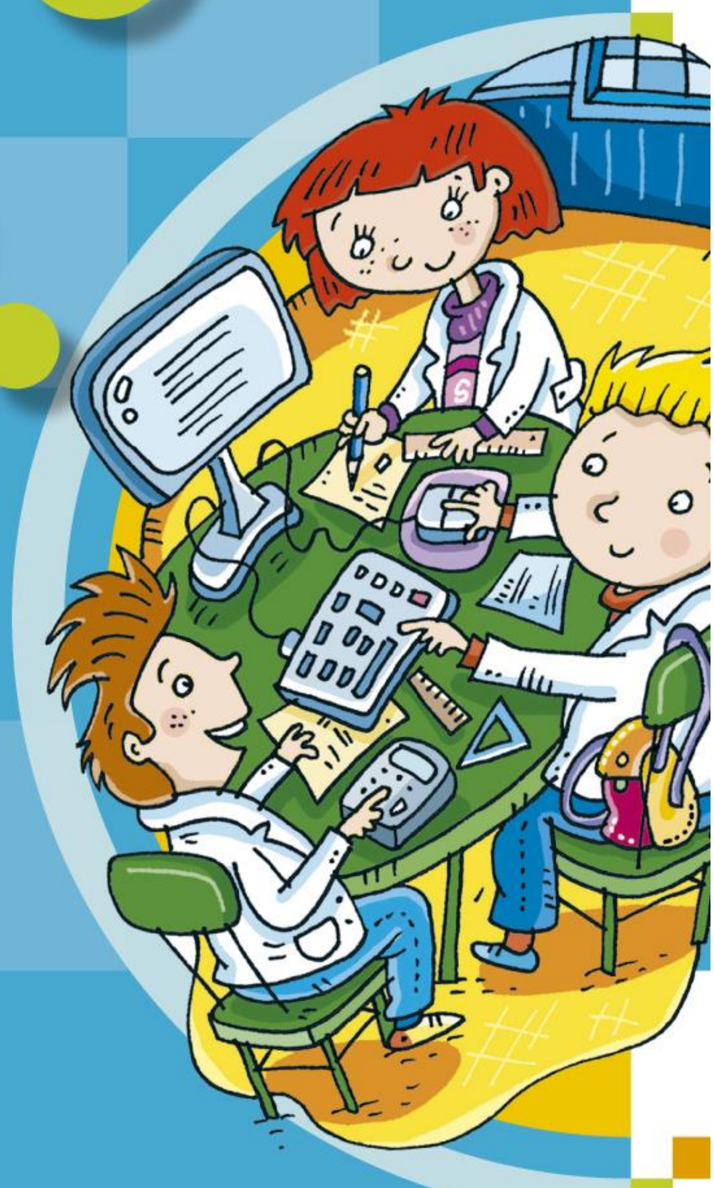
Los matemáticos de 5.°



Fracciones y decimales

SANTILLANA

Fracciones y decimales

I. Aspectos centrales del tratamiento de los contenidos propuestos

En este libro se propone el estudio de las fracciones y los decimales en los capítulos 6, 9 y 11.

Los conocimientos en torno a las fracciones y a los decimales que los niños han comenzado a tratar más sistemáticamente en 4.°, y que ampliarán y profundizarán en 5.°, se apoyan fuertemente en sus saberes acerca de los números naturales, pero también deberán enfrentar importantes rupturas en relación con estos. Entre otras, que no todas las situaciones pueden resolverse usando los números naturales; que a pesar de que 3 es menor que 4, el número 1/3 es mayor que 1/4; que la escritura de un número puede ser más larga que la de otro y, sin embargo, ser menor: por ejemplo, 1,85 es menor que 2. A lo largo de los capítulos se abordarán situaciones que intentarán poner en primer plano el sentido de estos números para resolver problemas, como también algunas diferencias con los números naturales.

El capítulo 6, “Fracciones”, se inicia con situaciones colectivas para recuperar algunas relaciones entre medios y cuartos en un contexto de medida. Se trabaja a partir de tiras de colores de distintas longitudes relacionadas entre sí: una vez y 1/4, dos veces y media, 1/2, 1/4. Los alumnos podrían utilizar la regla para medir y trabajar con base en relaciones numéricas a partir de estas mediciones; o bien podrían recortar tiras iguales a las propuestas para explorar las situaciones a partir de plegados, subdivisiones o superposiciones. En los enunciados se proponen relaciones expresadas en lenguaje coloquial, como 2 veces y media, y también a través de escrituras fraccionarias, por ejemplo, 1 vez y 1/4. Se apunta a recuperar el significado de medio/mitad y de un cuarto como “mitad de la mitad”, “mitad de medio”. Pero también, que una tira es 1/4 de otra si repitiendo de manera consecutiva 4 veces una, se forma la otra. Estas relaciones se retoman en la página siguiente a propósito de problemas en otros contextos, como repartos, particiones o medidas de peso. Por ejemplo, en la página 68 se propone este problema:


Fracciones que se relacionan

1. En la pizzería cortaron las pizzas de distintas maneras.

a) Si Amalia come una porción de pizza de tomate y aceitunas, ¿qué fracción de la pizza come?

b) Joaquín comió media pizza de mozzarella, Sofía comió media pizza de jamón, y Eva, media pizza de tomate y aceitunas. ¿Cuántas porciones de cada pizza comió cada uno, teniendo en cuenta la manera en que están cortadas?

c) ¿Cuántas porciones de pizza de tomate y aceitunas debería comer Agustina para comer $\frac{1}{4}$ de esa pizza?

Se trata de una situación sencilla para recuperar, en otro contexto y a propósito de otros dibujos, aquello que empezó a jugarse en los problemas de la portada. El aspecto central reside en el intercambio que pueda propiciar el docente para retomar estas relaciones y escribirlas con números. Por ejemplo, 2/8 = 1/8 + 1/8 = 1/4; 2/4 = 4/8 = 1/2. Estas relaciones se vuelven a poner en juego en los demás problemas de la misma página, cuando se busca componer ciertas cantidades a partir de otras, por ejemplo, formar 1 kilo y 1/2 con bolsas de 1/2, 1/4 y 1/8.

A continuación se proponen problemas de reparto equitativo en los que el resto se puede seguir repartiendo. Se plantean con varios objetivos: por un lado, recordar uno de los sentidos de las fracciones: expresar el resultado de un reparto equitativo en la resolución de este tipo de problema, cuestión que podría haber sido estudiada en el año anterior; o bien abordarlos en caso de que los alumnos aún no se hayan enfrentado a este tipo de situaciones. También, trabajar con la idea de repartos equivalentes: si se duplica, triplica, cuadruplica, etc., la cantidad de personas entre las que se realiza el reparto pero también se duplica, triplica, cuadruplica, etc., aquello que se reparte, la cantidad que le corresponde a cada uno se mantiene. Se vinculan estas situaciones con la idea de fracción equivalente, analizándose distintas expresiones fraccionarias que permiten representarlos.

Por ejemplo, en el problema 2 de la página 69:

2. a) Se reparten 5 alfajores iguales entre 4 amigos de manera que a todos les corresponde la misma cantidad y no sobra nada. ¿Cuánto le toca a cada uno?

b) ¿Cuántos alfajores deberían repartirse entre 8 amigos para que cada uno reciba la misma cantidad que en el reparto de 5 entre 4?

¿Y si fueran 12 amigos? ¿Y 20?

