

Los matemáticos de 5.

Proporcionalidad





Proporcionalidad

I. Aspectos centrales del tratamiento de los contenidos propuestos

En el capítulo 10 se abordan las propiedades específicas de la proporcionalidad directa y las relaciones numéricas que involucran. Estas propiedades posiblemente ya hayan sido abordadas de manera más o menos implícita en años anteriores al tratar diversos asuntos asociados con la multiplicación y la división.

La situación presentada en la portada propone retomar el concepto de proporcionalidad directa a través de un juego de cálculo de dobles, mitades, triples, tercios, cuádruples y cuartos. Es posible que los niños vinculen estos primeros problemas de proporcionalidad incluidos en el juego con problemas conocidos que se resuelven con multiplicaciones y divisiones, o bien que recuperen los conocimientos en torno a la proporcionalidad directa que tal vez hayan comenzado a construir en 4.º año.

Las páginas 116 a 118 ofrecen la oportunidad de resolver otros problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa. En ellos se promueven discusiones que permiten identificar que al duplicar, triplicar o calcular la mitad de la cantidad inicial de una magnitud, también se duplica, triplica o calcula la mitad de la otra; o que a la suma de dos valores de una de las magnitudes le corresponde la suma de los valores correspondientes a cada uno de la otra magnitud, como en el siguiente problema:

3. Las gaseosas se entregan a los negocios en paquetes que tienen la misma cantidad. Si en 100 paquetes hay 800 gaseosas, ¿en cuántos paquetes habrá 400 gaseosas? ¿Y 1.600 gaseosas? ¿Y 200 gaseosas? ¿Y en 400 paquetes, cuántas gaseosas habrá? Pueden usar la tabla para ubicar los datos.

Paquetes	100				
Gaseosas	800				

También se presentan otras situaciones en las que se torna más conveniente identificar una constante de proporcionalidad. Se promueve que los alumnos se centren en la búsqueda del valor de la unidad, dividiendo, ensayando con multiplicaciones o buscando la diferencia cuando se tiene el valor de datos consecutivos, como en el siguiente problema.

3. Completá la siguiente tabla que representa una relación de proporcionalidad.

Filas	3	7	8	13	23	31
Butacas		105	120			

En muchos de estos problemas se propone el uso de la calculadora para facilitar los cálculos y que los alumnos puedan centrarse en las relaciones entre las cantidades.



A medida que van resolviendo problemas, se propone la lectura colectiva de carteles *Para leer juntos*, en los que se sistematizan las propiedades de la proporcionalidad que se pudieron haber identificado en los momentos de resolución y reflexión sobre lo realizado. Por ejemplo:

Para leer juntos

Cuando en un problema sucede que al doble, al triple, al cuádruple, a la mitad, a un tercio, a un cuarto, etc., de una magnitud le corresponde el doble, el triple, el cuádruple, la mitad, un tercio, un cuarto, etc., de la otra, la relación entre esas magnitudes es de **proporcionalidad directa**.

Estuches	2	$\times 3$	6	$\times 2$	12
Fibras	12	$\times 3$	36	$\times 2$	72

Para leer juntos

En las relaciones de proporcionalidad directa, a la suma de dos valores de una de las magnitudes le corresponde la suma de los valores correspondientes de la otra magnitud.

Estuches	2	+	6	=	8
Fibras	12	+	36	=	48

Para leer juntos

En las relaciones de proporcionalidad directa, el valor que toma una de las magnitudes cuando la otra vale 1 se denomina **constante de proporcionalidad**. Al multiplicar los valores de una de las magnitudes por la constante de proporcionalidad, se obtienen los valores correspondientes de la otra magnitud.

Estuches	2	$\times 6$	6	$\times 6$	8
Fibras	12	$\times 6$	36	$\times 6$	48

Algunos problemas tienen el propósito de iniciar a los niños en la comparación de proporciones. En el ejemplo que se presenta a continuación, se trata de contrastar la relación entre 3 y 27 con la relación entre 5 y 40. Aquí, los alumnos pueden comparar las dos constantes de proporcionalidad, es decir, los valores unitarios 9 y 8. Si no apareciera entre las resoluciones, el docente puede proponer el procedimiento de comparar el precio de, por ejemplo, 15 películas en cada negocio a partir de pensar el quíntuple en un caso y el triple en el otro.

