de modelización involucra abordar o tratar con una cierta problemática, resultado de un recorte particular de una realidad mucho más compleja, en la que intervienen numerosas variables, de las cuales solo se seleccionan algunas. A partir de allí se deberán producir o utilizar relaciones adaptadas entre esas variables que permitan abordar el problema. Esas relaciones se sostienen en conocimientos matemáticos disponibles o a elaborar, con la finalidad de estudiar la problemática en cuestión. Finalmente, los resultados obtenidos o a los que se arriba deberán contrastarse con el recorte desarrollado de la problemática, analizando su pertinencia. En este libro, algunos aspectos de este tipo de práctica también son introducidos para los alumnos. Por ejemplo:

1 En la frutería tienen estos precios. ¿Es proporcional la relación entre la cantidad de naranjas y los precios? Explícate por qué.

1 kg de naranjas	\$ 7,50
3 kg de naranjas	\$ 21
5 kg de naranjas	\$ 37,50

Otro tipo de tarea que abona a la idea de que los alumnos se vinculen con la práctica matemática se relaciona con diferentes situaciones que "obligan" a establecer relaciones entre conocimientos que, aparentemente, no las tendrían. Este criterio también ha comandado la elaboración de este libro de manera de ofrecer a los alumnos instancias para establecer relaciones entre conocimientos que vinieron estudiando y que aparentan ser independientes:

5 a) Completá esta tabla.

dm		400	2.000		15.000	
hm	1			$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{100}$	10,5

b) ¿La relación entre decímetro y hectómetro es de proporcionalidad directa? ¿Por qué?

c) Si tuvieras que armar una tabla con la relación entre centímetro y decámetro, ¿podrías usar los números que se presentan y los resultados obtenidos en la tabla del punto a)?

d) ¿Y para una tabla entre hectómetros y kilómetros?

Finalmente, reorganizar y sistematizar el propio trabajo también es un aspecto de las prácticas matemáticas. En este libro, en ocasiones, se propone a los alumnos ya no ocuparse de un problema, sino reflexionar sobre clases de problemas o retornar sobre relaciones que pudieron haber circulado. Por ejemplo, a propósito de los problemas tratados en páginas anteriores se propone:

ENTRE TODOS

En la Argentina las patentes de los autos usan 3 letras y 3 números.

- a) ¿Cuántos autos permite registrar este sistema?
- b) ¿Cuántos autos más se podrá registrar si se agrega una letra?
- c) ¿Y si se agrega un número?

1.4 ¿Qué ideas sobre el aprendizaje en el aula subyacen a las propuestas?

De manera solidaria con el tipo de trabajo matemático descripto anteriormente, se adopta la idea de que es necesario que los alumnos se enfrenten con problemas –como ya se mencionó– que favorezcan procesos constructivos a partir de poner en juego sus conocimientos y producir nuevos. Este proceso demanda indefectiblemente elaboraciones y reelaboraciones sucesivas por parte de los alumnos, que deberán promoverse desde la enseñanza. A partir de estas interacciones se podrá propiciar la reelaboración de esos conocimientos en dirección hacia otros nuevos. Ahora bien, la resolución de problemas aislados no funciona por sí sola como motor de producción de conocimientos. Es preciso un trabajo sistemático de varias clases próximas en torno a un recorte de situaciones para que los alumnos puedan reorganizar una y otra vez sus producciones, volver sobre las relaciones que pudieron haber aparecido, abandonar ensayos erróneos e intentar aproximaciones nuevas. Esta forma de entender el desarrollo del trabajo matemático de los alumnos en la escuela involucra considerar el largo plazo, la complejidad y la provisoriedad como marcas características.

Esta concepción de trabajo matemático en el aula involucra a su vez la aparición de errores que son forzosamente parte del proceso constructivo, marcas visibles del estado de conocimiento de los niños en un momento determinado. A veces su revisión exige un trabajo de la misma naturaleza que producir nuevos conocimientos más acertados. Algunos de los errores que producen los niños se fundamentan en explicaciones que tienen su propia lógica. Comprenderlas y colaborar para su superación requiere un trabajo colectivo y sistemático dentro del aula que también ha sido considerado.

En este libro, en ocasiones, se propone reflexionar sobre posibles errores frecuentes en este nivel de la escolaridad. Por ejemplo:

4 ¿Es cierto que la mitad de 10,16 es 5,8?

1.5 ¿Qué ideas sobre la gestión de la clase se consideraron para la organización de este libro?

El libro está organizado en capítulos que se inician con un juego asociado, en buena medida, con los conceptos que “viven” al interior del capítulo. En algunas oportunidades, el juego debe desarrollarse de manera colectiva, comandado por el docente. En otras ocasiones se propicia que los alumnos jueguen en parejas o en pequeños grupos.