También se plantean problemas que intentan vincular cada uno de los números que intervienen en una cuenta de dividir con el resultado de un reparto. Para ello, se eligieron como dividendos números cercanos a ciertos múltiplos conocidos del divisor, de manera que los alumnos puedan estimar aproximadamente cuánto podría dar el reparto aun sin hacer el cálculo.

En la sección “Para hacer todos juntos” del final de estas páginas se plantea una pequeña colección de situaciones para profundizar varias de las discusiones que se han propuesto a lo largo de los problemas de las páginas 69 y 70:

Para hacer todos juntos

a) Se reparte una cierta cantidad de alfajores iguales entre 5 personas de manera que a todas les corresponde la misma cantidad y no sobra nada. Si esa misma cantidad de alfajores se repartiera entre 10 personas, ¿a cada una le correspondería el doble o la mitad que en el reparto entre 5 personas?

b) Para hacer un reparto de 65 chocolates iguales entre 6 personas de manera que a cada una le correspondiera la misma cantidad y no sobrara nada, se hizo esta cuenta:

$$\begin{array}{r|l} 65 & 6 \\ \hline 5 & 10 \end{array}$$

Analicen la cuenta y decidan cuál o cuáles de estas afirmaciones son verdaderas.

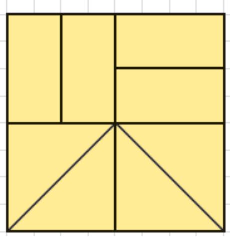
- A cada uno le corresponde más de 10 chocolates.
- A cada uno le corresponde más de 11 chocolates.
- A cada uno le corresponde más de 10 y $\frac{1}{2}$ chocolates.

c) Se repartirá $\frac{1}{2}$ kilo de helado entre 5 amigos de manera que todos reciban la misma cantidad y no sobre nada. ¿Qué fracción del kilo le tocará a cada uno?

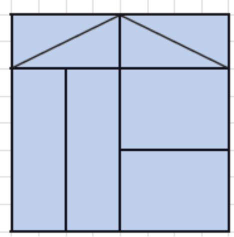
En las páginas 71 y 72 se aborda otro tipo de situaciones que dan sentido a las fracciones como un medio para expresar medidas. Se analiza la independencia de la forma de las partes en que se ha partido el entero y la fracción del entero que representa. Por ejemplo:

2. Estos cuadrados son iguales y cada uno se dividió en 8 partes. ¿Será cierto que cada una de esas partes representa $\frac{1}{8}$ del cuadrado?

a)



b)



Los problemas buscan explicitar y usar relaciones de doble - mitad entre fracciones: medios, cuartos y octavos; tercios y sextos; quintos y décimos. La propuesta se completa con otros problemas en los que hay que construir un entero a partir de conocer una fracción de él. En este caso, a diferencia de las primeras situaciones, los enteros pueden ser distintos, aunque todas las partes sean iguales.

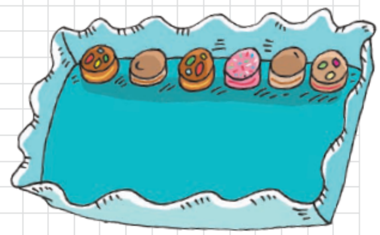
Las páginas 73 y 74 proponen problemas para discutir diferentes maneras de representar y determinar relaciones entre el entero y las partes, para luego vincularlas con el cálculo de una fracción de una cantidad. Por ejemplo, los problemas 2 y 3:

2. a) ¿Será cierto que está pintado $\frac{1}{3}$ del rectángulo?

b) ¿Cuántos cuadraditos se deberían pintar si se quisiera cubrir $\frac{2}{3}$ del rectángulo?

c) ¿Y si quisiera pintarse $\frac{1}{6}$ del rectángulo?

3. De una bandeja de alfajorcitos quedaron 6, que representan $\frac{1}{3}$ del total. ¿Cuántos alfajorcitos tenía la bandeja?



En los problemas anteriores, la fracción en juego es 1/3 en ambos casos, y si bien los contextos son diferentes, algunos aspectos de la discusión sobre el problema 2 podrían ser insumos para resolver el problema 3. Por ejemplo, la idea de que teniendo 1/3, si se replica una vez esa cantidad –de cuadraditos en un caso; de alfajores en el otro–, se tiene 2/3, y si se replica una vez más, 3/3, es decir, un entero. La "movilidad" de los cuadraditos en el problema 2 permitiría armar tres filas de 10 cuadraditos cada una y concentrar los 10 cuadraditos pintados en una sola, para vincular de manera gráfica ambas situaciones.

Los problemas que siguen apuntan a calcular una fracción de una cantidad en contextos diversos pero ya con escasa o nula posibilidad de apoyarse en dibujos, y luego, de manera descontextualizada. En las páginas 75 y 76 se proponen problemas para comparar y ordenar números. Si bien se comienza apelando a un contexto cotidiano en el que los alumnos podrían apoyarse para realizar las comparaciones, la mayoría de las situaciones se presentan en el contexto de la recta numérica. Se apunta a que los alumnos analicen relaciones entre las marcas que representan fracciones conocidas por ellos –medios, cuartos, octavos; tercios y sextos–, produzcan nuevas marcas con base en estas relaciones y que también utilicen ciertas convenciones de esta manera de representar los números: distancia entre unidades; crecimiento hacia la derecha. Por ejemplo, en el problema 3 de la página 75, en el que la anticipación acerca de la condición de mayor o menor respecto de una fracción dada permite a su vez anticipar si la marca que representa a estos números estará a la derecha o a la izquierda de la marca de referencia:

3. En la siguiente recta numérica ubicá, aproximadamente, los números 1, $\frac{1}{8}$ y $\frac{3}{4}$. Antes de hacerlo, decidí si son mayores o menores que $\frac{1}{4}$.

Al finalizar el capítulo se proponen dos páginas en las que se aborda el estudio de estrategias de cálculo para sumar y restar fracciones. No se propone aquí separar los cálculos según su dificultad en cálculos “con igual denominador” o “con distinto denominador”. Todas las situaciones buscan poner en juego relaciones que se han venido estudiando en todo el capítulo; se trata de capitalizarlas y reutilizarlas. Se recuperan relaciones de doble-mitad entre medios, cuartos, octavos; tercios y sextos; quintos y décimos. Por ejemplo, en el problema 1:

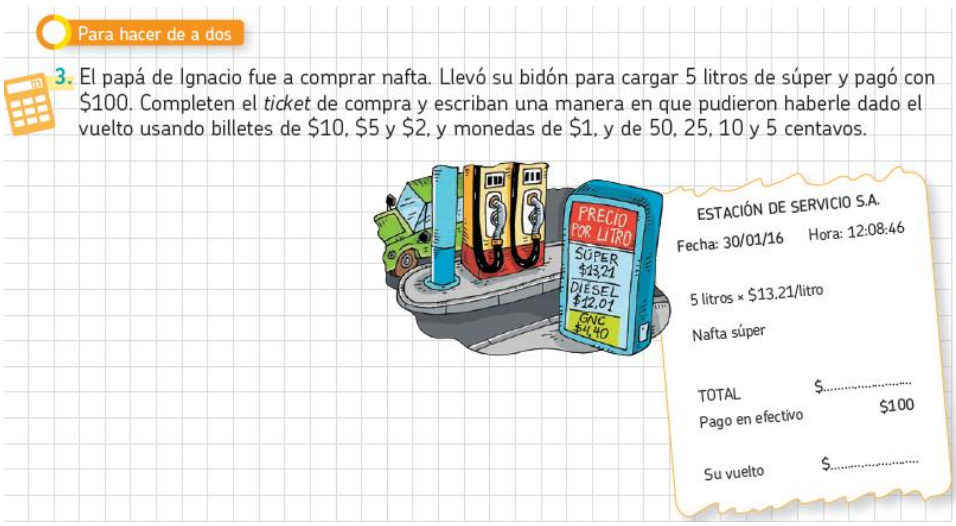
1. Una botella tiene $\frac{1}{2}$ litro de agua. En otra hay $\frac{3}{4}$ litros de agua. ¿Entre las dos se junta más o menos de 1 litro? ¿Cuánto más o cuánto menos?