4. En la escuela organizaron un ciclo de cine y van a comprar 15 películas. ¿En qué negocio les conviene comprarlas?



En las páginas 121 y 122 se proponen problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa, en los cuales algunos valores de la relación o la constante de proporcionalidad son números racionales. Tal es el caso del siguiente problema:



4. Para el cumpleaños de Antonio van a comprar helado. La mamá calcula que para que coman 3 chicos se necesitan $\frac{3}{4}$ kg de helado. Completá la tabla.

Invitados	3	4	5	7	
Kilos de helado	$\frac{3}{4}$				2

No se espera que los niños usen el algoritmo de la multiplicación o la división entre fracciones y decimales, sino que reutilicen las propiedades de la proporcionalidad que analizaron hasta ahora y las relaciones y los cálculos con fracciones y con decimales trabajados en los capítulos 6 y 9 y que serán retomados en el capítulo 11.

Finalmente, se analizan problemas en los que hay dos magnitudes que “crecen” pero no lo hacen en forma proporcional. Por ejemplo, la relación entre la edad en años y el peso en kilogramos, o la edad en meses y la cantidad de dientes. Se trata de que los alumnos, poniendo en juego sus conocimientos sobre la proporcionalidad y sus propiedades, distingan las relaciones que se encuadran en el modelo proporcional de las que no lo hacen, como se propone en el siguiente problema:

4. Malena armó una germinación para un trabajo de Ciencias naturales. Para controlar el crecimiento de la planta, lo registró en una tabla. ¿Se trata de una relación de proporcionalidad directa?

Días	2	4	6	8	10	12
Centímetros	0,25	0,50	1,25	4	6	15

El análisis de los límites del modelo de proporcionalidad favorece que los alumnos sistematicen las características que lo definen y aprendan a decidir cuándo una relación es de proporcionalidad directa y cuándo no, a partir de constatar si se cumplen o no las propiedades que vienen trabajando.

II. ¿Qué se espera que los alumnos aprendan?

A través del recorrido por el capítulo 10 se espera que los alumnos puedan resolver problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa con números naturales. Se intenta que establezcan nexos entre lo que han estudiado sobre multiplicación y división al abordar situaciones de series proporcionales o al analizar las relaciones numéricas en la tabla pitagórica, para profundizar las relaciones y propiedades específicas del modelo proporcional. Por ejemplo, en situaciones como la siguiente que forma parte del ejemplo de evaluación del capítulo 10:



2. Cuatro entradas para el cine cuestan \$180. Completá la siguiente tabla.

Cantidad de entradas	4	8	6	
Precio total	180			900

Se aspira también a que los niños puedan distinguir las relaciones de proporcionalidad de otras en las que ambas magnitudes crecen pero no lo hacen en forma proporcional, en problemas como el siguiente, que también es parte del ejemplo de evaluación del capítulo “Proporcionalidad”:

4. En la fiambrería El Quesoro venden 400 gramos de queso a \$42,50. Mañana ofrecerán esta promoción: 1 kilo del mismo tipo de queso a solo \$100. ¿Es realmente una promoción? Explicá cómo te diste cuenta.

Por último, se pretende que, a través de procedimientos diversos, puedan resolver problemas de proporcionalidad directa en los que algunos valores de la relación o la constante de proporcionalidad son números racionales relativamente sencillos, tanto en su expresión fraccionaria como decimal. Para ello, los niños pueden utilizar las propiedades de la proporcionalidad que han aprendido a propósito de los números naturales y lo que saben sobre cálculos con números racionales, como se plantea en el siguiente problema, también tomado de la evaluación ya mencionada correspondiente al capítulo 10:

3. Completá la siguiente tabla que relaciona la distancia que recorre un auto (medida en kilómetros) con el tiempo que tarda (medido en horas), suponiendo que viaja siempre a la misma velocidad.