CAPÍTULO 11 LONGITUD, CAPACIDAD Y PESO

Reglas del juego
Se juega en grupos de 4 chicos, una pareja juega contra la otra. Se necesita un dado y dos fichas. Por turnos, cada pareja tira el dado y va avanzando con su ficha desde la “salida”. Cuando los jugadores caen en un casillero con las preguntas “¿Cuánto mide..?”, “¿Cuánto pesa..?” o “¿Cuánto contiene..?”, la otra pareja elige una pregunta del grupo correspondiente y la lee junto con sus opciones de respuesta. Si la pareja jugadora selecciona la respuesta correcta, vuelve a tirar. Si no lo hace, pierde un turno. Ganan los que alcanzan primero la “llegada”.

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

A continuación se propone una primera página con problemas que dan inicio al tratamiento de un contenido –a partir de suponer disponibles ciertos conocimientos entre los alumnos– y que permitirían, bajo determinadas condiciones, primeras aproximaciones a las relaciones que se propone establecer. Posteriormente, el capítulo está organizado en dobles páginas que permiten promover el estudio, de una manera secuenciada, sobre algún aspecto del contenido que se aborda. Es esperable que al inicio esos problemas no se resuelvan de manera precisa, ni correcta, incluso algunas resoluciones podrán distar mucho de lo que matemáticamente se aspira a producir. Al tratarse de dos páginas, la expectativa es que el trabajo individual sobre un cierto tipo de problemas, los intercambios con el docente y los compañeros, el análisis de lo realizado permitan que los alumnos avancen en recursos, conceptualizaciones, procedimientos. Las producciones de los niños serán el insumo principal sobre el que el docente podrá desplegar sus intervenciones, promover el análisis de los recursos desplegados, de las representaciones elaboradas, de las relaciones utilizadas o “fabricadas”. Es en este entramado complejo donde se promueven, se ponen en juego y en ocasiones se identifican las prácticas matemáticas antes descriptas. En el libro del docente se explicitan los contenidos de cada doble página así como las orientaciones sobre lo que se espera promover en la clase en torno a esos problemas.

En la elaboración de las páginas de este libro se consideraron diversas modalidades de organización de la clase en función de las formas que puede adquirir el trabajo matemático, del nivel de conocimientos que el problema involucra y del tipo de interacciones que se pretende generar. Para muchos problemas es necesario que el docente sostenga un momento de exploración desde el trabajo individual. Son espacios necesarios para que cada niño, en un tiempo personal, pueda enfrentarse al desafío propuesto desde los conocimientos de los que dispone. Estos primeros acercamientos serán puntos de partida para que el docente pueda organizar el análisis colectivo posterior. En otras oportunidades es conveniente abordar algunos problemas en pequeños grupos o en parejas, de manera que las interacciones entre los alumnos funcionen como insumos y enriquezcan la producción. Por ejemplo:

6. Los puntos M y S son centros de las circunferencias. En el rombo MKST, la diagonal MS mide 2 cm. ¿Es posible saber la medida de los lados del rombo?

se fotocopia. Ley 11.723

Como el trabajo individual o en pequeños grupos favorece el despliegue de resoluciones que pueden ser válidas o no, completas o incompletas, con recursos más o menos ajustados, se requiere que el docente organice luego un espacio colectivo que permita que los conocimientos se socialicen, que los alumnos comuniquen y expliciten las estrategias que han producido, que todos los niños puedan conocer las estrategias de otros y, eventualmente, reutilizarlas. Pero a su vez, es también una función de este espacio colectivo la explicitación de las nuevas relaciones y de las

conjeturas que se hayan elaborado, así como la confrontación de argumentos que fueron circulando y el establecimiento –con ayuda del docente– de conclusiones, que incluyan, a veces, la identificación –también conducida por el docente– de los saberes matemáticos relacionados con los conocimientos que se pusieron en juego en la resolución y el análisis. En algunas oportunidades los momentos de trabajo colectivo se pueden utilizar, como ya se mencionó, para que el docente promueva el análisis de errores con la finalidad de involucrar a la mayor parte de la clase en la elaboración de explicaciones que permitan comprender su lógica, revisarlos y superarlos. Existe otra finalidad del trabajo colectivo: constituir una memoria de lo trabajado, recapitular, comparar los conocimientos anteriores con los nuevos, tomar conciencia de las progresivas y sucesivas reorganizaciones del conocimiento. En oposición a la idea de que los niños aprenden “sin darse cuenta”, se intenta promover un trabajo reflexivo sobre el propio proceso de estudio. En este libro hay sistemáticamente instancias de trabajo colectivo organizadas bajo el título “Entre todos”. En esta sección, ubicada al final de cada doble página, se propician diferentes tipos de actividades asociadas con los problemas que se trataron. En algunas oportunidades se recurre a este apartado para debatir acerca de los procedimientos de resolución que pudieron haber desplegado los alumnos en los problemas que resolvieron:

ENTRE TODOS
¿Cómo podrían encontrar una expresión decimal equivalente a esta fracción? $\frac{36}{5}$

En otras ocasiones se vuelve sobre las ideas puestas en juego en los problemas ya tratados a modo de reflexión, reorganización o generalización:

ENTRE TODOS
Expliquen cómo se puede saber, sin hacer las cuentas, si el resultado de $\frac{7}{4} \times \frac{11}{3}$ será mayor, menor o igual que $\frac{11}{3}$.