Si bien este problema exige que los alumnos resuelvan la suma 1/2 + 3/4, se espera que apelen a relaciones conocidas como: para llegar a 1, a 1/2 habría que sumarle 1/2 más, y como 3/4 es mayor que 1/2, se pasa de 1; sabemos que 1/2 = 2/4, entonces 1/2 + 3/4 = 2/4 + 3/4 = 5/4; sabemos que 3/4 = 1/4 + 1/4 + 1/4, y como 1/4 + 1/4 = 1/2, al sumar otro 1/2, se llega a 1, que se junta con el 1/4 que quedaba y se forma 11/4.

También se proponen cálculos para llegar a ciertos números naturales, retomando la idea de “completar” enteros. Asimismo, aparecen situaciones en las que hay que estimar si el cálculo dará mayor o menor que cierto número sin resolverlo, para lo cual los alumnos podrán desplegar estrategias variadas que se apoyan en muchas de las relaciones que se han estudiado hasta aquí.

En el capítulo 9, “Fracciones y decimales I”, se propone un recorrido para el estudio de los números decimales y ciertas relaciones con algunas fracciones que se ampliarán en el capítulo 11. La mayor parte de los problemas son situaciones contextualizadas –problemas con dinero; problemas de medida; repartos– en los que tiene sentido la aparición de fracciones y expresiones decimales. Estos contextos colaboran en que los niños controlen el significado y el uso de estos nuevos números, así como sus notaciones. En el caso de los decimales, se trata de dotar de significado a cada una de las cifras de la escritura y también estudiar el valor de la posición. Más tarde se propondrán situaciones en contextos puramente matemáticos, para ampliar progresivamente los significados construidos a propósito de ciertas escrituras particulares.

Las situaciones que se proponen en la portada y en la página 106 apuntan a enfrentar a los niños a unos primeros problemas para interpretar, producir y calcular con expresiones decimales que representan precios. Se trata de problemas en los que los alumnos podrán apelar a sus conocimientos extraescolares en relación con el uso del dinero y no se espera que utilicen algoritmos únicos de cálculo. Por ejemplo, el problema 3 de la página 106, en el que los niños deben completar un *ticket* de compra que involucra escrituras con 5 centavos –$66,05 y $33,95–, y en el que deberán buscar una manera en que les darán un vuelto usando distintas clases de monedas y billetes, situación que les exigirá descomponer y componer ciertas cantidades decimales a partir de otras.


Para hacer de a dos

3. El papá de Ignacio fue a comprar nafta. Llevó su bidón para cargar 5 litros de súper y pagó con $100. Completen el *ticket* de compra y escriban una manera en que pudieron haberle dado el vuelto usando billetes de $10, $5 y $2, y monedas de $1, y de 50, 25, 10 y 5 centavos.

El título de la página 106, así como el de las páginas 107 y 108, aluden a la idea de “números con coma”. Mediante esta expresión se intenta comunicar que estos primeros acercamientos involucran cantidades y escrituras cuyas características no son compartidas con todos los números decimales. Por ejemplo, los problemas con dinero introducen notaciones usando la coma decimal en las que el precio $1,25 es el “siguiente” de $1,24, si consideramos que la moneda de menor denominación es la de un centavo. Esta característica –que un número tiene un siguiente– no es propia de los números decimales: si los consideramos en un contexto meramente numérico, entre 1,24 y 1,25 hay otros números, como 1,241; 1,242; etc., mientras que en el contexto del dinero, estas notaciones podrían[1] carecer de sentido, por no haber monedas que permitan formar esas cantidades.

Los problemas en el contexto de las medidas de longitud de las páginas 107 y 108 avanzan en el estudio del valor posicional de las escrituras decimales. Por ejemplo:

[1] Si bien en algunos casos, como en la venta de combustible, se utilizan notaciones con tres decimales a pesar de que no haya monedas que permitan pagar el milésimo de peso ($0,001), en esta propuesta nos enfocamos en la posibilidad de usar monedas de $1, 10 centavos y 1 centavo –que tomamos como monedas de existencia efectiva– para formar las cantidades de dinero que se proponen.

3. El árbol más alto que se ha descubierto hasta ahora fue bautizado con el nombre Hiperión, y mide aproximadamente 115,61 metros. El segundo más alto que se conoce, llamado Helios, mide aproximadamente 1 m y 3 cm menos, y el tercero, denominado Ícaro, mide 2 metros y 47 cm menos que Hiperión. Completá el cuadro con las alturas de los árboles más altos del mundo.

Nombre del árbol	Altura	Ubicación geográfica
Hiperión	115,61 m	California, EE.UU.
Helios		California, EE.UU.
Ícaro		California, EE.UU.

El contexto brinda elementos que permiten hallar las cantidades desconocidas apelando a equivalencias entre metros y centímetros, y el problema principal se ubica en la producción de la escritura de estas cantidades, cuestión que pone en el centro de la discusión el valor de la posición de las cifras.

El problema para hacer todos juntos de la página 108 avanza en la aparición de una nueva "posición" en las escrituras para representar los milímetros:

Para hacer todos juntos

Mónica mide 1,40 m y su hermano mide 8,5 cm más. Decidan cuál o cuáles de estos cálculos permiten averiguar la estatura del hermano de Mónica.

a) 1,4 + 8,5 ◯ **b)** 1,4 + 0,85 ◯ **c)** 1,4 + 0,085 ◯ **d)** 140 + 8,5 ◯

La intención de los problemas de las páginas 109 y 110 es que se establezcan unas primeras relaciones entre expresiones decimales y ciertas fracciones, a propósito de situaciones con dinero y con medidas de longitud. Se recuperan algunas discusiones que se han desarrollado hasta aquí en relación con el valor posicional de las escrituras decimales y se vinculan con el significado de la fracción 1/10 como la parte que repetida diez veces forma el entero, $1 o 1 m en este caso. También se analizan las relaciones 1/4 de $1 = $0,25 y 1/2 de $1 = $0,50. En los problemas finales se vincula la división por 10 con expresiones fraccionarias y decimales, inicialmente en el contexto del dinero, como en el problema 6 de la página 110:

6. Se quiere repartir $185 entre 10 personas en partes iguales y sin que sobre nada. Para hacerlo, Joaquín y Sofía propusieron resolver la división 185 : 10. Joaquín hizo la cuenta en una hoja y Sofía usó la calculadora.

```
185 |10
  5  18
```

185 : 10 = 18,5

Y más tarde, en un problema exploratorio puramente matemático:

Para hacer todos juntos

Sin utilizar números con coma, encuentren divisiones por diez que den estos resultados.

a) 2,8 **b)** 61,7 **c)** 23,4

En las páginas 111 y 112 se amplía lo analizado en las anteriores respecto de los centésimos y milésimos, también en contextos de dinero y de medidas de longitud. Se apunta a que los alumnos se apoyen en los conocimientos que tienen acerca de estos contextos para controlar las relaciones entre las escrituras y sus significados. Los problemas para hacer todos juntos de estas páginas proponen situaciones para explorar estas relaciones en contextos puramente numéricos, a propósito de números conocidos:

Para hacer todos juntos

a) ¿Será cierto que 0,5 se puede escribir también como $\frac{1}{2}$?