Distancia en kilómetros	240			80
Horas	3	$4\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	

III. ¿Cómo modificar la complejidad de los problemas?

A lo largo del capítulo de proporcionalidad se podrían tomar ciertas decisiones sobre algunas características de los problemas para simplificarlos, o bien aumentar su complejidad. En esta sección haremos referencia a algunas de estas eventuales variaciones, que permitirán al docente acercar el problema a los alumnos que presenten algunas dificultades para abordarlo –o que hayan tenido menos experiencias en torno a este concepto–, o bien proponer nuevos desafíos a aquellos que estén en condiciones de profundizar un poco más sobre algunas de las relaciones que se intenta poner en juego. Además, se pueden considerar algunos de los criterios que acá se desarrollan para organizar el trabajo con toda la clase.



Un modo de simplificar la tarea de los alumnos frente a los problemas de proporcionalidad es considerar las cantidades desde dos puntos de vista: el tamaño y la “redondez” de los números. Veamos un ejemplo de un problema que exige, sin duda, poner en juego las propiedades de la proporcionalidad directa, pero que reduce notablemente la complejidad del tratamiento numérico y de los cálculos:

Completá esta tabla que relaciona cantidad de perfumes y precios.

Cantidad de perfumes	4	8	12
Precios (en \$)	400		

En este mismo ejemplo, si se incluye el valor de la unidad como dato, disminuye aún más la complejidad de la tarea porque este puede usarse para multiplicar por cada uno de los valores para obtener los correspondientes de la otra magnitud. También el orden ascendente de una de las magnitudes ayuda a los alumnos a establecer relaciones, anticipar resultados y ordenar los valores que van obteniendo.

Notemos que, al momento de llenar estas tablas, está en juego la relación entre los valores que corresponde completar. En la tabla, los números 4, 8 y 12 pueden completarse usando relaciones de dobles y triples. Cualesquiera de las tablas propuestas en el capítulo pueden también hacerse más accesibles poniendo valores que permitan ser tratados en términos de dobles, triples, mitades, etc., que tengan los valores ordenados de manera ascendente y que la unidad esté dada o bien sea posible, como en el ejemplo anterior, obtenerla con un cálculo mental sencillo. Por ejemplo, en el capítulo se presenta este problema:

3. Completá la siguiente tabla que representa una relación de proporcionalidad.

Filas	3	7	8	13	23	31
Butacas		105	120			

Si aplicamos a esta tabla algunos de los criterios recién mencionados, quedaría, por ejemplo:

Filas	1	3	6	9
Butacas	10			

Destaquemos ahora algunos criterios que permitirían complejizar los problemas del capítulo. Por ejemplo, en la tabla siguiente, que representa una relación de proporcionalidad directa entre la cantidad de paquetes y la cantidad de galletitas que contienen, los niños pueden averiguar los valores faltantes sumando sucesivamente el valor de la constante o multiplicando por ella cada uno de los valores dados.

Paquetes	1	2	3	4
Galletitas	15			



El problema se complejiza si el valor de la unidad no está dado. En algunos casos no es necesario calcularlo y puede completarse la tabla obteniendo los dobles, mitades, triples, tercios, etc., o a través de sumas o restas de valores correspondientes. Por ejemplo, en esta tabla, a la mitad de 4, que es 2, corresponde la mitad de 60, que es 30; como $4 + 8 = 12$, para obtener el valor correspondiente a 12 es posible sumar los valores correspondientes a 4 y a 8, $60 + 120 = 180$.

<i>Paquetes</i>	4	2	8	12
<i>Galletitas</i>	60			

O con estos datos, dado que $3 \times 3 = 9$, para calcular el valor correspondiente a 9, es posible triplicar el valor correspondiente a 3 realizando $45 \times 3 = 135$.