A veces esta instancia se utiliza para profundizar algún aspecto asociado con los problemas ya resueltos:

ENTRE TODOS

- ▣ Exploren en una calculadora científica qué teclas es preciso usar para encontrar los resultados de 6^2 , 2^3 y 3^5 .
- ▣ Intenten obtener el número 34.562 usando la calculadora científica, las operaciones de suma y multiplicación, y las potencias de 10.

En ciertas oportunidades se presentan problemas que permiten analizar la validez de algunas afirmaciones:

ENTRE TODOS

Determinen si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.

- Para pasar de kilómetro cuadrado a metro cuadrado se puede multiplicar por 1.000.
- 1 cm^2 es $\frac{1}{100}$ de m^2 .
- 1 m^2 es la diezmilésima parte de 1 hm^2 .
- 1 hm^2 entra 100 veces en 1 km^2 .

Algunas páginas también incluyen un espacio denominado “Machete” para establecer una definición a la luz de los problemas resueltos, que pueda reutilizarse y consultarse a lo largo del capítulo. Por ejemplo:


MACHETE

Las fracciones que representan el mismo número se llaman equivalentes. Por ejemplo, $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{8}$ son equivalentes porque, como $\frac{1}{8}$ es la mitad de $\frac{1}{4}$, para obtener 3 de $\frac{1}{8}$ se necesitan 6 de $\frac{1}{4}$.

En todos los capítulos, hacia el final, se presenta una sección titulada “Problemas para repasar”. Se trata de una nueva oportunidad para que los alumnos sistematicen sus conocimientos y se enfrenten a las dificultades propias que aún les presenta el tema tratado. Esta sección está pensada para promover un espacio de repaso, organizar tarea para el hogar o prepararse para un momento de estudio más sistemático o para una evaluación.


Capítulo 13: Área y perímetro


PROBLEMAS PARA REPASAR

1 a) Dibujá una baldosa que entre exactamente 6 veces en este rectángulo. 

b) Dibujá otra baldosa que entre exactamente 12 veces en el mismo rectángulo.


2. ¿Cuál de las figuras tiene un área de $5\frac{1}{2}$, considerando como unidad de medida este cuadradito, ■ ?



3. Usando como unidad de medida este rectángulo , dibujá tres figuras diferentes que midan 1 $\frac{1}{2}$.

4. Dibujá dos figuras diferentes cuya área sea 4 cm^2 .

5. Dibujá una figura que tenga menor área y mayor perímetro que esta.



2. Presentación y desarrollo de cada capítulo

2.1 Capítulo 1. Para empezar sexto

Este capítulo se inicia con un juego que exige realizar cálculos de las cuatro operaciones para obtener un número dado. Se continúa con el trabajo con lectura, escritura, orden y valor posicional con números hasta los millones y la exploración de escrituras con coma para números “grandes” (por ejemplo, 11,5 millones).

Se avanza luego con nuevos problemas que involucran tratar con algunos de los sentidos de las operaciones, que requieren varios pasos y diferentes formas de representación, así como apelar al cálculo mental de las cuatro operaciones. Se pone en juego la necesidad de anticipar y analizar el orden de las operaciones considerando el contexto de los problemas. Estos problemas se retoman en páginas siguientes y se amplía el tratamiento hacia nuevos sentidos de las operaciones (como organizaciones rectangulares, iteraciones). Se proponen problemas para tratar específicamente el cálculo mental con multiplicaciones y divisiones.

Los contenidos de este capítulo se retoman en los capítulos 2, 3 y 4.

2.2 Capítulo 2. Operaciones I

La portada de este capítulo presenta un juego que involucra la multiplicación y la división por 10, 100 y 1.000 usando la calculadora.

Luego se proponen cálculos mentales con multiplicaciones y divisiones. Las estrategias que se despliegan se apoyan en las regularidades del sistema de numeración y en las propiedades de las operaciones, aunque aún no se hagan explícitas.

Se prosigue con actividades para que los alumnos profundicen las relaciones entre multiplicación y división. Se busca que puedan apoyarse en un cálculo dado para deducir resultados de otros cálculos asociados.

Se continúa con nuevos problemas asociados a multiplicaciones y divisiones que implican diferentes sentidos: series proporcionales, organizaciones rectangulares, combinatoria, repartos, particiones, iteraciones. Se ponen en juego las relaciones entre cálculos y problemas. Las páginas siguientes abordan el trabajo con propiedades de la multiplicación a partir de diferentes problemas, de cálculos mentales y del uso de la calculadora. Luego se propone un trabajo de la misma naturaleza para explorar las propiedades de la división, así como, en algunas oportunidades, compararlas con las de la multiplicación.