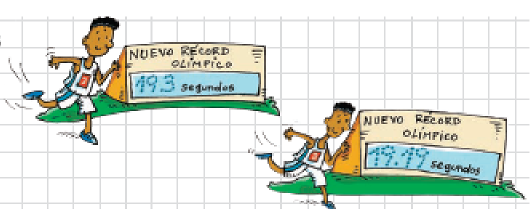
b) ¿Cómo se podrá escribir $\frac{3}{5}$ usando expresiones decimales?

c) ¿Será cierto que $\frac{1}{4}$ = 1,4?

El capítulo 11, "Fracciones y decimales II", aun si incluye en algunas partes problemas en contextos de dinero o de medida, propone desde las primeras páginas situaciones en contextos puramente matemáticos. La portada apela al uso de la calculadora para explorar distintos cálculos que den como resultado ciertos números con coma. Los conocimientos sobre el valor posicional podrían colaborar en que los alumnos propongan descomposiciones para anticipar ciertos cálculos posibles.

Los problemas de la página 128 apuntan a recuperar algunas relaciones entre fracciones y expresiones decimales que se han abordado en el capítulo 9. Estas relaciones se amplían en las páginas 129 y 130 a partir de problemas de comparación, que inician con situaciones en contextos de medida y luego se proponen en otros contextos: numérico primero, de recta numérica después. Un asunto que se discute desde el problema 1 es la posibilidad de que una escritura sea más "larga" que otra, es decir, con más cifras, y que, sin embargo, represente un número menor:

1. El atleta jamaiquino Usain Bolt corrió los 200 metros llanos durante los últimos años y marcó récords de velocidad en torneos olímpicos y otras competencias mundiales de atletismo. ¿Cuál de estos récords corresponde al menor tiempo?



Esta misma discusión se retoma en situaciones con recta numérica y en problemas para ordenar de menor a mayor distintas expresiones decimales. En la situación para hacer todos juntos se comienza a explorar una propiedad que caracteriza al conjunto de los números racionales: la densidad, es decir, la propiedad de que entre dos números racionales cualesquiera hay infinitos números racionales:

Para hacer todos juntos

a) Busquen tres números que estén entre 2,2 y 2,3.

b) Busquen tres números que estén entre 0,75 y 0,85.

Esta propiedad, que se comienza a explorar en 5.° año, se retomará en el libro de 6.°. Si bien es frecuente que los alumnos crean que 2,3 es el siguiente de 2,2 –y, por lo tanto, no habría números entre ellos– y que entre 0,75 y 0,85 hay 9 números, a saber, 0,76; 0,77; …; 0,84, los problemas y las discusiones que se han abordado hasta aquí generan buenas condiciones para que en la clase se pueda apelar a los diversos contextos estudiados, con el objetivo de revisar y reelaborar estas ideas.

Las páginas 131 y 132 proponen el abordaje de problemas de multiplicación y división de expresiones decimales por la unidad seguida de ceros, que abonan al estudio del valor posicional del sistema de escritura. El análisis de regularidades, del efecto de estos cálculos en las escrituras junto con los conocimientos acerca del valor posicional podrán dotar de sentido a mecanismos que suelen circular en las escuelas, como "se corre la coma", "se agregan o se quitan ceros".

Finalmente, en las páginas 133 y 134 se propone el estudio de ciertas estrategias de cálculo de suma y resta de expresiones decimales, así como de multiplicaciones y divisiones de expresiones decimales por números naturales. Se espera que los alumnos reutilicen muchas de las cuestiones que se han estado estudiando hasta aquí: valor posicional, descomposiciones aditivas, multiplicaciones o divisiones por la unidad seguida de ceros.

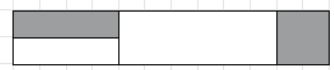
II. ¿Qué se espera que los alumnos aprendan?

A través del recorrido que se propone en el capítulo 6, se espera que los alumnos utilicen las fracciones para expresar los resultados de repartos equitativos, que interpreten y produzcan distintas escrituras que los representan, que reconozcan la equivalencia o no de ciertos modos de repartir y que puedan utilizar la información que se obtiene a partir del uso de la cuenta de dividir para establecer el resultado del reparto. El problema 1 del ejemplo de evaluación del capítulo 6 es un tipo de problema que se espera que puedan resolver utilizando fracciones:

1. Se quiere repartir 35 chocolates iguales entre 8 personas de manera que todos coman la misma cantidad y no sobre nada. ¿Cuánto le tocará a cada uno?

Los problemas de medida son otro tipo de situación que se pretende que los alumnos aborden, utilizando relaciones entre el entero y las partes, así como entre las partes entre sí. Se espera que los alumnos puedan concebir la fracción 1/*n* como la cantidad que repetida *n* veces forma un entero, en términos como: “es un cuarto porque entra cuatro veces en el entero”. Particularmente, se pretende que puedan reconocer la fracción del entero que representa una cierta parte independientemente de la forma de dicha parte. Un problema de este tipo se propone en la actividad 2 del ejemplo de evaluación del capítulo 6:

2. ¿Qué fracción del rectángulo está sombreada?



Tanto para los problemas de reparto como para los de medida, se espera que los alumnos puedan abordarlos en términos de las relaciones que vinculan grupos de fracciones: medios, cuartos y octavos; tercios y sextos; y, finalmente, quintos y décimos, apelando a ideas como: “con dos de un cuarto se forma medio”; “con dos de medio se forma un entero”; “con dos de un octavo se forma un cuarto”, ”con dos de un sexto se forma un tercio”, etcétera.

Se busca asimismo que los alumnos, con los mismos grupos de fracciones ya mencionados, recurran a estrategias para establecer equivalencias (por ejemplo, 1/2 = 2/4), para resolver cálculos de suma y resta (por ejemplo, 1/4 + 1/4 + 11/2) y para averiguar la fracción de un número natural (por ejemplo, 1/5 de 200). También, que puedan reconstruir una cierta cantidad de elementos conociendo una parte, como en el problema 3 del ejemplo de evaluación del capítulo 6:

3. En un paquete quedaron 8 caramelos, que representan la quinta parte del total que había.
¿Cuántos caramelos contenía el paquete?

Para abordar los problemas, es esperable que los alumnos avancen sobre ideas numéricas y no referidas únicamente a la representación gráfica. Por ejemplo, al comparar fracciones, que puedan identificar y utilizar relaciones de doble-mitad; considerar la “distancia” en relación con el entero, el tamaño de las partes en relación con el entero, la “ubicación” de la fracción respecto del entero; etc. Al momento de sumar y restar fracciones, también es esperable que los alumnos puedan desplegar recursos ligados a la equivalencia entre fracciones. Por ejemplo, para sumar 3/4 + 1/2 reconocer que 1/2 es 1/4 + 1/4 y que sumados a los 3/4 se obtienen 5/4, o bien que 3/4 es 1/2 + 1/4 y que al juntar los dos medios se forma un entero, es decir, se obtiene 1 y 1/4. Este tipo de relaciones se propone en el problema 5 del ejemplo de evaluación del capítulo 6:

5. Completá los siguientes cálculos.

a) $\frac{4}{5} + \_\_\_\_\_\_ = 2$ b) $1 - \_\_\_\_\_\_ = \frac{3}{8}$ c) $\frac{10}{6} + \_\_\_\_\_\_ = 3$

Es necesario aclarar que no se espera que los alumnos aprendan clasificaciones de expresiones fraccionarias como “número mixto”, “fracción propia”, “fracción impropia”, “fracción aparente”. Este tipo de clasificación, además de no agregar ninguna cuestión matemáticamente significativa, promueve la falsa representación de que hay fracciones “más dignas de llamarse fracciones” que otras, y ocultan que en todos los casos se trata de números.