<i>Paquetes</i>	3	9		27
<i>Galletitas</i>	45		270	

En otros casos en los que no está dado el valor de la unidad, como en la tabla siguiente, es posible obtenerlo dividiendo el valor de una magnitud por el otro ($300 : 20$ o $315 : 21$), pero también existe la posibilidad de calcularlo por diferencia de datos consecutivos y completar la tabla a través de cálculos aditivos: $315 - 300 = 15 \rightarrow 315 + 15 = 330$ es el valor correspondiente a 22 y $330 + 15 = 345$ es el valor correspondiente a 23.

<i>Paquetes</i>	20	21	22	23
<i>Galletitas</i>	300	315		

El problema es de mayor complejidad si la única posibilidad para resolver el completamiento de la tabla es buscar el valor de la unidad dividiendo los datos correspondientes de las dos magnitudes, como en el caso siguiente, realizando $240 : 15 = 16$ y luego multiplicar la constante obtenida por los datos dados de una de las magnitudes; entonces el valor que corresponde a 17 paquetes exige realizar 17×16 . Además, los números involucrados en este caso no favorecen el cálculo mental, lo cual sin duda transforma el problema de la tabla anterior en una situación más compleja:

<i>Paquetes</i>	15	17	28	32
<i>Galletitas</i>	240			

Otro criterio para tener en cuenta y variar la complejidad de los problemas de proporcionalidad consiste en modificar el campo numérico que se propone como dato. Proponer números racionales como valores de la relación o como constante de proporcionalidad –igual que en las páginas 121 y 122 del libro– sin duda incrementa la complejidad de los problemas en relación con los que solo incluyen números naturales. Por ejemplo:



6. Completá la tabla que representa el precio por cantidad de fotocopias.

Fotocopias	2	4	5			12	20
\$	1,50			4,50	6		

Por último, si las fracciones que se proponen en el problema no son las de uso social frecuente, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, etc., la complejidad es aún mayor. Por ejemplo:

Para hacer todos juntos

Para un acto de la escuela van a armar adornos con cintas. Se necesitan $\frac{2}{3}$ m de cinta cada 2 adornos. Encuentren los errores en la siguiente tabla y discutan cuál sería el valor correcto en cada caso.

Adornos	1	2	5	6	10	11
Metros de cinta	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}$	3	$3y\frac{1}{3}$	$10y\frac{1}{3}$

Del mismo modo, cuando el valor de la unidad es una expresión decimal de uso social (3,50) y en un contexto conocido (dinero), se facilita un uso más intuitivo de las relaciones involucradas. Pero un problema aparentemente similar, con datos en expresiones decimales más complejas y unidades no tan usuales (como 17,21 dm) dificulta notablemente la complejidad del problema. El comando de estas variaciones es sin duda una herramienta para el docente que permite generar una gran variedad de problemas más sencillos o más complejos según el momento de la enseñanza o teniendo en cuenta la diversidad de conocimientos de sus alumnos.

IV. Bibliografía para el docente

- **Bressan, A. M.; Costa de Bogisic** (1996). *Una forma de uso de la proporcionalidad: las escalas*. Consejo Provincial de Educación de Río Negro. Secretaría Técnica de Gestión Curricular, área Matemática. Disponible en www.educacion.rionegro.gov.ar.
- **DGCyE, SSE. Dirección Provincial de Educación Primaria. Pcia. de Bs. As.** (2008). *Diseño Curricular para la Educación Primaria. Segundo ciclo*. Disponible en www.abc.gov.ar.
- **MECyT** (2006). *Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza. 4.º, 5.º y 6.º años*. Educación Primaria.
- **Ministerio de Educación GCBA. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula** (2004). *Diseño Curricular. Segundo Ciclo*. Disponible en www.buenosaires.gov.ar.

- **Panizza, M.; Sadovsky, P.** (1994). El papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos. FLACSO y Ministerio de Educación de la Pcia. de Santa Fe.
- **Ponce, H.** (2000). *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Bs. As. Novedades Educativas.
- **Vergnaud, G.** (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las matemáticas en la escuela*. México. Trillas.