2.3 Capítulo 3. Numeración

El juego presentado en la portada promueve un trabajo que involucra la comparación de números y el análisis del valor posicional al componer cantidades a partir de 1, 10, 100, 1.000, 10.000 y 100.000.

La primera página propone situaciones que demandan leer, escribir y ordenar números hasta el orden de los millones. También se retoman las escrituras con coma para números grandes presentadas en el capítulo 1.

En la doble página siguiente se propone un conjunto de problemas que apunta al estudio más profundo de otro aspecto del funcionamiento del sistema de numeración que se ha venido tratando en el primer capítulo y en el juego inicial: el valor posicional. Se busca promover la interpretación de la información numérica y su potencia para anticipar resultados. Se avanza en la producción y la interpretación de escrituras que involucran la composición y la descomposición de números en potencias de diez (aunque en este capítulo el término “potencias” no sea propuesto para los niños). También hay problemas que requieren encontrar el cociente y el resto al dividir por diez, cien y mil a partir del análisis de la información que provee la escritura del número estableciendo relaciones entre el sistema de numeración y las operaciones.

2.4 Capítulo 4. Operaciones II

El juego propuesto en la portada de este capítulo exige que los alumnos combinen de distintas maneras las cifras para obtener un cierto número y analicen la cantidad de posibilidades diferentes que aparecen. Esta situación permite también retomar el tratamiento del valor posicional.

Luego se avanza hacia diferentes clases de problemas que involucran cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones. Se pondrán en juego las características del sistema de numeración y las propiedades de las operaciones.

Los problemas de combinatoria se presentan en las páginas siguientes. Se apunta a que los alumnos puedan cuantificar la cantidad de agrupaciones que se pueden formar con los elementos de una colección o de colecciones distintas. Se analizan diferentes formas posibles de representación y una organización de la información que garantice la exhaustividad y que no se cuente una misma posibilidad más de una vez. Se propone relacionar estos recursos con cálculos multiplicativos.

Se continúa con una colección de problemas que ponen en el centro el análisis de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto retomando algunos problemas abordados en el capítulo 2. Se busca estudiar la relación $D = d \times c + r$ (D: dividendo; d: divisor; c: cociente; r: resto) teniendo en cuenta que el resto debe ser menor que el divisor. También se propone explorar la variedad de números que pueden verificar, o no, las relaciones entre estos elementos de la división.

La noción de potencia se introduce a partir de la resolución de algunos problemas de tipo recursivo. Hacia el final de estas páginas se propone explorar el uso de la calculadora científica y las relaciones entre potencias de 10 y el valor posicional de las cifras.

En páginas siguientes se apunta a que los alumnos se apropien de estrategias de cálculo aproximado. Para ello se proponen problemas que exigen encuadrar productos y cocientes, seleccionar resultados posibles entre varios dados y anticipar la cantidad de cifras del

cociente. Estos recursos vuelven a requerirse en nuevos problemas que no precisan un resultado exacto, y para los que es suficiente con una estimación.

2.5 Capítulo 5. Figuras geométricas

El juego que abre el capítulo presenta una situación problemática que invita a explicitar ciertos atributos que permitan identificar un dibujo.

Las primeras páginas exigen que los alumnos copien dibujos que contienen circunferencias, triángulos y cuadriláteros con la finalidad de hacer explícitas algunas de sus características. Se requiere el uso del compás, que pone en funcionamiento las ideas de centro, radio y diámetro. Las relaciones entre estas figuras se profundizan en páginas siguientes. Problemas más complejos exigen, sin medir, determinar la validez de ciertas afirmaciones acerca de la distancia entre puntos apoyándose en las definiciones tratadas de círculo y circunferencia. Nuevos problemas demandan utilizar los instrumentos de geometría en construcciones, a partir de cierta información provista en forma verbal o a través de dibujos.

Otras construcciones ponen el acento en aquellos datos que permiten acercarse a la clasificación de triángulos en función de sus lados y sus ángulos, explorando la inexistencia de alguno de ellos (por ejemplo, de triángulos equiláteros rectángulos). Otros problemas buscan poner en juego el análisis de la relación entre triángulos y cuadriláteros. Se recuperan las propiedades de los triángulos que posiblemente hayan sido estudiadas en años anteriores: la propiedad triangular y la suma de los ángulos interiores. Estas relaciones permiten volver sobre problemas que exigen determinar la validez de ciertas afirmaciones. Las alturas de los triángulos hacen su aparición como nuevos elementos en problemas de construcción, analizando algunas de sus características. Los conocimientos anteriores se ponen en juego en problemas que involucran tratar específicamente los paralelogramos. Se analizan en particular las características de sus lados, ángulos y diagonales en situaciones que exigen construcciones. Se estudian algunas de las propiedades de los ángulos de paralelogramos a través de problemas deductivos, de nuevas construcciones o del análisis de la posibilidad de construcción.