También se espera que los alumnos aprendan a utilizar la recta numérica para ubicar números teniendo algunos otros como referencia, identificando en qué parte respecto de dichas referencias se encontrarán así como las distancias que los separarán, relaciones basadas en sus conocimientos acerca de las fracciones en juego. El problema 4 del ejemplo de evaluación del capítulo 6 ilustra esta cuestión:

4. Ubicá, aproximadamente, estos dos números en la recta numérica: $\frac{5}{4}$ y $1\frac{1}{3}$.

En relación con los números decimales, se espera que interpreten y operen con expresiones con coma, con una, dos y tres cifras decimales, mediante estrategias diversas en problemas que exigen comparar, sumar y restar precios y medidas de longitud, realizar particiones o repartos entre 10, 100 o 1.000. Este tipo de situaciones se propone en los problemas 1 y 2 del ejemplo de evaluación del capítulo 9:

1. Se quiere repartir $351 entre diez amigos de manera que a todos les toque la misma cantidad de dinero y no sobre nada. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?

2. Una tira que mide 0,8 m se divide en 10 partes iguales. ¿Cuánto mide cada parte?

Se espera, asimismo, que avancen en sus posibilidades de operar con expresiones decimales en contextos puramente numéricos, resolviendo cálculos de suma y resta, así como de multiplicación y división por números naturales y particularmente por la unidad seguida de ceros. Como en el problema 2 del ejemplo de evaluación del capítulo 11:

2. Completá con números en las líneas para que sean válidas las igualdades.

a) 42,12 × ______ = 421,2

b) 37,5 × 100 = ______

c) 58 : ______ = 0,58

d) 67,28 : 10 = ______

Otro objetivo es que los alumnos analicen el valor de la posición de las cifras en las escrituras decimales en relación con el contexto en el que se está trabajando. Asimismo, que este conocimiento del valor de la posición les permita interpretar y producir equivalencias entre escrituras fraccionarias o decimales con relación tanto a contextos particulares como a situaciones puramente numéricas. Por ejemplo, los problemas 3 y 4 del ejemplo de evaluación del capítulo 9:

3. Un tablón mide aproximadamente 5,25 m de largo. ¿Cuál o cuáles de estas escrituras también representan su longitud?

a) $\frac{525}{10}$ m ☐

b) 5 m y 25 cm ☐

c) 5 m y $\frac{25}{100}$ m ☐

d) 5 m y 0,25 m ☐

4. Escribí cada uno de estos números usando fracciones decimales.

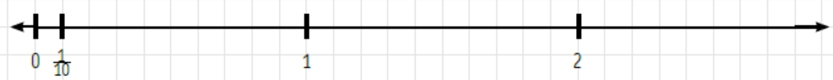
a) 0,90

b) 25,3

Además, se espera que puedan comparar, ordenar y ubicar en una recta numérica números que se presentan a partir de escrituras diversas. Como en el problema 3 del ejemplo de evaluación del capítulo 11:

3. Ubicá los siguientes números en la recta numérica.

1,4 1,45 $1 + \frac{3}{10}$



III. ¿Cómo modificar la complejidad de los problemas?

A lo largo de los capítulos de fracciones y decimales se podrían tomar ciertas decisiones sobre algunas características de los problemas que los podrían transformar en más sencillos o más complejos. En esta sección haremos referencia a algunas de estas posibles variaciones, que permitirán al docente acercar el problema a los alumnos que presenten algunas dificultades para abordarlo, o bien proponer nuevos desafíos a aquellos que estén en condiciones de profundizar un poco más sobre algunas de las relaciones que se intentan poner en juego. También es posible considerar algunos de los criterios que se desarrollan aquí para organizar el trabajo con toda la clase.

Problemas de reparto

En los problemas de reparto, un cambio en los números que se proponen hace posible que varíe la dificultad para representar los resultados y también las estrategias que los alumnos utilicen. Por ejemplo, si la cantidad a repartir se agranda, es más probable que apelen a la cuenta de dividir que a estrategias de dibujo. En cambio, frente a dificultades que pudieran tener para realizar efectivamente repartos que involucren cantidades “grandes”, es posible disminuir estas cantidades para que dibujen. Pero también es posible variar las condiciones para que los números en juego estén relacionados de maneras más “evidentes”. Por ejemplo, en relación con el reparto de 33 alfajores entre 8 que aparece en el problema 3 de la página 69, se podrían proponer en un primer momento el análisis de repartos con múltiplos de 8 (16 entre 8; 24 entre 8; 32 entre 8) que darán “justo”, para luego plantear otras cantidades cercanas a ellos (17 entre 8; 25 entre 8; 33 entre 8 –en los que sobrará 1–; 18 entre 8; 26 entre 8; 34 entre 8, en los que sobrarán 2; etc.) y discutir cómo repartir el o los alfajores que están sobrando. La complejidad entre el hecho de que sobre un solo alfajor, o 2 o 3, también podría ser relevante puesto que habilita o no diferentes estrategias para averiguar la fracción que lo representa.

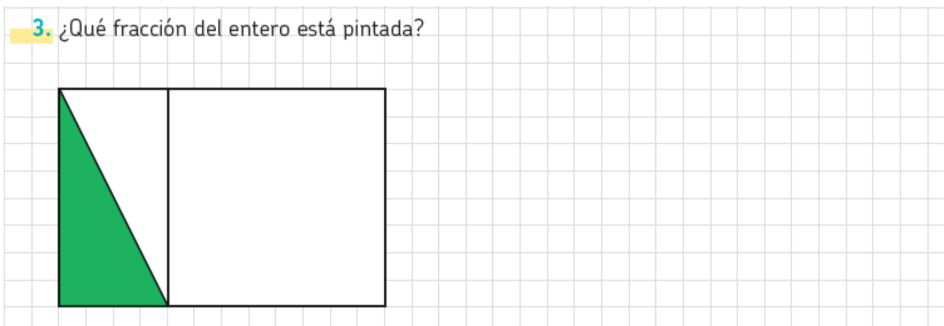
Este tipo de problemas reaparece en el capítulo 9, por ejemplo, en el problema 5 de la página 110:

5. Diez amigos se juntaron para comprar un regalo que cuesta $546. Si todos pusieron la misma cantidad de dinero, ¿cuánto pagó cada uno?

Dado que el divisor es 10, una manera de "bajar" la dificultad podría ser cambiar la cantidad a repartir por cantidades "redondas", por ejemplo $500, $540, que los niños podrían resolver haciendo uso efectivo de billetes y monedas, para luego considerar maneras de repartir los $6 que quedarían.