2.6 Capítulo 6. Fracciones I

Este capítulo se inicia con un juego que involucra la búsqueda de números entre otros dos dados. Se trata una primera entrada a la posibilidad de identificar que siempre es posible encontrar números racionales entre dos números, cuestión que diferencia este campo numérico del de los naturales.

Se continúa con una colección de problemas que intenta poner en relación las fracciones con la división en contextos de reparto. El mismo contexto habilita a tratar con fracciones equivalentes en términos de igualdad entre las cantidades que recibe cada uno de los destinatarios de los repartos.

Posteriormente se abordan problemas en los que las fracciones permiten tratar con medidas, estableciendo relaciones entre diferentes fracciones y con el entero. Estas relaciones se ponen luego al servicio de la comparación entre fracciones. La recta numérica resulta un recurso interesante en este punto, así como para una nueva aproximación a la idea de densidad: entre dos fracciones siempre se pueden encontrar otras, problemas que dan finalización al capítulo.

2.7 Capítulo 7. Divisibilidad

Este capítulo se inicia con un juego que apela a la noción de múltiplo, en un contexto similar al del tutti frutti. Inmediatamente se proponen problemas que retoman –o introducen, si los alumnos no lo han estudiado en años anteriores– los conceptos de múltiplo y divisor, haciendo explícito el entramado del que forman parte dentro del estudio de la multiplicación y la división en contextos que demandan analizar cuántas veces entra una cantidad en otra.

Se continúa con problemas en los que se apunta a anticipar y a desplegar distintas estrategias tendientes a determinar la verdad o la falsedad de ciertas afirmaciones asociadas con las nociones de múltiplos, divisores y cálculos. La idea de poder anticipar resultados de multiplicaciones y divisiones vuelve a aparecer en páginas siguientes. La descomposición en factores ofrece la posibilidad de conocer esos resultados sin hacer todas las cuentas. Esta es la finalidad de los problemas que se presentan.

Se avanza luego con nuevos problemas que demandan el uso de las nociones de múltiplos y divisores, incluyendo la idea de múltiplos comunes y divisores comunes. El capítulo finaliza con nuevos desafíos que promueven el estudio de los criterios de divisibilidad.

2.7 Capítulo 8. Fracciones II

Este capítulo se inicia con un juego relacionado con el establecimiento de áreas de figuras, apelando al conteo, e instala la necesidad de subdividir la unidad de medida, que es el cuadradito de una hoja.

Se continúa con problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa en los que las constantes de proporcionalidad son números fraccionarios. La multiplicación aparece entonces como recurso para tratar estos problemas. Se avanza luego en el estudio de esta operación entre fracciones, pero incluyendo ahora el contexto del cálculo de áreas de superficies.

En páginas siguientes se abordan problemas que pueden tratarse desde el cálculo mental, y que buscan la elaboración de recursos para sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones, a partir de las relaciones entre estas cantidades tratadas previamente y en el capítulo 6. Se finaliza con nuevos problemas que demandan apelar a las operaciones entre fracciones y a los cálculos mentales desarrollados.

2.9 Capítulo 9. Fracciones y decimales I

El capítulo se inaugura con un juego que tiene por finalidad retomar una propiedad que verifican los números racionales y que ha sido presentada en capítulos anteriores: entre dos de ellos siempre hay otros.

Se continúa con diferentes problemas que apuntan a recuperar muchos de los conocimientos que los alumnos pudieran tener disponibles sobre las expresiones decimales en relación con el contexto del dinero, el de la medida y también en un contexto puramente matemático que vincula el nombre de los números con su escritura.

Posteriormente se avanza en el estudio de las expresiones decimales a partir de situaciones que promueven la elaboración de recursos al servicio del trabajo en torno al orden y la comparación. La recta numérica aparece entonces como un soporte para tratar con algunas de estas relaciones. El estudio de este campo numérico se profundiza al proponer a los alumnos una nueva colección de problemas tendiente a poner en el centro del debate la incidencia del valor posicional de las cifras que conforman las expresiones decimales.

En este capítulo el estudio de los números racionales se apoya, entre otros aspectos, en el trabajo con expresiones fraccionarias y decimales. Las equivalencias entre estas escrituras son el objeto de las páginas finales a la luz de diferentes tipos de problemas que propician su explicitación.

2.10 Capítulo 10. Proporcionalidad

El juego que abre el capítulo propone iniciar o retomar el concepto de proporcionalidad a través de un juego similar al de Lotería. Luego se presentan algunos problemas de proporcionalidad directa a través de los cuales se espera que los niños establezcan relaciones con los problemas de multiplicación y división que vienen trabajando y con lo que han estudiado sobre proporcionalidad en años anteriores. La proporcionalidad es definida a partir de estos primeros problemas exploratorios.