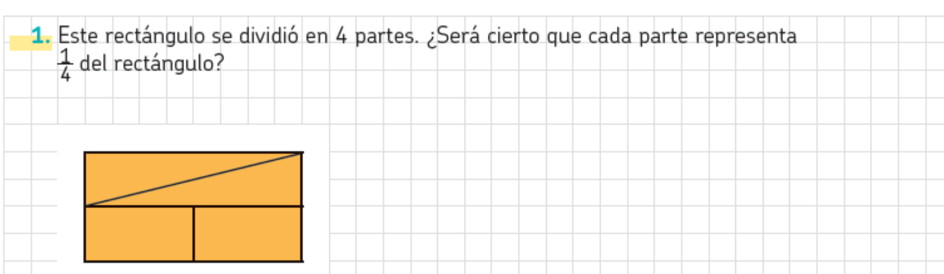
Problemas de medida

En las situaciones de medida en las que hay que decidir si una cierta área sombreada de un entero representa o no una fracción determinada, es posible variar la complejidad de diferentes maneras. Una primera cuestión es si se incluyen o no las líneas que ayudan a elaborar estrategias para conocer la fracción sombreada. Por ejemplo, el problema 3 de la página 71:



En este caso, si se presentara un dibujo sin la marca vertical, el problema sería más complejo, puesto que los niños deberían tomar decisiones respecto de qué marcas trazar para dividirlo en cierta cantidad desconocida de partes iguales. En cambio, si el dibujo se presentara con todas las líneas verticales dividiendo en tercios, el problema sería más sencillo que el que se presenta en el libro, puesto que solo se tratará de trazar las diagonales en cada caso y contar. Y si se proponen todas las líneas verticales, pero también todas las líneas diagonales ya trazadas, el problema es más sencillo aún, ya que la tarea se reduce a la identificación de la cantidad total de partes en que está dividido el entero vía un conteo sobre el dibujo.

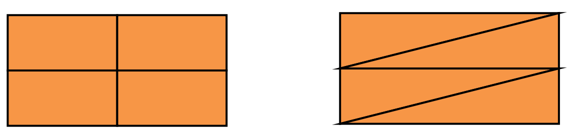
Una discusión que se plantea en los primeros problemas de la página 71 está referida a la posibilidad de que dos partes de un mismo entero tengan formas diferentes, pero representen la misma fracción de ese entero. Esta cuestión suele ser dificultosa para los alumnos, y frente a un problema como el 1, suelen responder de dos maneras:



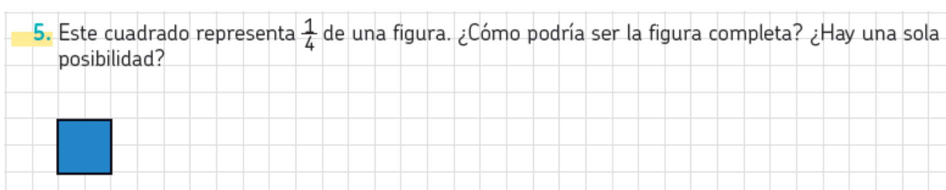
- Sí, porque son 4 partes.
- No, porque no son todas iguales.

La justificación de la primera respuesta no es correcta, puesto que el hecho de que sean 4 partes no es suficiente para establecer que cada parte representa 1/4 del rectángulo. La segunda respuesta es incorrecta, ya que no toma en consideración la cuestión de que “iguales” en este contexto no refiere a la forma de la parte, sino a la superficie del entero que cubre.

Es posible “bajar” el nivel de dificultad provisoriamente ofreciéndoles a los alumnos dos rectángulos como este cuyas partes han sido recortadas, de modo tal que los niños puedan armar rectángulos del mismo tamaño, pero con partes distintas: por ejemplo, uno que esté formado solo por triángulos y otro, solo por rectángulos. De este modo se podría propiciar la discusión en relación con que los dos rectángulos son iguales, que con los triángulos se puede formar una mitad y que se puede intercambiar con la otra mitad formada por rectángulos. La discusión podría orientarse hacia la reflexión de que dos rectángulos equivalen u ocupan el mismo espacio que dos triángulos.



En relación con aquellos problemas en los que se ofrece una parte y se propone componer el entero, también puede variarse el nivel de dificultad. Por ejemplo, consideremos el problema 5 de la página 72:



5. Este cuadrado representa $\frac{1}{4}$ de una figura. ¿Cómo podría ser la figura completa? ¿Hay una sola posibilidad?

En este caso, basta con que los niños repliquen la figura tres veces para componer el entero. Pero si el mismo cuadrado representara 3/4 de un entero, el problema sería más complejo, puesto que deberán identificar, por ejemplo, que la figura debe dividirse en tres partes para conocer la que representa 1/4, y por lo tanto, al cuadrado que está dibujado habría que agregarle esa parte. En general, los problemas en los que en lugar de ofrecerse una figura que representa la fracción 1/*n* se brinde una figura que representa fracciones como 2/*n*, 3/*n*, 4/*n*, etc., son más complejos porque inicialmente se deberá descomponer el dibujo en varias partes para conocer la que podría representar 1/*n*, o elaborar alguna otra estrategia que, tomando en cuenta ciertas relaciones entre el entero y la parte ofrecida, permita reconstruir el entero.

Comparación y orden de fracciones

En los problemas vinculados con la comparación de fracciones, es posible variar el nivel de dificultad si se consideran ciertas relaciones entre las fracciones en juego. El análisis de algunos ejemplos puede aclarar lo que queremos decir.

Tomemos el problema 1 de la página 75:

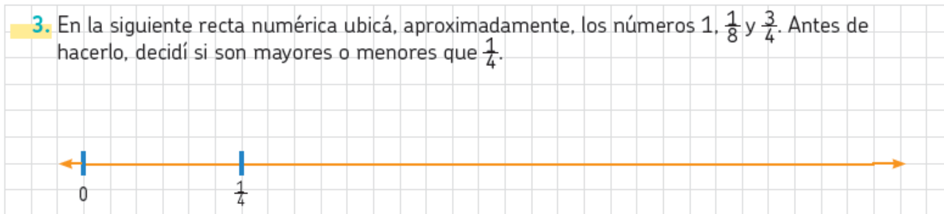
1. Tres hermanas compraron un paquete de caramelos. Ana comió $\frac{1}{3}$ del paquete, Julia comió $\frac{1}{5}$ y Morena, $\frac{1}{6}$ del paquete. ¿Cuál de las tres comió menos? ¿Cuál comió más?

Se apunta en este caso a que los alumnos comparen el tamaño relativo de los tercios, los quintos y los sextos: dado que el mismo entero se parte en tres, cinco o seis, respectivamente, cada tercio será más grande que cada quinto y cada sexto. Si solo se propusieran las fracciones 1/3 y 1/6, dado que se trata de números relacionados –1/3 es el doble de 1/6– y que los niños ya han estudiado en algunos problemas anteriores, es posible que la situación sea de menor dificultad. Podrían elaborarse a partir de allí algunas ideas interesantes y que serán de utilidad para abordar posteriormente problemas del mismo tipo pero de mayor dificultad. En este caso, no importa que el 6 sea más grande que el 3; la fracción 1/3 es más grande que 1/6 porque se necesitan dos de 1/6 para formar 1/3. Esta idea podría explorarse a propósito de otros pares de fracciones relacionadas –1/4 y 1/8; 1/2 y 1/8; 1/5 y 1/10; y con un grado mayor de dificultad, pares de fracciones equivalentes como 2/5 y 4/10–, y luego proponer el análisis para fracciones que no están relacionadas entre sí, como 1/3 y 1/5, o 1/5 y 1/6.