En las páginas siguientes se propone continuar profundizando el estudio de las relaciones de proporcionalidad a través de la noción de porcentaje, identificándola como una relación de proporcionalidad en la que la cantidad de referencia es 100. Problemas específicos apuntan a establecer relaciones entre el porcentaje y las expresiones fraccionarias y decimales. También se proponen problemas que exigen cálculos mentales de porcentaje o con calculadora. Las representaciones gráficas hacen su aparición en páginas siguientes, tanto a través de gráficos circulares como de gráficos cartesianos.

Nuevas páginas proponen la resolución y el análisis de situaciones que no son de proporcionalidad pero en las que la proporcionalidad directa resulta una herramienta para resolverlas. Finalmente, se presentan situaciones sencillas que ponen en juego relaciones de proporcionalidad inversa. Se espera que los niños utilicen el cálculo mental

para resolverlas y expliciten las propiedades de esta relación, distinguiéndola tanto de las relaciones de proporcionalidad directa como de las que no involucran proporcionalidad.

2.11 Capítulo 11. Longitud, capacidad y peso

Para iniciar el capítulo, se propone un juego de recorrido en el que es preciso estimar medidas de longitud, capacidad y peso.

Se continúa con problemas que implican establecer relaciones de equivalencia entre unidades de medida de longitud. Un aspecto que se destaca se vincula con la posibilidad de avanzar en la identificación de la organización decimal que subyace a estos sistemas de medida. Este tipo de problemas permanece en las páginas siguientes, pero haciendo eje en los cálculos de multiplicación o división por la unidad seguida de ceros que permiten poner en juego relaciones de proporcionalidad directa entre unidades de longitud usando y presentando múltiplos y submúltiplos del metro.

El mismo tipo de tratamiento se propone a la luz del estudio de unidades de capacidad y de peso. En los tres tipos de magnitudes se presentan problemas en los cuales es necesario tratar con fracciones y expresiones decimales para escribir y determinar medidas.

Finalmente, el capítulo presenta problemas que exigen estimar medidas de longitud, capacidad y peso, y decidir unidades de medida según el objeto a medir. También se incluye un abordaje exploratorio del sistema de medidas inglesas y de magnitudes ligadas al campo informático (bits, bytes, MB, GB, etcétera).

2.12 Capítulo 12. Fracciones y decimales II

El juego que da inicio a este capítulo involucra la relación de cálculos de multiplicaciones y divisiones para obtener ciertas expresiones decimales.

Se continúa con problemas que apuntan a identificar algunos “efectos” que producen en las escrituras de los números con coma la multiplicación o la división por 10, 100 o 1.000, explicitando los motivos de las transformaciones que sufren.

El capítulo continúa con una colección de problemas que demandan sumar y restar expresiones decimales. No se espera abordar algún algoritmo en particular, sino que se aspira a que los alumnos elaboren diferentes recursos de cálculo mental para tratar con estas operaciones. El análisis del valor posicional es un punto de anclaje para el análisis de diferentes recursos.

El mismo tipo de tratamiento se propone en páginas siguientes para estudiar diferentes maneras de realizar cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones entre expresiones decimales y números naturales, o entre dos expresiones decimales. En todos los casos el análisis se centra en la comprensión de las razones que subyacen a las posibles técnicas a utilizar en diferentes tipos de algoritmos. El cálculo estimativo también está presente en estas páginas.

2.13 Capítulo 13. Área y perímetro

Al inicio del capítulo se presenta un juego que requiere calcular cuántas figuras entran en otras figuras de mayor área: “baldosas” y “pisos”. A partir de esta actividad se propone una reflexión colectiva sobre las formas planas que cubren las figuras dadas y sobre la posibilidad de iterarlas para medir esa superficie. Se continúa con problemas que buscan que los alumnos se aproximen a la idea de área midiendo superficies con unidades de medida no convencionales.

Este trabajo requiere la comparación entre áreas de superficies de diferentes tamaños y formas, entre las que se establece la relación “entra tanta cantidad de veces”. Se presentan situaciones que apuntan a que los alumnos establezcan diferencias entre el área y el perímetro de figuras, con el propósito de que logren una mejor comprensión de estas magnitudes. Luego se propone el uso de unidades convencionales, como el centímetro cuadrado o el metro cuadrado.

Nuevas páginas apuntan a explorar la relación entre las medidas de los lados y el área con cantidades que involucran números racionales. Además, se presentan fórmulas para averiguar el área de rectángulos, cuadrados y triángulos.

Bibliografía para el docente

Enfoque didáctico

- BROUSSEAU, G.** (2007). *Introducción a la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Bs. As. Libros del Zorzal.
- BROUSSEAU, G.** (1994). “Los diferentes roles del maestro”. En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.
- CHARNAY, R.** (1994). “Aprender por medio de la resolución de problemas”. En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.
- CHEVALLARD, Y.** (1997). *La Transposición Didáctica*. Bs. As. Aique.
- CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J.** (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Barcelona. Horsori Editorial.
- DIRECCIÓN DE CURRÍCULA** (2004). Diseño Curricular. Secretaría de Educación GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- DIRECCIÓN DE CURRÍCULA** (2000). Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática. Secretaría de Educación GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- DIRECCIÓN PROVINCIAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA** (2007). Diseño Curricular para la Educación Primaria. DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.
- GÁLVEZ, G.** (1985). “La Didáctica de las Matemáticas”. En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.
- ITZCOVICH, H.** (coord.) (2007). *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Bs. As. Aique.
- LERNER, D.** (2011). “El aprendizaje y la enseñanza de la matemática. Planteos actuales”. En: Lerner, D.; Saiz, I. y otros. *El lugar de los problemas en la clase de matemática*. Bs. As. Novedades Educativas.
- LERNER, D.** (2001). “Didáctica y Psicología: una perspectiva epistemológica”. En: Castorina (comp.). *Desarrollos y problemas en Psicología Genética*. Bs. As. Eudeba.
- LERNER, D.** (1996). “La enseñanza y el aprendizaje escolar”. En: Castorina y otros. *Piaget-Vigotsky: contribuciones para plantear el debate*. Bs. As. Paidós.
- PANIZZA, M.** (2003). “Reflexiones generales acerca de la enseñanza de la Matemática”. En: Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB: Análisis y Propuestas*. Bs. As. Paidós.

- PANIZZA, M.** (2003). “Conceptos Básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas”. En: Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB: Análisis y Propuestas*. Bs. As. Paidós.
- QUARANTA, M. E.; WOLMAN, S.** (2003). “Discusiones en las clases de matemáticas: qué, para qué y cómo se discute”. En: Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB: Análisis y Propuestas*. Bs. As. Paidós.
- SADOVSKY, P.** (2005). “La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática”. En: Alagia, Bressan y Sadovsky. *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Bs. As. Libros del Zorzal.
- SADOVSKY, P.** (2005). *Enseñar Matemática hoy*. Bs. As. Libros del Zorzal.
- SAIZ, I.** (2011). “La resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática. Creencias y realidad”. En: Lerner, D.; Saiz, I. y otros. *El lugar de los problemas en la clase de matemática*. Bs. As. Novedades Educativas.

Números naturales y sus operaciones

- BROITMAN, C.** (2011). *Estrategias de cálculo con números naturales. Segundo ciclo EGB*. Cuadernos de Apoyo didáctico. Bs. As. Santillana.
- BROITMAN, C.** (1999). *Las operaciones en el primer ciclo*. Bs. As. Novedades Educativas.
- BROITMAN, C.; GRIMALDI, V. y PONCE, H.** (2011). *El valor posicional. Reflexiones y propuestas para su enseñanza. Primer ciclo Primaria*. Cuadernos de Apoyo didáctico. Bs. As. Santillana.
- CARRAHER, T.; CARRAHER, D. y SCHLIEMANN, A.** (1991). *En la vida diez, en la escuela cero*. México. Siglo XXI.
- DANTZIG, T.** (1971). *El número, lenguaje de la ciencia*. Bs. As. Hobbs Sudamericana.
- DIRECCIÓN DE CURRÍCULA.** (2006). *Cálculo Mental con Números Naturales*. Apuntes para la enseñanza. Ministerio de Educación GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- DIRECCIÓN DE CURRÍCULA** (1997). Documento de actualización curricular N° 4. Matemática. Secretaría de Educación GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA** (2001). Aportes didácticos para el trabajo con la calculadora en los tres ciclos de la EGB. DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA (2001). Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la Multiplicación en los tres ciclos de la EGB. DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.

DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA (2001). Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la División en los tres ciclos de la EGB. DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.

DIRECCIÓN PROVINCIAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA (2011). Mejorar los aprendizajes, Área Matemática. Juegos que pueden colaborar con el trabajo en torno al cálculo mental (versión preliminar). DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.

DIRECCIÓN PROVINCIAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA (2009). Mejorar los aprendizajes, Área Matemática. Cálculo mental y algorítmico. DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.

DIRECCIÓN PROVINCIAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA (2009). Mejorar los aprendizajes, Área Matemática. Cálculo mental de sumas y restas. Propuestas para trabajar en el aula. DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.

DIRECCIÓN PROVINCIAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA (2007). División en 5° y 6° año de la escuela primaria. Una propuesta para el estudio de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto. DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.

LERNER, D. (1992). *La matemática en la escuela aquí y ahora*. Bs. As. Aique.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. y WOLMAN, S. (1994). "El sistema de numeración: un problema didáctico". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.