Situaciones un poco más complejas, a pesar de que son del mismo tipo que las anteriores, son aquellas en la que los numeradores son iguales pero distintos de 1. Por ejemplo, si se trata de comparar 3/4 y 3/5 es posible considerar la comparación del tamaño relativo de 1/4 y 1/5 –puesto que 3/4 es 3 veces 1/4 y 3/5 es 3 veces 1/5–. Esta situación es de mayor dificultad que la anterior, pero de menor dificultad que al compararse fracciones que no están relacionadas y en las que numerador y denominador son diferentes, como en 3/4 y 4/5.

La relación respecto de 1 entero también puede ser una variable sujeta a modificación para cambiar el nivel de dificultad de los problemas. Si ambas fracciones son menores que 1 o ambas son mayores que 1, las estrategias que los alumnos deberán movilizar se vinculan mayormente con el “tamaño” relativo de las partes; en cambio, si se propone una fracción menor que 1 y otra mayor que 1, podrían recurrir a esta relación respecto del entero. Por ejemplo, 1/2 es menor que 3/2 pues 1/2 es más chico que 1, en cambio 3/2 es más grande, o bien, 1/2 es la mitad de un entero y 3/2 es un entero y medio.

Todas estas relaciones son de utilidad al momento de ordenar fracciones en el contexto de la recta numérica. Por ejemplo, en el problema 3 de la página 75:



En este caso, los números elegidos favorecen la reutilización de relaciones entre cuartos y octavos: 1/8 es la mitad de 1/4, así que estará a la izquierda de la marca de 1/4, justo en el medio entre 0 y 1/4; 3/4 es 3 veces 1/4, por lo que hay que replicar 3 veces hacia la derecha la distancia entre las marcas 0 y 1/4. La situación sería más sencilla si se propusiera ubicar 2/4 y 3/4; pero sería un poco más compleja si se propusiera ubicar 3/8, para lo cual se puede apelar a la búsqueda de 1/8 y posteriormente replicar esta distancia 3 veces; o también considerar que es la mitad de 3/4. Sería aún más compleja si se pidiera ubicar una fracción no vinculada con 1/4, por ejemplo, 1/6 o 1/3, para lo cual los alumnos posiblemente deban reconstruir 1 entero y luego subdividir en tercios o en sextos. Si bien todas estas relaciones son factibles de ser abordadas, el grado de dificultad que implican es diferente, ya que exigen diseñar planes de acción distintos en cada caso, algunos más cortos, debido a las relaciones entre las fracciones en juego y otros más largos.

Otra cuestión importante en relación con el trabajo sobre la recta numérica lo constituye el tipo de hoja en el que se presente la actividad. Los fondos cuadriculados, sobre los cuales los alumnos pueden contar y tomar decisiones a partir de ese conteo, son en general de menor complejidad que las situaciones sobre fondo liso, en las cuales “se fuerza” a utilizar otras estrategias para medir y producir las marcas.

Problemas para calcular una fracción de una cantidad

La variación del “tamaño” de los números involucrados en estos problemas condicionará la posibilidad de utilizar dibujos para “visualizar” ciertas relaciones. Por ejemplo, si se trata de calcular 1/4 de 12 –que podría contextualizarse: “una caja tiene 12 alfajores, ¿cuántos alfajores serán 1/4 de esta caja?”–, es posible que los niños dibujen los alfajores y averigüen 1/4 de 12 sobre dicha representación, marcando 4 grupos con la misma cantidad. Esta situación es más sencilla que otras que involucran números mayores –1/4 de 80; 1/4 de 120; etc.–, en las que la posibilidad de dibujar se ve dificultada y los alumnos deberán elaborar estrategias enfocadas en relaciones numéricas.

También los contextos que se proponen en estos problemas favorecen u obstaculizan el uso de dibujos. Por ejemplo, en este problema de la página 74, el hecho de que se trate de páginas de libros no propicia el uso de representaciones como en el caso de alfajores en una bandeja, aunque sin duda también el número 120 obstaculiza la posibilidad de dibujar.

5. En un taller literario están leyendo un libro de 120 páginas.

a) Valeria leyó la cuarta parte del libro. ¿Cuántas páginas leyó?

b) Félix ya lleva leídas $\frac{3}{4}$ de las páginas del libro. ¿Cuántas leyó?

Otras relaciones entre fracciones

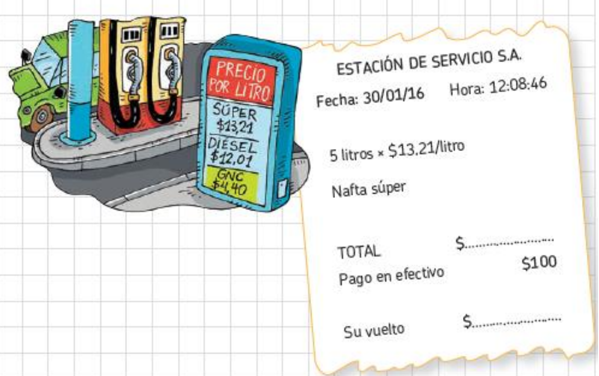
A partir del abordaje de situaciones en las que se ponen en juego relaciones de doble-mitad entre medios, cuartos y octavos, tercios y sextos, quintos y décimos, es posible proponer problemas que plantean el estudio de otras relaciones. Por ejemplo, analizar la relación de 1/12 respecto de los sextos, los tercios, los cuartos y los medios: 1/12 es la mitad de 1/6; con cuatro de 1/12 se forma 1/3; con tres de 1/12 se forma 1/4; se necesitan 6 de 1/12 para formar 1/2. Estas situaciones podrían proponerse con el objetivo de ampliar el campo de relaciones estudiadas y profundizar los vínculos entre ciertas fracciones conocidas. Para los alumnos que están más avanzados, podría proponerse la exploración de ideas más generales vinculadas con las características de escrituras fraccionarias que representan dobles o mitades de otras.

Problemas con billetes y monedas

La posibilidad de contar con billetes y monedas de fantasía para trabajar en torno a los problemas que se plantean en el contexto del dinero, en el capítulo 9, es una variable que podría modificar el nivel de dificultad de la actividad.

Por ejemplo, para el problema 3 de la página 106:

3. El papá de Ignacio fue a comprar nafta. Llevó su bidón para cargar 5 litros de súper y pagó con $100. Completen el *ticket* de compra y escriban una manera en que pudieron haberle dado el vuelto usando billetes de $10, $5 y $2, y monedas de $1, y de 50, 25, 10 y 5 centavos.



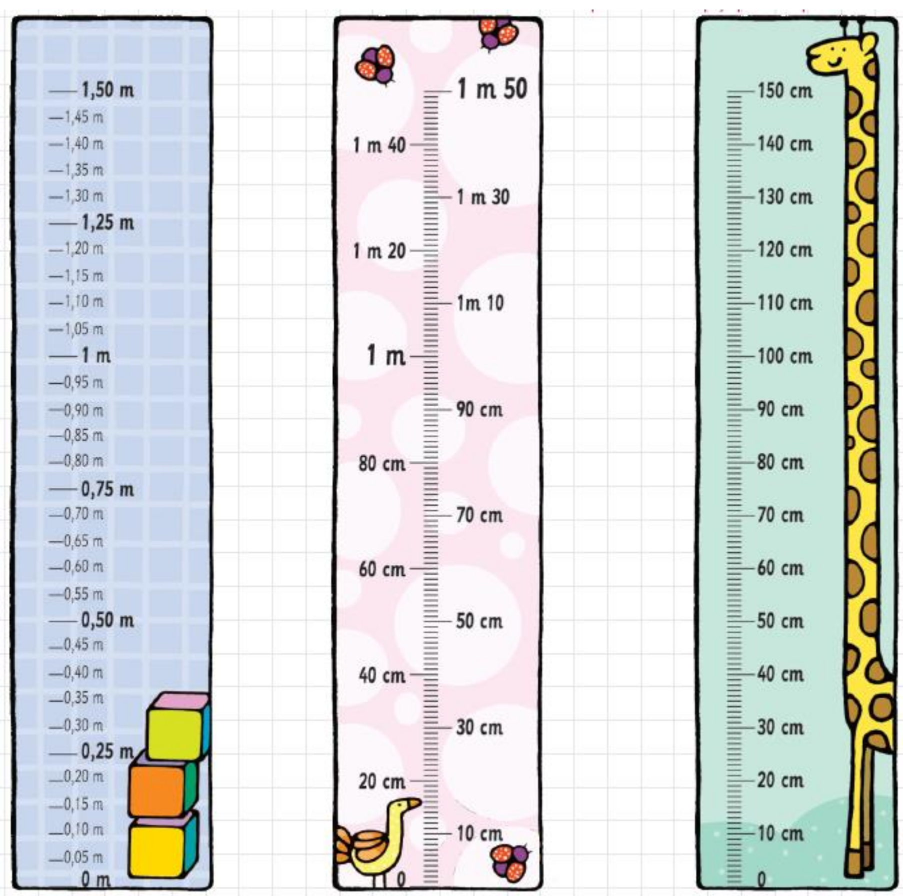
Los billetes y las monedas de fantasía posibilitan el armado efectivo del vuelto. Para algunos niños esta cuestión puede ser importante, porque les permite comenzar a pensar sobre el problema una vez que han explorado alguna acción, y les permitirá elaborar una primera respuesta contando los billetes y las monedas de cada tipo que han utilizado.

Para abordar otros problemas del capítulo que se proponen en el contexto del dinero, los niños también podrían precisar un primer momento exploratorio de armado efectivo de las cantidades con estos billetes y monedas.

Problemas en los que se analizan equivalencias de medidas

Hemos tomado la decisión de incluir un dibujo de un medidor de estaturas en la página 107 con el objetivo de ofrecer a los alumnos portadores de información en relación con las equivalencias en juego en cada caso, y que puedan consultarlo de manera autónoma para elaborar ideas que colaboren en la resolución de las situaciones y en la producción de nuevos conocimientos.

Podrían agregarse otros portadores que ofrezcan información a través de escrituras con otras características, y que podrían colaborar en la entrada de algunos alumnos a los problemas que se proponen. Por ejemplo, para los problemas en el contexto de medidas de longitud, es posible hallar escrituras diferentes para las mismas longitudes sobre escalas como estas:



Esta posibilidad hace que la mayor parte de los problemas del capítulo que se proponen en el contexto de las medidas de longitud puedan resultar más accesibles para ser abordados de manera autónoma, a partir de comparar sobre varias escalas de manera simultánea el modo en que se expresa una misma longitud.

Los números en juego y el rol de los contextos de uso social

En muchos problemas del capítulo 11 se proponen situaciones de comparación y de cálculo que involucran el trabajo con expresiones decimales y también con fracciones decimales en contextos puramente matemáticos. En estos casos es posible "bajar" el nivel de dificultad de los problemas si se propone un primer momento de trabajo pensando en un contexto como el del dinero. Se trata de acercarles el problema a situaciones en las que cuenten con conocimientos y recursos que les sirvan como puntos de apoyo para comenzar a resolver. Por ejemplo, para el problema 3 de la página 133:

3. Calculá el doble de estos números.

a) 3,55 **d)** 1,6

b) 2,45 **e)** 7,09

c) 4,08

Pensar en duplicar cantidades decimales cuando se piensa en dinero podría habilitar el uso de billetes y monedas, formando efectivamente el doble de estas cantidades para realizar el cálculo, o bien para verificar ciertas anticipaciones que se puedan hacer.

El problema se complejiza si se agregan cifras decimales para las cuales los contextos estudiados no aportan significados que los niños puedan controlar y, por lo tanto, deberán apoyarse fuertemente en aspectos puramente matemáticos vinculados con el valor de la posición de las cifras.

IV. Bibliografía para el docente

- **Alvarado, M.** (2013). "Representaciones notacionales decimales tempranas de números racionales en contexto de medición de peso". En: Broitman, C. (comp.). *Matemáticas en la escuela primaria I. Números naturales y decimales con niños y adultos*. Buenos Aires. Paidós.
- **Block, D.; Solares, D.** (2001). "Las fracciones y la división en la escuela primaria: análisis didáctico de un vínculo". *Educación Matemática*. Vol. 3 (2). México. Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 5-30.
- **Broitman, C.; Itzcovich H. y Quaranta, M. E.** (2003). "La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad". En: *RELIME*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Publicación oficial del Comité Latinoamericano de

Matemática Educativa. Vol. 6 N.° 1, marzo, pp. 5-26. Disponible en *http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2092465.*

- **Centeno Pérez, J.** (1998). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Madrid. Síntesis.
- **Dirección General de Cultura y Educación de la Pcia. de Bs. As. Dirección de Primaria.** (2007). Serie Curricular. Matemática N.º 4. Números racionales y geometría. Disponible en *http://servicios2.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/areascurriculares/matematica/matematica4numerosracionalesygeometria.pdf.*
- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula** (1997). Documento de actualización curricular N.° 4. Matemática. Disponible en *http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/docum/matematica.php.*
- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Dirección de Currícula** (2001). Aportes para el desarrollo Curricular. Matemática: Acerca de los números decimales: una secuencia posible. Disponible en *http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/primaria.php?Menu_id=20709.*
- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección de Currícula** (2005). Matemática: Fracciones y Decimales 4.º, 5.º, 6.º y 7.º. Páginas para el Docente. Plan Plurianual. Disponible en *http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula.*
- **Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación. Dirección de Currícula** (2006). Cálculo mental con números racionales. Apuntes para la enseñanza. Disponible en *http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/pluri_mate.php?menu_id=20709*.
- **Itzcovich, H.** (coord.) (2007). “El trabajo escolar en torno a las fracciones”. En: *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires. Aique.
- **MECyT** (2006). Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza. 4.º, 5.º y 6.º años. Educación Primaria.
- **MECyT** (2004). Juegos en Matemática. EGB2. Disponible en *http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001220.pdf.*
- **Ponce, H.** (2000). *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Buenos Aires. Editorial Novedades Educativas.
- **Ponce, H.; Quaranta, M. E.** (2007). “Fracciones y decimales”. En: *Enseñar Matemática en la escuela primaria*. Serie Respuestas. Buenos Aires. Tinta Fresca.
- **Quaranta, M. E.** (2008). “Conocimientos infantiles acerca de las escrituras decimales”. En: *Revista 12(ntes). Enseñar matemática. Nivel Inicial y primario* N.° 05. Buenos Aires. 12(ntes).
- **Quaranta, M. E.; Tarasow, P.; Becerril, M. M.** (2013). “Notaciones decimales: conceptualizaciones infantiles a propósito de la resolución de problemas en el contexto del dinero y de las medidas de longitud”. En: Broitman, C. (comp.). *Matemáticas en la escuela primaria I. Números naturales y decimales con niños y adultos*. Buenos Aires. Paidós.