PARRA, C. (1994). "Cálculo mental en la escuela primaria". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.

PONCE, H. (2000). *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Bs. As. Novedades Educativas.

SAIZ, I. (1994). "Dividir con dificultad o la dificultad de dividir". En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.

SECRETARÍA TÉCNICA DE GESTIÓN CURRICULAR, ÁREA MATEMÁTICA (1998). La división por dos cifras: ¿un mito escolar? Consejo Provincial de Educación de Río Negro. Disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar.

VERGNAUD, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las matemáticas en la escuela*. México. Trillas.

Números racionales

- BLOCK, D.** y **SOLARES, D.** (2001). “Las fracciones y la división en la escuela primaria: análisis didáctico de un vínculo”. *Educación Matemática*. Vol. 13 (2). México. Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 5-30.
- BROITMAN, C.;** **ITZCOVICH, H.** y **QUARANTA, M. E.** (2003). “La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad”. RELIME. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Publicación oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 6. N° 1. Marzo, 2003, pp. 5-26. Disponible en www.clame.org.mx/relime.htm.
- CENTENO PÉREZ, J.** (1988). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Madrid. Síntesis.
- DIRECCIÓN DE CURRÍCULA** (2006). Cálculo mental con números racionales. Apuntes para la enseñanza. Plan Plurianual. Secretaría de Educación GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- DIRECCIÓN DE CURRÍCULA** (2005). Matemática: fracciones y decimales 4°, 5°, 6° y 7°. Páginas para el Docente. Plan Plurianual. Secretaría de Educación GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- DIRECCIÓN DE CURRÍCULA** (2001). Aportes para el desarrollo curricular. Matemática: Acerca de los números decimales: una secuencia posible. Secretaría de Educación GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- DIRECCIÓN DE CURRÍCULA** (1997). Documento de actualización curricular N° 4. Matemática. Secretaría de Educación GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

Proporcionalidad

- DIRECCIÓN DE CURRÍCULA** (2001). Documento de trabajo 7° grado. Actualización curricular. Matemática. Secretaría de Educación GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- PANIZZA, M.;** **SADOVSKY, P.** (1994). *El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos*. FLACSO y Ministerio de Educación de la Pcia. de Santa Fe.
- PONCE, H.** (2000). *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Bs. As. Novedades Educativas.

Geometría y medida

- BROITMAN, C.; ITZCOVICH, H.** (2008). “La geometría como medio para ‘entrar en la racionalidad’. Una secuencia para la enseñanza de los triángulos en la escuela primaria”. Bs. As. *Revista 12ntes. Enseñar Matemática*, N° 4.
- BROITMAN, C.; ITZCOVICH, H.** (2003). “Geometría en los primeros años de la EGB: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza”. En: Panizza (comp.). *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB: Análisis y Propuestas*. Bs. As. Paidós.
- BROITMAN, C.; ITZCOVICH, H.** (2002). *El estudio de las figuras y de los cuerpos geométricos*. Bs. As. Novedades Educativas.
- DIRECCIÓN DE CURRÍCULA** (2007). Matemática. Geometría. Secretaría de Educación GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- DIRECCIÓN DE CURRÍCULA** (1998). La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo. Documento de actualización curricular N° 5. Matemática. Secretaría de Educación GCBA. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.
- DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA** (2001). Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB. DGCyE Provincia de Buenos Aires. Disponible en www.abc.gov.ar.
- DOUADY, R. y PERRIN GLORIAN, M. J.** (1992). “Investigaciones en didáctica de matemática. Áreas de superficies planas en cm y en 6^o” (parte 1). Bs. As. *Revista Hacer escuela*, N° 9.
- DOUADY, R. y PERRIN GLORIAN, M. J.** (1992). “Investigaciones en didáctica de matemática. Áreas de superficies planas en cm y en 6^o” (parte 2). Bs. As. *Revista Hacer escuela*, N° 11.
- GÁLVEZ, G.** (1994). “La Geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental”. En: Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Bs. As. Paidós.
- ITZCOVICH, H.** (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la geometría*. Bs. As. Libros del Zorzal.
- PORRAS, M. y MARTÍNEZ, R.** (2011). “La geometría del plano en la escolaridad obligatoria. Algunas reflexiones acerca de su enseñanza”. En: Lerner, D.; Saiz, I. y otros. *El lugar de los problemas en la clase de matemática*. Bs. As. Novedades Educativas.
- SAIZ, I.** (1996). “El aprendizaje de la geometría en la EGB”. Bs. As. *Revista Novedades Educativas*, N° 71.

SECRETARÍA TÉCNICA DE GESTIÓN CURRICULAR, ÁREA MATEMÁTICA (1997). La medida: un cambio de enfoque. Consejo Provincial de Educación de Río Negro. Disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar.

Notas

